

逆風による波の減衰に関する実験的研究(2)

水 野 信二郎*・光 易 恒**

1. 緒 言

水面上を吹く風が表面重力波の波速に与える効果について考える。風洞水槽において、造波機によって発生した規則波と逆行して風が吹くと、波高の減衰が生ずるだけでなく、かなり大きな波速の減少が起こることが実験によって確かめられた。順風の場合に、Shemdin¹⁾が行なった実験では波速が増加することを報告している。ここで興味あることは、逆風の場合と順風の場合とで、実験結果をこまかく観察すると波速の増減率がやや異なることである。この差は実験条件の違いに基づくかも知れないが、かなり明確な差が見られるので、その原因を考えて見ることにした。

はじめに、波速に影響する因子を列挙してみると、(a) 有限振幅波効果、(b) 風によって生ずる吹送流、(c) 波によって誘起される空気圧の変動、(d) 波の方向分散、等が考えられる。(a)については実験波の波形勾配が十分小さかったので無視される。(b)の効果は波速に最も重要な寄与をなすと考えられて、今までに多くの研究者によって取扱われて来た。ここでは、Hidy & Plate²⁾の付録で Lilly²⁾が発展させた摂動法による解法を用いる。これは波速 C を $\epsilon u_0/C_0$ (u_0 は表面吹送流の速度、 C_0 は自由波の波速) をパラメーターとして摂動で展開し、

$$C = C_0 + \epsilon C_1 + \dots \quad (1.1)$$

と表わす。われわれの場合のように、波長の長い波に対しては $\epsilon \ll 1$ であるから一次近似までで十分である。ところが、式(1.1)は順風と逆風の場合で吹送流の分布が変わらないとすると、 C_1 は同じ値をとるので、両者に対し波速には全く同じ影響を与え、先に述べた順風と逆風の場合の波速の増減率の差を説明することができない。(c)の効果は Miles³⁾の有名な波の発生理論の中に見られるが、波速に影響する重要な因子として今まであまり注目されていない。Miles は波によって誘起される水面上の空気圧として

$$P_a = (\alpha + i\beta)\rho_a U_1^2 k \eta \quad (1.2)$$

を仮定し、波速への影響は式(1.2)の実部から

$$C = C_0 \left[1 + \frac{1}{2} \frac{\rho_a}{\rho_w} \alpha \left(\frac{U_1}{C_0} \right)^2 \right] \quad (1.3)$$

ここに ρ_a/ρ_w は空気対水の密度比、 U_1 は波に相対的な風速の代表値、 α は U_1/C_0 および風速分布に関係する静圧係数で、常に負の値をとる。ところで、式(1.1)と式(1.3)は水面上の圧力条件によって結合することができて、

$$C = C_0 \left[1 + \epsilon \frac{C_1}{C_0} + \frac{1}{2} \frac{\rho_a}{\rho_w} \alpha \left(\frac{U_1}{C_0} \right)^2 \right] \dots \quad (1.4)$$

を得る。式(1.4)は、波速が吹送流と波面上の空気圧の効果の和によって変化することを示しており、順風と逆風の場合で波速に対する影響に差が表われる。それは順風と逆風の場合で α の値がかなり異なるためである。しかも、逆風の場合に波速に対してより大きな影響をおよぼすことがのちほど明らかになるが、これは実験結果と定性的に一致している。(d)の効果は、風波のように波の方向分布が認められる場合には重要であるが、現在の問題では規則波は一定の方向に進むのであるから考える必要はない。

2. 実験方法と資料解析

実験装置に関しては前報(1)⁴⁾で詳述したので、ここでは簡単に述べる。風洞水槽は測定部長さ 8.5m、断面積 60 cm²、高さ 80 cm のものを用い、水深 h は常に 35 cm に維持して実験を行なった。風は風洞水槽の右端から測定部に入り、水槽の左端の造波機の位置より約 2 m 前方に設けた排風筒によって外部に排出される。造波機で発生した規則波は、風と逆向きに進み、電気抵抗線型の波高計を波の進路に約 1.2 m の間隔で設置し、6 個の測点で測定された。逆風下の波高計の出力信号は規則波と風波の信号の重畳からなるので、規則波の信号のみを分離するために、アナログ・データを AD 変換して、高速フーリエ変換法(FFT 法)によってフーリエ解析し、規則波の基本周波数に一致するスペクトル線の振幅と位相を求め、これから規則波の基本周期成分の波高および波速を計算した。

資料解析に用いた実験波は前報(1)と同一で、データ・レコーダに集録された実験波の一連の波列の中から 32 波をとり出し、1 波当たり 64 個のサンプリング点を取り、サンプリング総数 $N=2048$ 個についてフーリエ解析を行なった。FFT 法に伴う漏洩効果(Leakage effect)を避けるために、AD 変換の際データの長さ T_N を規則波の周期 T の 32 倍に正確にとる必要がある。実際に

* 正会員 理博 九州大学助教授 応用力学研究所

** 正会員 理博 九州大学教授 応用力学研究所

は、規則波の周期がわずかではあるが変動しているので厳密に $T_N=32T$ とすることはできなかったけれども、その誤差 ΔT が

$$|\Delta T|=|T_N-32T|\leq T/10 \dots\dots\dots(2.1)$$

となるように、サンプリング間隔 Δt を微調整しながら AD 変換を行なったので、漏洩効果による誤差は 5% 以内に保たれた。

3. 実験結果

規則波の波長 L は、各測点 (x_i ; $i=1, \dots, 6$) における実験波をフーリエ解析して、規則波の基本周期に等しいスペクトル線の位相 (ϕ_i ; $i=1, \dots, 6$) を求め、

$$\left[n_i + \frac{\phi_i - \phi_1}{2\pi}\right] \cdot L = x_i - x_1, (i=2, \dots, 6) \dots\dots(3.1)$$

から得られた。ここに n_i は測点 x_1 と測点 x_i の間に含まれる波の個数(整数値)で、未定であるが波長 L が自由波の波長とあまり大きな差がないことを考えて、式(3.1)に $L=L_0$ を代入することにより、最適の整数 n_i が得られる。このようにして、測点 2 から 6 までのすべての n_i の値が得られると、 L を未知数として式(3.1)を最小二乗法で解くことにより、実測波長 L が得られる。図-1 は周期 0.8 秒、設定波高 1.5 cm の規則波を例にとって、式(3.1)の関係を設定風速 Ur をパラメーターとしてグラフに描いた。縦軸は測点 x_1 に相対的な規則波の進行方向の距離、横軸は式(3.1)の左辺の $[\]$ 内の値で波の個数を表わすので、直線の勾配が波長 L を示す。図から明らかなように、直線の勾配は測定区間で一定であるから、この区間で波長の変化はほとんど見られないことを示している。また、風速を増加すると、同一周期の波であっても、波長 L が減少することが明白に見られる。式(3.1)によって計算された規則波の波長 L と計数カウンターで測定した波の周期 T

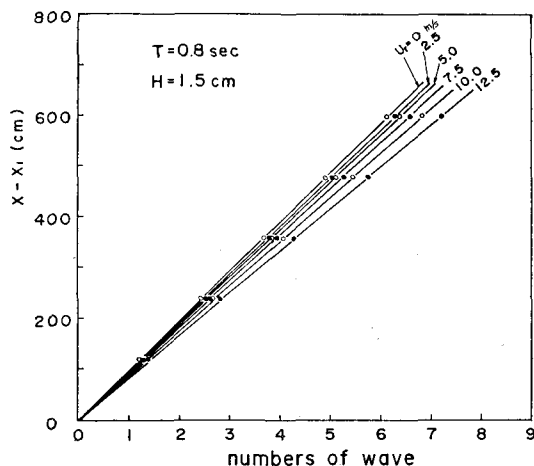


図-1 式(3.1)の関係のグラフ表示。縦軸は右辺の値、横軸は左辺の $[\]$ 内の値を示している

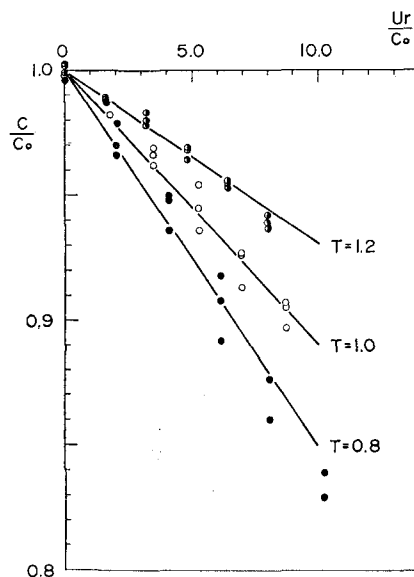


図-2 逆風が波速に与える効果に関する実験結果

から波速 $C(=L/T)$ が得られ、すべての規則波に対して逆風が水面波の波速に与える効果を図-2 にまとめて示した(実験結果の詳細は参考文献5にある)。図-2 における C_0 は自由波の波速である。実験結果はかなりばらついているが、波の周期をパラメーターにとって

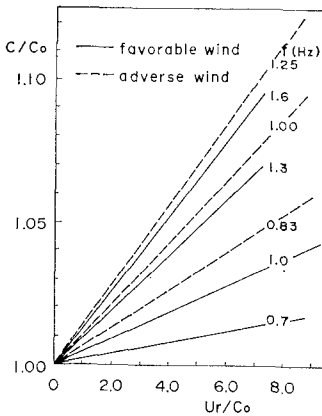
$$\frac{C}{C_0} = 1 + \gamma \frac{Ur}{C_0} \dots\dots\dots(3.2)$$

と表わし、波の設定周期 T_0 べつに γ の平均値 $\bar{\gamma}$ を求め、式(3.2)の γ に代入すると図の実線が得られる。ここに $\bar{\gamma}$ は

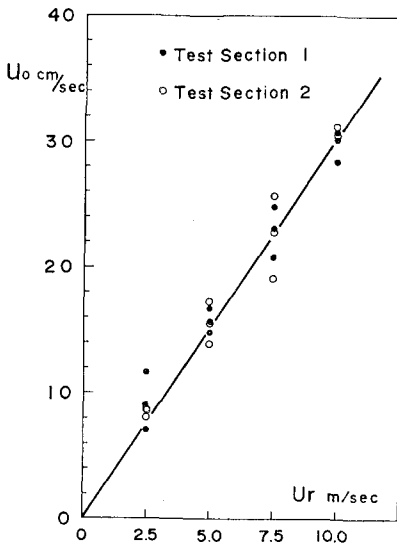
$$\bar{\gamma} = \begin{cases} -0.015 & (T_0=0.8 \text{ 秒の波に対して}) \\ -0.011 & (T_0=1.0 \text{ 秒} \quad \text{〃} \quad \text{〃}) \\ -0.007 & (T_0=1.2 \text{ 秒} \quad \text{〃} \quad \text{〃}) \end{cases}$$

図から無次元波速 C/C_0 は無次元風速 Ur/C_0 にほぼ比例して減少するが、高風速では直線関係からややずれて波速の減少がさらに著しくなる傾向が見られる。図-3 には、Shemdin の順風の場合の波速の増加率と逆風の場合の波速の減少率の比較が行なわれている(比較の便のために逆風の場合の γ の符号を正にとっている)。図-3 で注目されることは、同じ周期の波を比較すると、逆風の場合の波速の減少率が順風における波速の増加率よりも常に高いことである。これは、一つには実験条件の違いによると思われるが、両者の間にかなり際立った差が認められることも事実である。

さて、波速 C の風による効果を理論的に検討するためには流速分布の正確な測定値が必要である。しかしながら、それは大変困難であったので、とりあえず、表面吹送流の測定と吹送流の観察を行なった。表面吹送流は、電算機用カードから直径 6 mm の円形状の紙片をパンチャーで切抜き、これを水面上に浮かべ、この浮子が



図—3 風（逆風と順風）が波速に与える効果。順風の実験結果は Shemdin¹⁾ からの引用による



図—4 表面吹送流に関する実験結果

あらかじめ定めた2点間を通過する時間間隔をストップ・ウォッチで測定することによって得られたが、測定ごとに実験値がばらつくので同一条件のもとで約10回測定を繰返して、その平均値から吹送流速を求めた。図—4は表面吹送流 u_0 に関する実験結果で、同一の設定風速 U_r のもとで規則波を起こした場合と起こさない場合の実験値が区別なしに示されている。そのため実験値はかなりばらついているが、平均的には表面吹送流速 u_0 は設定風速の3%で、ほかの研究者の結果と大きな差は見られなかった。また、この浮子を水面下の流速の測定に用いたが、流れが激しい乱流状態のために、浮子が上下に移動するので正確な流速の測定が無理であったので、流速分布を白金線を用いた水素気泡法によって観察したところ、水面下のある位置で吹送流が零となり、それより上方では、流れは乱流状態、流速零の位置より深

いところでは層流状態で弱い逆流が観察された。流速が零となる水面下の距離を d とすると、それは時間的に変動したが、その平均距離は風速に無関係に約7cmであった。

4. 理論的考察

水面上を吹く風が水深 h の風洞水槽中を進む表面波の波速 C におよぼす効果を考える。上層の風速分布は実験的に得られた対数分布

$$U/U_* = \frac{1}{\kappa} \log \frac{z}{z_0} \quad \dots\dots\dots (4.1)$$

とする。ここに U_* は摩擦速度、 κ は Kármán 定数で $\kappa=0.4$ 、 z_0 は粗度パラメーターである。下層の吹送流は実験で得ることができなかったので、加藤⁶⁾ によって研究された放物線型分布を仮定する。

$$\left. \begin{aligned} U(z) &= \frac{u_0}{d^2} (z+d)^2, & (0 \leq z \leq -d) \\ U(z) &= 0 & (-d \leq z \leq -h) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (4.2)$$

ここに u_0 は表面吹送流の速度、 d は流速が零となる水面下の距離である。運動方程式と連続の式は上層、下層ともに、

$$\frac{\partial u}{\partial t} + U \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{dU}{dz} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (4.3)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + U \frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} \quad \dots\dots\dots (4.4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (4.5)$$

ここに、 u 、 w は表面波によって誘起された流速の x および z 成分、 P はその圧力、 ρ は密度である。 u 、 w を流れ関数 Ψ で表わすと

$$u = -\frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad w = \frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (4.6)$$

Ψ と P が次式で表わされると仮定すると

$$\Psi = \phi(z) e^{ik(x-ct)}, \quad P = p(z) e^{ik(x-ct)} \quad \dots\dots\dots (4.7)$$

式 (4.3)、(4.4) は

$$\rho[(U-C)\phi' - U'\phi] = p \quad \dots\dots\dots (4.8)$$

$$\rho k^2(U-C)\phi = p' \quad \dots\dots\dots (4.9)$$

両式から p を消去すると

$$(U-C)(\phi'' - k^2\phi) - U''\phi = 0 \quad \dots\dots\dots (4.10)$$

を得る。これは非粘性の Orr-Sommerfeld 方程式である。また、式 (4.8) の圧力項に静水圧の項を付加すると、

$$P = \rho[(U-C)\phi' - U'\phi] - \rho g z \quad \dots\dots\dots (4.11)$$

水面上における圧力の境界条件 $P_w = P_a$ (添字 w は水、添字 a は空気に関する量を表わす) を式 (4.11) に適用しよう。その際、波によって誘起される空気圧としては式 (1.2) の実数部をとると、水面上の境界条件として

$$(U_w - C)[(U_w - C)\phi'_w - U'_w \phi_w]$$

$$= \left[g + \frac{\rho_a}{\rho_w} \alpha \left(\frac{U_1}{C} \right)^2 k \right] \phi_w \dots\dots\dots (4.12)$$

を得る。式(4.12)の右辺の[]の中の第2項は普通無視されているが、ここでは順風と逆風が波速に与える効果の差を説明する重要な項として残される。

さて、放物線型吹送流に対し波速をせつ動法により求める。 $\epsilon = u_0/C_0 (u_0 = U_{w(0)})$ をパラメーターとして

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \phi_0 + \epsilon \phi_1 + \dots \\ C &= C_0 + \epsilon C_1 + \dots \\ k &= k_0 + \epsilon k_1 + \dots \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.13)$$

と展開すると、式(4.10)は ϵ の一次のオーダーまで考えると、

$$\phi_0'' - k_0^2 \phi_0 = 0 \dots\dots\dots (4.14)$$

$$\phi_1'' - k_0^2 \phi_1 = - \left(\frac{u_0'}{u_0} + 2 \frac{C_1}{C_0} k_0^2 \right) \phi_0 \dots\dots\dots (4.15)$$

他方、水面上の境界条件式(4.12)から、 $z=0$ において

$$\phi_0' - g/C_0^2 \phi_0 = 0 \dots\dots\dots (4.16)$$

$$\begin{aligned} \phi_1' - g/C_0^2 \phi_1 &= 2 \left(1 - \frac{C_1}{C_0} \right) \phi_0' - \frac{u_0'}{u_0} \phi_0' \\ &+ \frac{\rho_a}{\rho_w} \alpha \frac{C_0 k_0}{u_0} \left(\frac{U_1}{C_0} \right)^2 \phi_0 \dots\dots\dots (4.17) \end{aligned}$$

を得る。ここに式(4.13)の第3式で波数 k を摂動展開した理由は、造波機で起こされた波に対して保存量は波の周期 T であり、逆風によって波長が変化することを考慮したためである。その結果、波数が保存される場合に比べ、式(4.15)の右辺の()の第2項が追加される。式(4.14)～(4.17)を仮定された放物線型流速分布のもとに解き、 C/C_0 を計算する過程はかなり面倒なので最終結果のみを与えると

$$\frac{C}{C_0} = 1 + \frac{1}{K} \left[\epsilon_0 \frac{C_1'}{C_0} + \frac{1}{2} \frac{\rho_a}{\rho_w} \alpha \left(\frac{U_1}{C_0} \right)^2 \tanh k_0 h \right] \dots\dots\dots (4.18)$$

ここに、

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2} \left[1 + \cosh 2k_0 d - \coth 2k_0 h \cdot \sinh 2k_0 d \right. \\ &\quad \left. + \frac{2k_0 d}{\sinh 2k_0 h} \right] \dots\dots\dots (4.19) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_1'/C_0 &= \frac{1}{k_0^2 d^2} \left[\coth 2k_0 h (\sinh k_0 d \cdot \cosh k_0 d \right. \\ &\quad \left. - k_0 d) - \sinh^2 k_0 d + k_0^2 d^2 \right] \dots\dots\dots (4.20) \end{aligned}$$

特に、 $2k_0 h \gg 1$ の場合 $\coth 2k_0 h \approx 1.0$ であるから式(4.19)、(4.20)は次のように簡単になる。

$$K = \frac{1}{2} \left[1 + e^{-2k_0 d} + \frac{2k_0 d}{\sinh 2k_0 h} \right] \dots\dots\dots (4.21)$$

$$\begin{aligned} C_1'/C_0 &= \frac{1}{2k_0^2 d^2} \left[1 - e^{-2k_0 d} + 2(k_0^2 d^2 - k_0 d) \right] \\ &\dots\dots\dots (4.22) \end{aligned}$$

また、参考のために述べると波数 k が保存されるとき、式(4.18)は $K=1$ とするほかに変更はなく、式(1.4)に帰着する。

式(4.18)の右辺の風による寄与の項の α を具体的に計算するためには空気に対して式(4.10)を解かねばならぬが、それはかなり面倒なので今回は、Miles および Phillips⁷⁾に従って

$$\phi_a = (U-C)e^{-kz} \dots\dots\dots (4.23)$$

を式(4.10)の近似解として計算を試みた。そのとき、水面上の空気圧変動 P_a は式(4.9)から

$$P_a = -\rho_a \eta k^2 \int_0^\infty (U-C)^2 e^{-kz} dz \dots\dots\dots (4.24)$$

となる(Phillips⁷⁾式(4.3.42))。 U として対数分布式(4.1)を用いると

$$\alpha = - \left[\frac{\pi^2}{6} + (\gamma_0 + \log \xi_c)^2 \right] \dots\dots\dots (4.25)$$

を得る。ここに γ_0 はオイラー定数で、 $\gamma_0 = 0.57721$,

$$\xi_c = k z_c = \Omega (U_1/C)^2 e^{C/U_1} \dots\dots\dots (4.26)$$

$$U_1 = U_*/\kappa, \quad \Omega = g z_0 / U_1^2 \dots\dots\dots (4.27)$$

である(詳細はMiles⁸⁾を参照)。図-5に $-\alpha$ を Ω をパラメーターとして C/U_1 の関数として示す。 $-\alpha$ は順風よりも逆風の場合が大きな値をとる。また、順風に対してはConte & Miles⁹⁾の数値解が得られているので、それを今回の近似解の結果と比較すると、 $-\alpha$ の値は近似解の方が約2倍大きいことを示している。

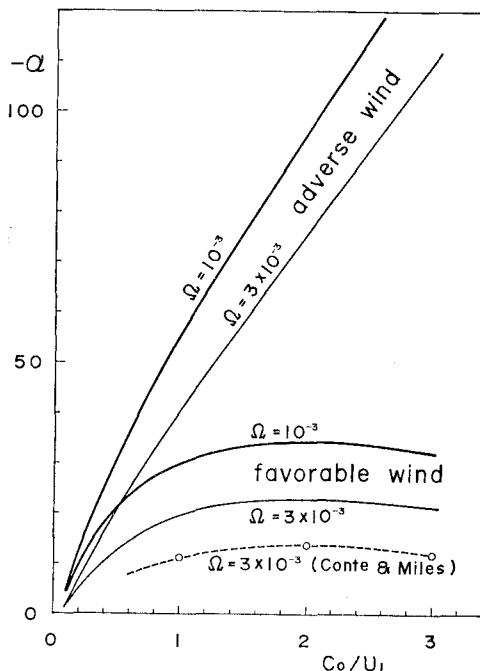


図-5 風圧係数($-\alpha$)の計算結果
(順風と逆風を含む)

5. 実験結果との比較および結論

波速の実験結果と比較するために、式(4.18)を簡単に

$$\frac{C}{C_0} = 1 + \frac{C_w}{C_0} + \frac{C_a}{C_0} \dots\dots\dots (5.1)$$

と表わす。ここに

$$\frac{C_w}{C_0} = \frac{\epsilon_0}{K} \frac{C_1'}{C_0},$$

$$\frac{C_a}{C_0} = \frac{1}{2K} \frac{\rho_a}{\rho_w} \alpha \left(\frac{U_1}{C_0} \right)^2 \tanh k_0 h \dots\dots\dots (5.2)$$

吹送流の項 C_w/C_0 は式 (4.21), (4.22) によって計算された。その場合実験結果から, $h=35$ cm, $d=7$ cm, $\epsilon_0=U_0/C_0=0.03U_1/C_0$ とした。風圧の項 C_a/C_0 の計算では, 対数分布則式 (4.1) をよくみたす水面付近の風速のデータから U_* および z_0 を求め, これらの値を用いて α の値が計算された。まず, 逆風の場合に実験値と理論の比較を示すと 図-6 のようである。丸印は実験値である。支配的な吹送流の項のみを考慮した波速の計算結果 $\left(1 + \frac{C_w}{C_0}\right)$ は対応する周期の波の実験値と比べてかなり小さい。そこで, これに風圧の項 C_a/C_0 を加えて補正すると実線のようにになる。実験値とはかなりよく合う傾向にあるが, 計算値の方がやや高目になる。その理由は C_w/C_0 と C_a/C_0 の値がほぼ同じ程度で, 意外に C_a/C_0 の寄与が大きいことによる。その原因は今回空気に対して用いた Orr-Sommerfeld 方程式の近似解 $\varphi = (U-C)e^{-kz}$ が, $-\alpha$ の値を高く見積り過ぎることにあると考えられる。図-7 は周期 1 秒の波に対して順風と逆風の場合の理論値と実験値の比較を示している。順風の実験値は Shemdin によって与えられたもので, われわれの実験条件とは多少異なった点がある (たとえば, 水深は 91.5 cm, d の値は未知等) ので, 理論との比較は定性的傾向に限るべきである。計算結果を実験値とうまく対応させるには, 吹送流の寄与 $\left(1 + \frac{C_w}{C_0}\right)$ のみでは不十分で, それに風圧の項を加えて補正すると, 順風と逆風の場合の波速の風速に対する依存性の差がかなりよく説明できることが見られよう。

結論として, 逆風の実験結果と計算結果を比較すると, 吹送流の項のみを考慮するだけでは, 波速の計算は十分ではなく, 風圧の項を含めて考えることが重要と思われる。風圧の項がどの程度有効であるかを定量的に確かめるためには, Orr-Sommerfeld 方程式を数値的に解き, $-\alpha$ の正確な値を得ねばならない。また, 順風と逆風の場合における波速の風速に対する依存性についても, 同一条件のもとで実験を行なう必要があるように思う。

最後に, 実験および解析に協力して頂いた江藤賢次, 田中道芳両技官に対し感謝の意を表します。この研究においては, 津屋崎海洋災害実験所の電子計算機システム FACOM 270-20 が使用された。

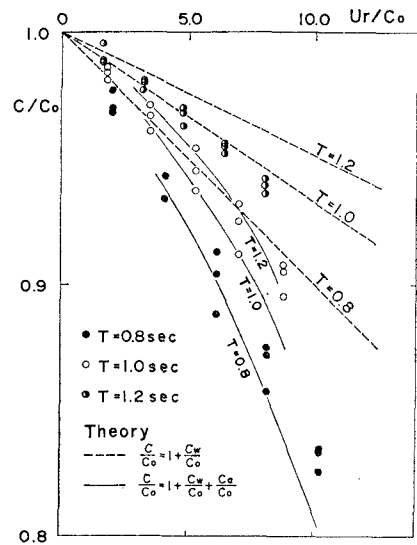


図-6 逆風における波速に関する実験結果と理論計算との比較

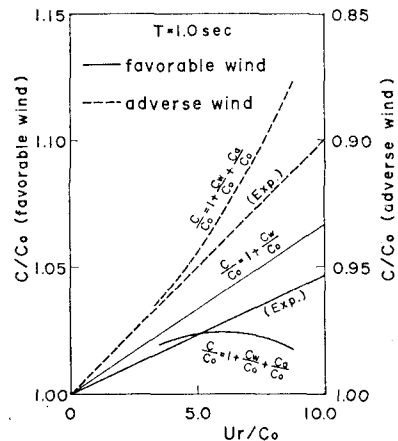


図-7 風 (順風と逆風) が波速に与える効果の実験値と理論計算との比較 (周期 1 秒の波を比較した)

参考文献

- 1) Shemdin, O.H.: Proc. of 13th Conf. on Coastal Eng., 1972, Canada.
- 2) Hidy, G.M. et al: J. Fluid Mech. 26, 1966, 651.
- 3) Miles, J.W.: J. Fluid Mech. 3, 1957, 185.
- 4) 光易 恒・水野信二郎: 第18回海岸工学講演会論文集, 昭和46年10月, 37.
- 5) 水野信二郎・光易 恒: 九州大学応用力学研究所報第40号, 昭和48年, 出版予定
- 6) 加藤 始: 第19回海岸工学講演会論文集, 昭和47年, 113.
- 7) Phillips, O.M.: The dynamics of the upper ocean (Cambridge University Press), 1966.