

# 海洋波の方向スペクトルについて

光 易 恒\*・水野信二郎\*\*・本多忠夫\*\*\*・力石国男\*\*\*\*

## 1. 緒 言

不規則波としての海洋波は、第1近似としては、波高、周期および進行方向を異にする無限に多くの正弦的な波が不規則な位相で重ね合わされた結果生じたものと考えられている。そして、特定の角周波数 $\omega$ および進行方位角 $\theta$ を有する波の近傍の成分波に対する波のエネルギーの配分を示すものとして方向スペクトル関数 $\phi(\omega, \theta)$ が定義され、これによって海洋波の記述が行なわれている。したがって、海洋波の方向スペクトルの構造ならびにその変化を明らかにすることは、学問的にも実用的にもきわめて重要な問題である。このため、1950年代のはじめより、非常に多くの研究が続けられているがこれらの大部分は、風波の周波数成分間のエネルギー配分を示すいわゆる周波数スペクトル $\phi_1(\omega)$ に関するものであって、波の進行方位に対するエネルギー配分まで考慮した方向スペクトル $\phi(\omega, \theta)$ の形に関しては、現在でも精密なデータはきわめて少ない状況にある。すなわち比較的精密な実測値をもとにして求められた実用的な方向スペクトルとしては、筆者らの知る限りではSWOPのスペクトルがあげられるにすぎない<sup>1)</sup>。その原因は、次のような事情によるものである。海洋波の方向スペクトルを測定するためには、(i)複数個の波浪計を適切な配列で空間的に配置し、多数点における水位変動の同時計測を行なう方法<sup>2)</sup>、(ii)航空機などを利用して、海面の実体写真などを撮影し、波による海面の3次元凹凸を測定する方法<sup>1)</sup>、あるいは(iii)波面の上下変位と同時に波面の勾配、曲率あるいは波による水粒子の軌道運動など方向特性を有する量を測定する方法<sup>3), 4), 5)</sup>などが考えられるが、いずれの方法を採用したとしても、かなり大規模な装置と労力を必要とし、しかもそれらのデータ解析に非常に労力を要するわりに、測定精度の向上はかなり困難である。

このような状況にある海洋波の方向スペクトルの特性を明らかにするために、筆者らは、深海部を含む海洋のいかなる地点でも使用が可能で、しかも方向スペクトルを比較的高精度で測定することができるクローバー型波浪計を昭和46年度に開発し、これを使用して、外洋波な

らびに湾内発生波の観測をこの3年間続けてきた<sup>6), 7)</sup>。この報告は、これらの一連の観測の結果をもとにして、海洋波の方向スペクトルの構造を検討した結果をまとめたものである。

## 2. クローバー型波浪計<sup>4), 6)</sup>

### (1) 構造および測定法

クローバー型波浪計は、図-1および写真-1に示されるように、正三角形のフレームの各頂点の近くに円板状のフロートを2軸ジンバルを介してとりつけた大部分アルミ製のクローバー型のブイで、フレームに相対的な各フロートの傾斜角を内蔵されたポテンショメータで計測し、相互のフロートの傾斜角の差をとることによって波面の曲率を測定することができる〔詳細は文献6)参照〕。一方フレームの中央部のケース内のジャイロによりブイ全体の傾斜角を、ジャイロに固定された加速度計でブイの上下加速度を、さらにブイの上方に固定されているマグネットコンパスでブイの方位角をそれぞれ同時に計測することができる。このブイは現在のところ、長さ200mのロープで観測船に係留して使用されている。またブイに対する電源の供給ならびにブイよりの信号の伝送のための12芯のケーブルがロープに沿って固定されロープには10m間隔で浮子がつけられている。

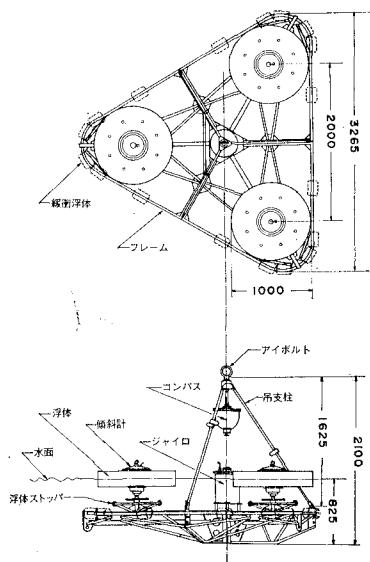


図-1 クローバー型波浪計（単位 mm）

\* 正会員 理博 九州大学 教授 応用力学研究所  
 \*\* 正会員 理博 九州大学 助教授 応用力学研究所  
 \*\*\* 正会員 九州大学 助手 応用力学研究所  
 \*\*\*\* 正会員 理修 九州大学 助手 応用力学研究所

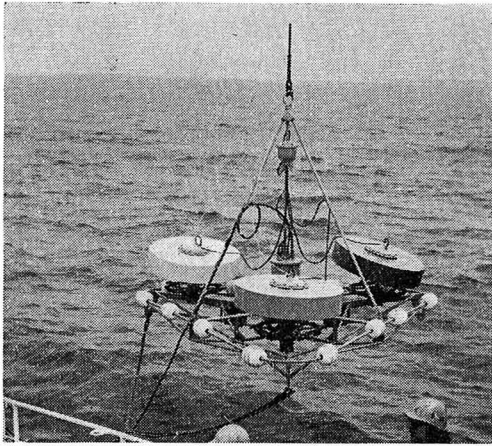


写真-1 クローバー型波浪計

ブイが波面に正確に追尾して運動するものと考えれば、上記の測定量をもとにして、波面  $\zeta(x, y, t)$  に関する次の6個の量を測定することができる。ここに、 $x, y$  は水平座標、 $t$  は時間をそれぞれ示す。

波面の上下加速度:  $\zeta_{tt}(=S_1)$

波面の勾配:  $\zeta_x(=S_2), \zeta_y(=S_3)$

波面の曲率:  $\zeta_{xx}(=S_4), \zeta_{yy}(=S_5), \zeta_{xy}(=S_6)$

これらの直接測定量をもとにして、次に2.(2)で述べような方法で、海洋波の方向スペクトル  $\phi(\omega, \theta)$  をかなり精密に求めることができる。

上述のような測定量は、ブイの運動を介して測定されるので、この波浪計の精度を支配するものは、内蔵された各種変換器の精度とともに、波に対するブイの応答特性である。したがって、波に対するこのブイの各種の応答特性が理論的ならびに実験的に詳しく調べられた<sup>6)</sup>。その結果、このブイは周期約2.5秒以上(周波数0.4 Hz以下)の波に対しては総合的にみてほぼ正確に追尾することがわかった。長周期側の限界は、波高にも関係するのではっきりしないが、周期15秒程度の波までは使用できるものと考えている。したがって、外洋の波のエネルギーの大部分が含まれる周期の範囲の波は、この波浪計でほぼ正確に測定できるものと考えられる。

## (2) クローバー型波浪計による波の方向スペクトルの測定原理<sup>4), 6), 7)</sup>

2.(1)で述べた6個の測定量  $S_1, S_2, \dots, S_6$  を使用して、クロス・スペクトルが次のように計算される。

$$C_{lm}(\omega) - iQ_{lm}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{S_l(t)S_m(t+\tau)} e^{i\omega\tau} d\tau \quad (l, m=1, 2, \dots, 6) \quad (1)$$

ここに、 $C_{lm}(\omega)$  はコ・スペクトル、 $Q_{lm}(\omega)$  はクォドラチャ・スペクトルである。また、

$$\overline{S_l(t)S_m(t+\tau)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T S_l(t)S_m(t+\tau) dt \quad (2)$$

は、クロス・コリレーション、 $\tau$  は時間のラグである。

全部で36個存在するクロス・スペクトルのうち、原理的に0になるもの、相互に等しいものなどを除いて、17個のクロス・スペクトル要素が計算される。これらのクロス・スペクトルと波の方向スペクトル  $\phi(\omega, \theta)$  をフーリエ分解した係数との間には一定の関係が存在する<sup>4), 7)</sup>。すなわち、方向スペクトル  $\phi(\omega, \theta)$  を

$$\phi(\omega, \theta) = \phi_1(\omega)G(\omega, \theta) \quad (3)$$

のように1次元スペクトル(パワー・スペクトル)  $\phi_1(\omega)$  と方向別のエネルギー配分に関する方向分布関数  $G(\omega, \theta)$  とに分けて考える。便宜的に

$$h(\omega, \theta) = \pi G(\omega, \theta) \quad (4)$$

なる方向分布関数  $h(\omega, \theta)$  を導入して、これをフーリエ分解すると次のようになる。

$$h(\omega, \theta) = \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cos n\theta + B_n \sin n\theta] \quad (5)$$

ここに

$$A_n + iB_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} h(\omega, \theta) e^{in\theta} d\theta \quad (6)$$

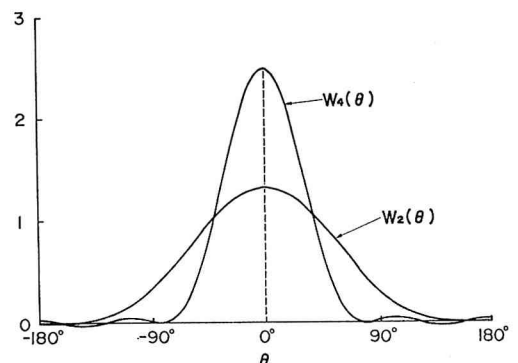
これらのフーリエ係数  $A_n, B_n$  と前述のクロス・スペクトル  $C_{lm}, Q_{lm}$  との間には一定した関係があるので、クローバー型波浪計で計測される17個のクロス・スペクトル要素より方向分布関数をフーリエ展開した係数を第4項まで求めることができ、これより方向分布関数を次のように近似的に決定することができる<sup>4), 7)</sup>。

$$h_4(\omega, \theta) = \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^4 w_n [A_n \cos n\theta + B_n \sin n\theta] \quad (7)$$

ただし  $w_n$  は方向分布関数の負の値の出現を防ぐために各項に乘じる重みで次のような値をとる。

$$w_1=8/9, w_2=28/45, w_3=56/165, w_4=14/99 \quad (8)$$

この第4項で打ち切られた方向分布関数に重み  $w_n$  を乗じた  $h_4(\omega, \theta)$  は、数学的には、真の方向分布関数  $h(\omega, \theta)$  に重み関数  $W_4(\theta) \sim \cos^{16}\theta/2$  を乗じたもの、

図-2 重み関数  $W_4$  および  $W_2$

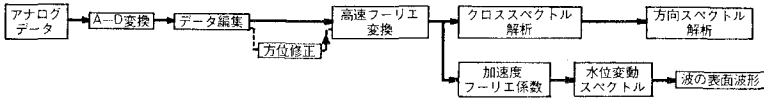


図-3 波浪データ解析の流れ図

すなわち

$$h_4(\omega, \theta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} h(\omega, \theta') W_4(\theta' - \theta) d\theta' \dots\dots\dots (9)$$

に対応する。この  $W_4(\theta)$  の形は 図-2 に示されている。ただしこの図には、フーリエ係数を第2項で打ち切って各項に重みを乗じたものに対応する重み関数  $W_2(\theta)$  の形と一緒に示されている。この  $W_2(\theta)$  は、ピッチ・ロール型波浪計で計測される方向分布関数に対応するもので、 $W_2(\theta) \sim \cos^4 \theta/2$  である。これよりピッチ・ロール型波浪計に比して、クローバー型波浪計の方が方向分解能がはるかに優れていることがわかる。

### 3. 現地観測およびデータ解析

#### (1) 現地観測

昭和46年12月より昭和48年6月にかけて、1) 紀伊水道→室戸岬沖→都井岬沖→東シナ海→玄界灘、2) 玄界灘、3) 豊後水道→日向灘→南西諸島海域、4) 相模湾および駿河湾、5) 相模湾→潮岬沖→豊後水道→玄界灘、6) 東シナ海、など合計6回の航海を行ない、主として冬冬季節風による外洋波ならびに湾内発生波の計測を前記クローバー型波浪計を使用して実施した<sup>6), 7)</sup>。1観測点における波の計測は一般に約1時間で目的に応じて(たとえば風下側に向かっての発達特性を調べるため)適当に観測点を移動して計測を行ない、データはアナログ型データレコーダーを使用して記録された。

#### (2) データ解析<sup>6)</sup>

磁気テープに記録された多量の波浪データは、津屋崎海洋災害実験所にあるデータ集録装置(DATAC-500, および DATAC-1500)でA-D変換され、電子計算機システムFACOM 270-20を使用して解析された。データの解析はFFT法によるクロス・スペクトル計算が中心で、その場合の計算条件は次のとおりである。

データのサンプリング間隔

$\Delta t$ : 約0.34秒あるいは0.4秒

データ数(一群につき)  $N$ : 2048個

データ長(一群につき)

$T$ : 11.39分あるいは13.6分

スペクトル解析: FFT法

フィルター(三角形): 有効帯域幅

$(\Delta f)e = 0.043 \text{ Hz}$  あるいは  $0.0366 \text{ Hz}$

スペクトルの自由度: 約60

計算されたクロス・スペクトルより2.(2)に述べられ

たような方法で方向スペクトルが計算された。

図-3は波浪データの解析の流れ図を示したものである。

### 4. 観測結果およびその検討

昭和46年12月29日太平洋で室戸岬の南約90kmの海域において計測された波の方向スペクトルに関する結果の一部を一例として 図-4 および 図-5 に示した。この波の発生条件は、N~NEの10m/s前後の風が約24時間吹き続けて発生したもので、吹送距離はあまりはっきりしないが、数100kmのオーダーと考えられる。図-4において最上段には波の1次元スペクトル  $\phi_1(f)$  ( $\text{m}^2 \text{ sec}$ ), 2段目には

$$\bar{\theta} = \tan^{-1} B_1/A_1 \quad (= \tan^{-1} Q_{13}/Q_{12}) \dots\dots\dots (10)$$

で定義される波の(周波数成分の)平均方向  $\bar{\theta}$ , 3段目および最下段には、後に議論される波の方向スペクトルの集中度を示すパラメーター  $S_1$  および  $S'$  がそれぞれ示されている。横軸は共通に周波数  $f(\text{Hz})$  である。図-4に示された結果より、スペクトル密度が集中している周波数成分の波は

約40°(NE)より来襲していることがわかり、これは観測時の風向および目視された波向とはほぼ一致している。低周波の0.1Hz以下の所には進行方向を異にする波(方位角約100°, E~ENE)がみられるが、これはうねりに対応しているものと考えられる。

図-5は方向分布関数  $h(f, \theta)$  [ $= \pi G(f, \theta)$ ]に関する計測結果を示したもので、横軸に波の

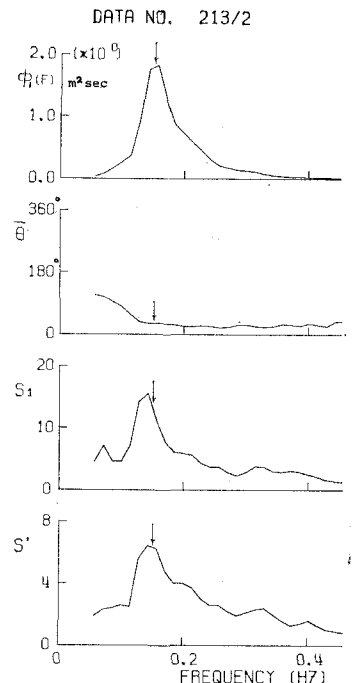


図-4 波の1次元スペクトル  $\phi_1(f)$  平均方向  $\bar{\theta}$  及び方向分布の集中度を示すパラメーター  $S_1, S'$

向きをとって、周波数成分別に  $h(\theta)$  が示されている。図中、実線はクロージャー型波浪計の全信号を使用して求められた方向分布関数  $h_4(\theta)$ 、点線は波面の上下加速度  $\zeta_{uu}$  および波面の勾配  $\zeta_x, \zeta_y$  の3種類の信号のみをもとにして求めた方向分布関数  $h_2(\theta)$  をそれぞれ示す。 $h_2(\theta)$  は真の方向分布関数にかかる重み関数  $W_2(\theta)$  の幅が比較的広いから、 $h_4(\theta)$  に比して、非常に平滑化されていることがわかる。

方向分布関数の構造を、さらに定量的に検討するために、図-5 に示された  $h_2(\theta)$  あるいは  $h_4(\theta)$  が近似的に単峰性 unimodal の分布関数と見做し得ることに着目して、 $h(\theta)$  を次の関数形<sup>3)</sup>

$$h(\theta) = G(S) \left| \cos \frac{1}{2}(\theta - \bar{\theta}) \right|^{2S} \quad \dots\dots\dots (11)$$

で近似して、 $S$  の値の検討を行なった。ここに  $\bar{\theta}$  は前述の波の平均方位、 $G(S)$  は  $\int_{-\pi}^{\pi} h(\theta) d\theta = \pi$  とするための規格化関数である。式(11)の関数は、図-6 に示されたような形を有し、指数  $S$  の増大とともに分布関数の集中度が増大する。

ところで、式(11)の関数形が実測された方向分布関数に完全に一致するものとすれば、方向分布関数のフーリエ展開係数  $A_n, B_n$  と式(11)の  $S$  との間には、次の関係が成立する。

$$C_n = \frac{S(S-1)\dots(S-n+1)}{(S+1)(S+2)\dots(S+n)} \quad (n=1, 2, \dots) \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここに

$$C_n = (A_n^2 + B_n^2)^{1/2} \quad \dots\dots\dots (13)$$

である。したがって波浪計で測定された方向分布関数のフーリエ展開係数  $A_n, B_n$  より係数  $S$  を決定することができる。しかも  $n$  の値に応じて  $S$  の値が定まるので、 $n=1$  に対応するもの、すなわち  $A_1, B_1$  より定まるものを  $S_1$  とすれば、 $A_2, B_2$  より定まるものが  $S_2$  以下同様にして、今回の場合  $S_4$  まで求められる。これら

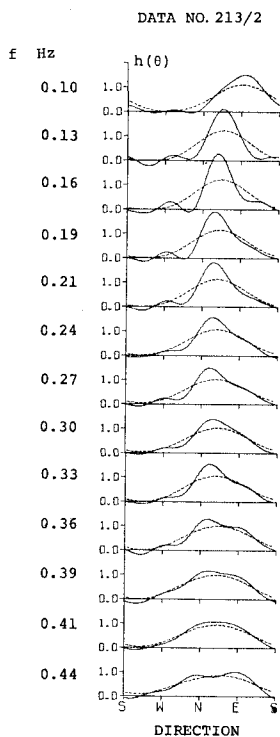


図-5 波の方向分布関数  $h(f, \theta)$

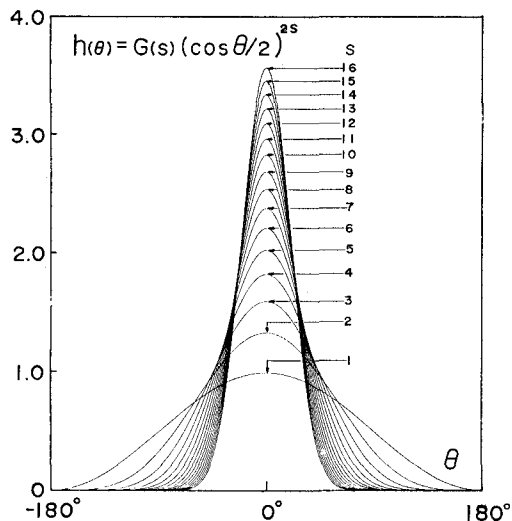


図-6 方向分布関数のモデル

の各  $S_n$  は、式(11)が方向分布関数を正確に表現するものであるならば、すべて等しいはずであるが、測定誤差その他の影響で必ずしも完全には一致しない。われわれの多くの計測結果によると、 $S_1$  と  $S_2$  とは大部分の場合ほぼ等しいが、 $S_3$  以上はかなり異なった値を示すことが見出された。図-4 に示された  $S_1$  はこのようにして、 $A_1, B_1$  より決定された  $S$  の値である。最下段は  $S'$  は若干異なった方法、すなわち図-5 に示された方向分布関数  $h(\theta)$  に関数(11)が一致するように、最少自乗法的に定めた  $S$  の値である。

図-4 に示された結果において、他の大部分のデータについても同様であるが、最も興味ある事実、方向分布関数の集中度を示すパラメーター  $S_1$  が、1次元スペクトルのピークの周波数(矢印●の所)あるいは少し低周波側で非常に大きな値をとり、それをはずれると、急速に小さくなる点である。このことは別の言い方をすれば、波の大部分のエネルギーを含む主要周波数成分は、比較的一定した方向に進んで、方向分散が小さいが、スペクトル密度の小さい高周波成分あるいは低周波成分は、方向分散が大きいことを意味する。ただし、各周波数成分の平均方向は、ほぼ風向に一致している。

従来、実用的な方向分布関数として、周波数に無関係な

$$G(\theta) = \frac{2}{\pi} \cos^2 \theta \quad \dots\dots\dots (14)$$

がよく使用されているが、上述のような結果を考慮すると、これは今後修正する必要があるように思われる。

1次元スペクトル  $\phi_1(f)$  に関しては、すでに詳しく発表されているので結論のみ述べると次のとおりである<sup>6)</sup>。海洋波の1次元スペクトルは非常に多様性に富んでいるが、それらの無次元形は、(i) 風洞水槽で起こされた風波のスペクトルとほとんど同形で、スペクトル

のピーク付近に非常にスペクトル密度が集中したもの、  
 (ii) Pierson-Moskowitz のスペクトル<sup>8)</sup>のようにスペクトル密度の集中度があまり大きくないもの、ならびに  
 (iii) 博多湾で従来観測された多くのスペクトルのように集中度が上記の2種類のスペクトルの中間にあるものなどに大別される。これらのスペクトル形と波の発生条件との関連は、現在のところ、まだあまりはっきりしていないが、大ざっぱに言って、比較的吹送距離の短い発生域内の風波では(i)のタイプのスペクトルが多く、外洋で吹送距離が長くなると(ii)あるいは(iii)のタイプのスペクトルが生じる場合が多い。Pierson-Moskowitz のスペクトルは、われわれが現在までに計測した海洋波の1次元スペクトルのうちで最も集中度の小さいスペクトル群に対応している。

## 5. 結 論

現在までに得られた海洋波のスペクトル構造に関する主要な結論は次のとおりである。

(1) 海洋波の1次元スペクトルは非常に多様性に富んでいるが、それらは、風洞水槽で発生した風波のスペクトルのように非常に集中度の大きいもの、湾内発生風波のように中程度の集中度のもの、ならびに集中度の最も小さいものに対応する Pierson-Moskowitz のスペクトルなどに大別される。

(2) 海洋波の方向分布関数は、進行方位角 $\theta$ のみの関数ではなく、その集中度が波の周波数 $f$ にも依存する。すなわち1次元スペクトルのピーク付近の周波数の成分波では、方向分布関数の集中度が最も大きく、波は風と同じ方向にそろって進行しているが、その周波数を

はずれると高周波側でも低周波側でも急速に集中度が低下し、方向分散が大きくなる。

実用的なスペクトルの表現式に関しては現在検討中であるので、近い将来に発表する予定である。

終りに、本研究を進めるに際して全面的な協力を得た応用力学研究所の江藤賢次技官および田中道芳技官ならびに原稿の作成に際し助力を得た野口佐保嬢に感謝致します。また現地計測に際しては、東京大学海洋研究所、日本造船研究協会、三井海洋開発㈱、芙蓉海洋開発㈱等より観測船の利用その他に関し、多大の便宜を計っていただいた。関係各位に対し心より感謝致します。

本研究は、文部省より臨時事業費の援助を受けて行なわれたものであり、多量の波浪データの処理はすべて津屋崎海洋災害実験所の電子計算機 FACOM 270-20 によって行なわれた。

## 参 考 文 献

- 1) Cote, L. J. et al.: Meteorological Paper, Vol. 2, No. 6, New York Univ., 1960.
- 2) Barber, N. F.: Ocean Wave Spectra, Proceeding of a Conference, Prentice-Hall, 1963.
- 3) Longuet-Higgins, M. S., Cartwright, D. E. and Smith, N. D.: Ocean Wave Spectra, 同上.
- 4) Cartwright, D. E. and Smith N. D.: Buoy Technology, Washington, M. T. S., 1964.
- 5) Nagata, Y.: J. Oceanogr. Soc. Japan, 19(4), 1964.
- 6) 光易恒, 外: 九州大学応用力学研究所所報, 第39号, 1973.
- 7) 光易恒, 外: 同上, 第40号, 1973.
- 8) Pierson, W. J. and Moskowitz, L.: J. Geophys. Res., Vol. 56, No. 24, 1964.