

浅水領域における波形の分裂現象

—二次波峯現象と Soliton について—

石田 昭*・石田 和生**

1. 緒 言

この論文は一樣水深領域における波形の分裂現象を取り扱っている。波が浅水領域の斜面上を進行するときには Shoaling という変形現象があるが Shoaling の理論によれば、一樣水深領域での波は定形波をもつことになる。これとは別に比水深が小さくなると一樣水深領域でも波形の変形現象があることが Miche¹⁾、堀川²⁾、合田³⁾らによって報告されている。また細井⁴⁾、石田⁵⁾らはこのような変形現象(二次波峯現象)を波数・周波数スペクトルに分解する方法を述べるとともに、若干の解析結果をもとにして二次波峯現象の二、三の特性を報告している。

一方、非線型性と周波数分散性を考慮した、1方向に進行する水の長波の式として誘導された D.J. Korteweg と G. de Vries の方程式(一般に KDV 方程式とよばれている)は、近年になりプラズマを初め諸分野の波動問題において、長波の重要なモデル式であると認識されるようになってきている。また KDV 方程式に単一な波形を初期値として代入して数値解析をすると、波はいくつかに分裂し、それぞれの波が独立した孤立波であるかのように進行することが Zabusky ら⁷⁾の研究によってもわかる。このような分裂した個々の孤立波のような波(すなわち、分裂によって生じた二次波峯のことである)を Soliton という新しい概念で取り扱うようになってきている。

この論文は一樣な浅水領域での波形の分裂現象の記録を実験的に収録し、著者の一人らが行ってきた二次波峯現象としての解析方法を適用すると同時に、Zabusky ら⁷⁾が提案した差分された KDV 方程式に実験波形を初期値として代入する数値解析方法を適用して浅水波の分裂現象を考察したものである。

2. 実験方法

実験方法は文献 4)、5) に述べた方法と本質的には変わらないが、データレコーダー (TEAC 社製 R-200, 同 R-410) 及びデータ処理装置 (TEAC 社製 DP-300S) を駆使して記録を収録したのでサンプリング間隔 Δt が 1/15 sec であること、各観測点 (Station No. 0 から 93

まで)の間隔 Δx が 20 cm であること、および各観測点で 4 周期ずつの波形記録を A-D 変換させたことなどが相違している。

実験は 9 ケース行ない、その条件は表-1 に示すとおりである。表中 T は周期、 L_a は微小振幅波理論に基づく波長である。実測波長は現時点では解析されていない。 h は水深、 X は二次波峯の再現間隔(または発生間隔)、 H は原点 (Station No. 0) での波高である。なお比水深 h/L はすべて 0.1 以下である。

3. 二次波峯現象としての解析

(1) 解析方法および解析結果

解析方法は文献 4)、5) に述べた方法と本質的に変わらないが、たとえば Data No. 1-5 などのように比水深が小さくなると、二次波峯再現間隔 X が Station No. 93 までの距離 1 860 cm より長くなる場合がある。この場合には波数に関する調和分解が不可能になるので、二次波峯現象の特性を利用して $X/2$ から X までに相当する場所の時間記録として、 $X/2$ から 0 までに相当する観測点の時間記録の t 軸を逆にしたものを使用した。また波数に関する調和解析を行なう場合に必要の主峯の速度 C_g が現時点で解析されていないので、便法として各観測点での時間記録を調和解析して得られる基本波(振幅が A-1 で示される波)の位相が 0 となるような操作を施した。解析結果を表-1

に示した。表中 A_{ij} 、 θ_{ij} とは波数・周波数に関する振幅スペクトルに分解したときの振幅の絶対値およびその位相であり、波数と周波数の関係は図

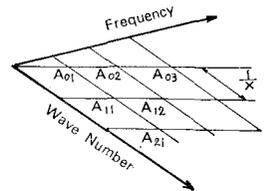


図-1 A_{ij} と波数・周波数の関係

(2) 二次波峯の再現間隔

分裂した二次波峯は主峯よりも速度が遅いので後続の主峯に追い越される。このとき姿が見えなくなってしまうが、しばらくすると再び出現し、一定間隔ごとに出現と追越しという現象を繰り返す。合田³⁾はこの間隔を二次波峯の出現間隔とよび波高 H と水深 h の比をパラメーターとして X/L の値を実験的に求めている。文献 4) では二次波峯の発生間隔と名付けて数式による表示方法

* 正会員 工修 名古屋工業大学講師 工学部土木工学科

** 正会員 工修 清水建設株式会社

表—1 実験条件および解析結果

Data No.		1-2	1-4	1-5	2-3	2-4	2-5	2-6	3-1	3-2
T	(sec)	1.710	2.363	3.035	1.771	2.062	2.459	3.023	2.947	3.313
L_a	(cm)	200.2	281.5	364.1	171.6	200.9	240.8	297.1	250.8	280.8
h	(cm)	15.0	15.0	15.0	10.0	10.0	10.0	10.0	7.4	7.4
h/L_a		0.0749	0.05329	0.0412	0.0583	0.0498	0.0415	0.0337	0.0295	0.0264
X	(cm)	600	1 320	2 640	600	1 000	1 700	3 120	2 240	3 200
X/L_a		2.99	4.85	7.40	3.50	4.97	6.65	10.40	9.00	11.40
H	(cm)	5.17	4.57	3.10	3.81	3.21	2.60	3.95	2.21	1.89
H/h		0.344	0.304	0.207	0.381	0.321	0.260	0.395	0.299	0.255
$2X/L_a$		5.99	9.38	14.50	6.99	9.96	14.12	21.00	17.86	22.79
$n_{exp.}$		6	9	14	—	10	14	—	17	22
Number of Crest		2	3	3	3	3	3	4	4	4
A_{01}	(cm)	1.891	1.508	1.117	1.140	0.953	0.733	1.066	0.410	0.363
θ	(rad)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
A_{11}	(cm)	0.092	0.232	0.205	0.145	0.161	0.144	0.273	0.125	0.120
A_{11}/A_{01}		0.048	0.154	0.183	0.127	0.168	0.197	0.256	0.305	0.329
θ_{11}	(rad)	0.616	0.100	-0.024	0.541	0.329	0.091	-0.021	-0.029	-0.020
A_{21}	(cm)	0.0127	0.0124	0.0265	0.0101	0.0095	0.0149	0.059	0.053	0.064
A_{21}/A_{01}		0.007	0.008	0.024	0.009	0.010	0.020	0.055	0.128	0.175
θ_{21}	(rad)	-1.069	-1.589	-0.049	1.028	-2.951	-0.634	-0.041	-0.057	-0.040
A_{02}	(cm)	0.842	0.653	0.349	0.587	0.403	0.284	0.381	0.145	0.097
A_{02}/A_{01}		0.445	0.433	0.312	0.514	0.423	0.388	0.358	0.353	0.266
θ_{02}	(rad)	0.010	-0.032	-0.007	-0.027	0.037	-0.038	-0.011	-0.048	0.015
A_{12}	(cm)	0.392	0.679	0.427	0.431	0.428	0.365	0.541	0.194	0.118
A_{12}/A_{01}		0.207	0.450	0.382	0.378	0.449	0.498	0.508	0.474	0.324
θ_{12}	(rad)	-2.407	-2.938	3.124	-2.451	-2.833	-2.989	3.118	3.112	-3.128
A_{22}	(cm)	0.057	0.224	0.207	0.105	0.188	0.145	0.259	0.084	0.0132
A_{22}/A_{01}		0.030	0.148	0.185	0.092	0.197	0.198	0.243	0.204	0.036
θ_{22}	(rad)	2.035	0.254	-0.061	1.541	0.662	0.343	-0.057	-0.139	0.072
A_{03}	(cm)	0.269	0.203	0.0364	0.252	0.103	0.061	0.0078	0.0388	0.0450
A_{03}/A_{01}		0.142	0.135	0.0326	0.221	0.108	0.083	0.007	0.095	0.124
θ_{03}	(rad)	-0.016	-0.093	0.324	-0.106	0.124	-0.344	3.024	-3.084	-3.136
A_{13}	(cm)	0.218	0.473	0.364	0.296	0.313	0.262	0.417	0.146	0.086
A_{13}/A_{01}		0.115	0.313	0.325	0.260	0.328	0.357	0.391	0.355	0.237
θ_{13}	(rad)	-2.419	-2.959	3.139	-2.447	-2.883	-2.933	3.120	3.114	3.139
A_{23}	(cm)	0.0110	0.114	0.108	0.087	0.114	0.106	0.158	0.0304	0.0074
A_{23}/A_{01}		0.006	0.076	0.096	0.076	0.119	0.144	0.148	0.074	0.020
θ_{23}	(rad)	-3.068	0.526	0.059	1.709	0.909	0.592	-0.035	-0.130	-0.067
A_{04}	(cm)	0.088	0.0384	0.068	0.077	0.0135	0.0218	0.090	0.065	0.053
A_{04}/A_{01}		0.047	0.025	0.060	0.068	0.014	0.030	0.084	0.159	0.145
θ_{04}	(rad)	0.049	-0.365	3.129	-0.194	1.882	-2.627	-3.128	-3.117	-3.130
A_{14}	(cm)	0.098	0.215	0.156	0.163	0.149	0.119	0.183	0.051	0.0147
A_{14}/A_{01}		0.052	0.142	0.140	0.143	0.156	0.162	0.171	0.123	0.040
θ_{14}	(rad)	-2.423	-2.970	3.116	-2.443	-2.899	-2.969	3.114	3.110	-3.140
A_{24}	(cm)	0.0287	0.113	0.081	0.090	0.093	0.099	0.151	0.0487	0.0198
A_{24}/A_{01}		0.015	0.075	0.072	0.079	0.097	0.135	0.141	0.119	0.054
θ_{24}	(rad)	2.200	0.347	-0.038	1.799	0.804	0.537	-0.049	-0.090	-0.072

を導いている。またプラズマにおける Soliton を研究している Zabusky ら⁹⁾によれば、分裂したすべての Soliton が一定時間ごとに1点に収束して初期状態に戻る再現現象があり、この時間を再現時間 (Recurrence Time) T_R と名付けている。後述するように Zabusky ら^{7), 8)}の方法では時間波形と距離波形が同じであると仮定するので、 X と T_R とは実質的に相違はない。ことばを統一するために今後は再現時間 T_R および再現間隔 X とよぶことにする。なお Zabusky ら⁹⁾の論文によれば、分裂する Soliton の数が多くなっても、分裂した Soliton を順に数えて (主峯を1とする) 奇数番目の Soliton 群と偶数番

目の Soliton 群が $T_R/2 + T_R \times$ 整数の時刻にはそれぞれ別々の場所 (偶数番目の群は主峯と主峯の中央の場所) で収束現象を示して重なり合い、2つの波峯だけとなると述べている。したがって、 $T_R \times$ 整数に相当する場所が二次波峯の追越し点にあたり、 $T_R/2 + T_R \times$ 整数に相当する場所が二次波峯の発生点とよんでいる場所に相当することになる。

さて実験結果を示したのが図—2である。実験はすべて H/h の値が0.2から0.4の間にあり、ほぼ合田の提案する $H/h=0.3$ の曲線上にプロットされている。太い実線は文献4)で述べた次式

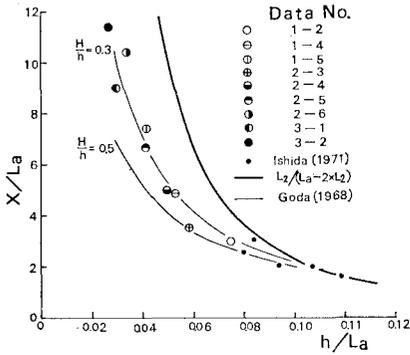


図-2 二次波峰再現間隔

$$\frac{X}{L_a} = \frac{L_2}{L_a - 2L_2} \dots \dots \dots (1)$$

を示したものであるが、 L_a の値として微小振幅波理論の値でなく、それよりも大きな値である実測波長を適用すれば実験値ともっとよく一致するであろう。

(3) 場所的に変化する調和波の振幅

各 Station に設置した波高計から得られる時間波形を調和解析し、3倍波までの振幅を順番に A-1, A-2, A-3 としてプロットしたのが 図-3 である。図中の ↑印は二次波峰の発生点あるいは偶数番目の Soliton が収束する場所を示している。また波型の印によって1波長 L_a の長さも図中でわかるようにした。なお Station No. 0 は造波板の直前(造波板の移動中心より約20cm岸側の場所)にあたり、Station No. 93 はそれより1860cm岸側で、砕石で作った消波用の斜面の始点付近にあたる。

さて Data No. 1-5, 2-6, 3-1, 3-2 については相対的に水路長が短いために、再現現象を確認することは不可能であるが、他のケースでは波形の時間記録から再現することが確認された。このことは各 Station での時間波形から得られる調和波の振幅が X 間隔ごとに同じ値になること(図-3)からも明らかである。また分裂する波峰の数(主峰も数に入れた値が表-1に示してある)と調和波の振幅との間に次のような関係があることがわかる。1) 2峰の場合; 全区間で $A-1 > A-2 > A-3$ である。2) 3峰の場合; 原点および追越し点では2峰の場合と同じであるが、再現点(↑印の点)では $A-2 > A-1 > A-3$ となる。3) 4峰の場合; 3峰の場合とほぼ同じであるが、原点と再現点の中間付近で A-3 が最大となっている。以上のことから分裂する波峰が多くなるほど高周波成分の振幅が大きくなることが考えられる。また表-1の中で θ_{03} と θ_{04} の値が4峰の場合だけ大きな値となっていることも顕著な点である。

(4) ストークス波的な成分波群

図-3 に示した調和波の振幅の場所的变化をみると、Data No. 2-6 を除くほとんどのケースにおいて、A-1

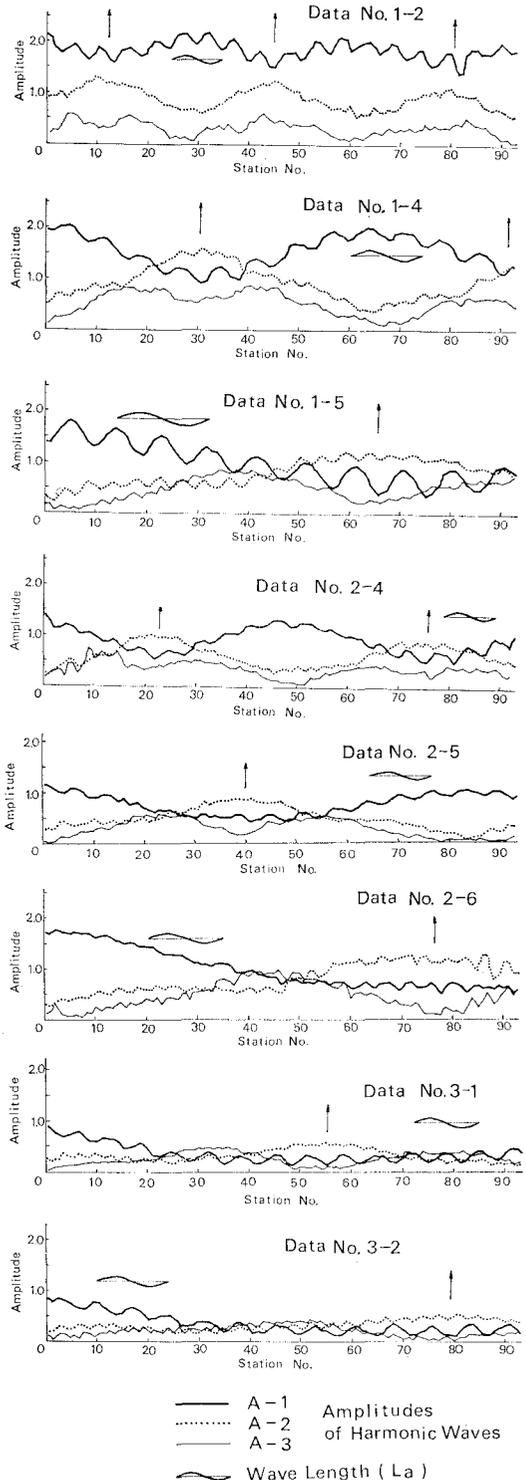


図-3 場所的に変化する調和波の振幅

の値はほぼ $L_a/2$ を波長とする規則正しい変動が含まれていることに気付く。 A_{01} で示される基本成分波の波数を k_1 , 周波数を σ_1 で表示すれば、この変動の原因となる成分波は $\exp i(3k_1x - \sigma_1t)$ という振動項を持っている

る。さらにA-2の値は(特にData No. 1-5において顕著である) $L_a/4$ を波長とする規則正しい変動を示しており、この変動原因となる成分波は $\exp i(6k_1x-2\sigma_1t)$ という振動項を持っているはずである。両者は波速が同じであるという意味でストークス波的に挙動するはずである。もちろん A_{01}, A_{02} および A_{03} など示される成分波を加えたものはストークス波であるので、二次波峯現象には少なくとも2組のストークス波的挙動の成分波群が存在することになる。

A-1 の変動に含まれる $L_a/2$ の波長の波を確かめるために再現間隔 X 内に出現するその振動数 n (表-1 では $n \exp.$ で示す) を図-3より読み取り

$$n = \frac{X}{L_a/2} \dots\dots\dots(2)$$

の関係の妥当性をみたのが図-4である。ほぼ理論線上にプロットされるので、A-1の中に $L_a/2$ の波長の成分波が存在することは確かであると思われる。ただし $t' = t - x/c_c$ と

いう移動軸から波形を読み取っているので $k = k' + \sigma/c_c$ という関係⁴⁾があり、図-3の上で $L_a/2$ の波長 (k' に対応) は絶対軸上では $L_a/3$ の波長である。

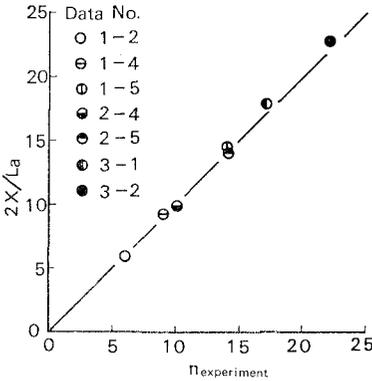


図-4 A-1 に出現する高波数の振動数

4. Soliton としての解析

(1) KDV 方程式とその差分化

KDV 方程式は非線型かつ分散性の長波に適用される式であるが、その誘導方法の原理については Benjamin ら⁹⁾ の論文にわかりやすく説明してある。Zabusky ら⁷⁾ は KDV 方程式を差分化して数値解析する方法を次のように提案している。

まず静水深 h^* からの水位変動を $\eta^*(x^*, t^*)$ として距離 x^* と時間 t^* の関数であるものとする (*印は次元を持った量を表す)。次に初期値の波形の最大値を η_{max}^* とし、長波の線型波速を C_0^* とする。

$$\eta_{max}^* = \max [\eta^*]_{t=0} \dots\dots\dots(3)$$

$$C_0^* = (gh^*)^{1/2} \dots\dots\dots(4)$$

さらに C_0^* で移動する移動座標を採用して次のような無次元化をする。

$$\eta = \eta^*/\eta_{max}^* \dots\dots\dots(5)$$

$$t = 3 h_{max}^* \cdot t^*/(h^* T^*) \dots\dots\dots(6)$$

$$x = 2(x^* - C_0^* t^*)/L^* \dots\dots\dots(7)$$

KDV 方程式としては次の形が得られる。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \eta \frac{\partial \eta}{\partial x} + \partial^2 \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} = 0 \dots\dots\dots(8)$$

$$\partial^2 = 4h^* t^*/(9gh_{max}^* T^{*2}) \dots\dots\dots(9)$$

∂^2 は Ursell のパラメーターに関する量で波の分散性の度合を示すものである。Zabusky らは式 (8) の差分化にあたり、図-5 に示す4点での η の値を含むように工夫して

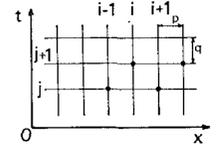


図-5 格子点の取りかた

$$\eta(i, j+1) = \eta(i+1, j) - [\eta(i+2, j+1) - \eta(i-1, j)] [(\partial^2 + F) / (3 \partial^2 - F)] \dots\dots(10)$$

ここで、

$$F = p^2 [\eta(i+2, j+1) + \eta(i-1, j)] / 8 \dots\dots\dots(11)$$

$$p = 1 / (2M) \dots\dots\dots(12)$$

$$q = p^3 / (4\partial^2) \dots\dots\dots(13)$$

であり、 p および q は差分の間隔である。2M は波形を A-D 変換して離散的表示にするときの1波長内のデジタル量の個数である。

実際の計算に際しては、短区間ならば近似的に $\eta(0, t) = \eta(L(1-t/T), 0)$ であるという仮定、すなわち時間波形と距離波形が軸の前後を逆にすれば一致するという仮定を用いないと解析できない。この仮定を用いれば時間波形は実験的に周期性を持つことが確認されるので距離波形についても

$$\eta^*(x^*)_{t^* = \text{const}} = \eta^*(x^* + L^*)_{t^* = \text{const}} \dots\dots\dots(14)$$

または

$$\eta(x)_{t = \text{const}} = \eta(x+2)_{t = \text{const}} \dots\dots\dots(15)$$

のように周期性があると考えられることができる(実際にはこの仮定は定形波を意味するので成立しない)。上記の仮定を採用することにして原点に設置した波高計から得られる時間波形を軸の前後を逆にして距離波形に直し初期値とする。1波長内を 2M に分割し、 $\eta(2M+1, 0)$ および $\eta(2M-1, 0)$ の値と補外法によって推定した $\eta(2M+2, 1)$ の値を使用すれば式 (10) より $\eta(2M, 1)$ が決まる。図-5において左側へ(原点方向へ)順に掃き出してゆけば $\eta(2, 1)$ が求まるので、距離波形についても周期性があるという上記の仮定によって

$$\eta(2, 1) = \eta(2M+2, 1) \dots\dots\dots(16)$$

となるまで $\eta(2M+2, 1)$ の値を推定し直す(式 (16) の両辺の値の平均値を代入した)。これによって t 方向に 1 step 進んだところの波形が得られることになり、順次繰り返して行けば任意時間経過したのちの波形が求められる。

(2) 解析波形と実験波形の比較

図-6 は実験波形と解析波形の一例を示したものであ

る(解析によって得た距離波形を再び時間波形に換えたもの)。実験波形は便宜的に各 Station で得られる時間波形の主峯の位置をそろえて示してあるが、解析波形は移動座標系からみたものであり、図-7 に示すように主峯(主 Soliton)の速度が長波の線型波速より早いために、図-6 では左方に傾くように表示されるのであろう。解析波形と実験波形を比べると、波形が分裂する様子はほぼ共通しており、定性的には Zabusky らの方法で現象を説明しようと思われる。Soliton の出現する点および収束によって姿を消す場所などもほぼ一致するようである。

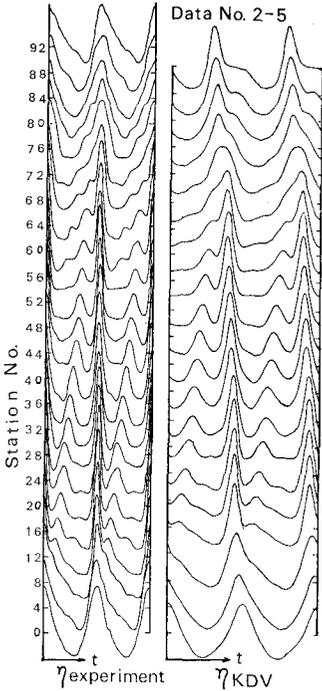


図-6 解析波形と実験波形の比較 (時間波形)

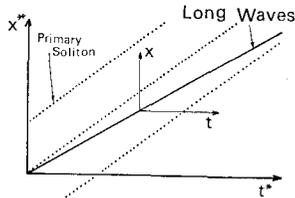


図-7 移動座標の取り方と主峯の走時線

(3) 解析波形に見られる再現現象

1 波長内のデータ数 $2M$ の値によって解析の分解能および計算時間が大幅に変化する。時間的には式 (13) でわかるように 3 乗のオーダーで影響してくる。図-8 は $2M$ の値を 50 にして、 j (時間方向 step 数) を 5000 まで計算させたものである。右上端の写真番号が 1 の図面の最下段の波形が造波板直前の Station 0 での時間波形を距離波形に直したもので、これを初期値として、順に 50 step (時間にして約 0.86 sec, 座標の移動距離約 85 cm) ずつ経過したときの距離波形をグラフィックディスプレイ装置上に出力させてネガフィルムに撮影し焼付したものである。横軸は移動座標からみた距離すなわち式 (7) の x であるので図-7 からわかるように主 Soliton の速度は長波の線型波速より大きく、右方に峯が傾くように表示される。なお以後のネガフィルムを焼付けした図面はすべて名古屋大学大型計算機センターの図形出力サービスを利用したものである。この図を見ると明らか

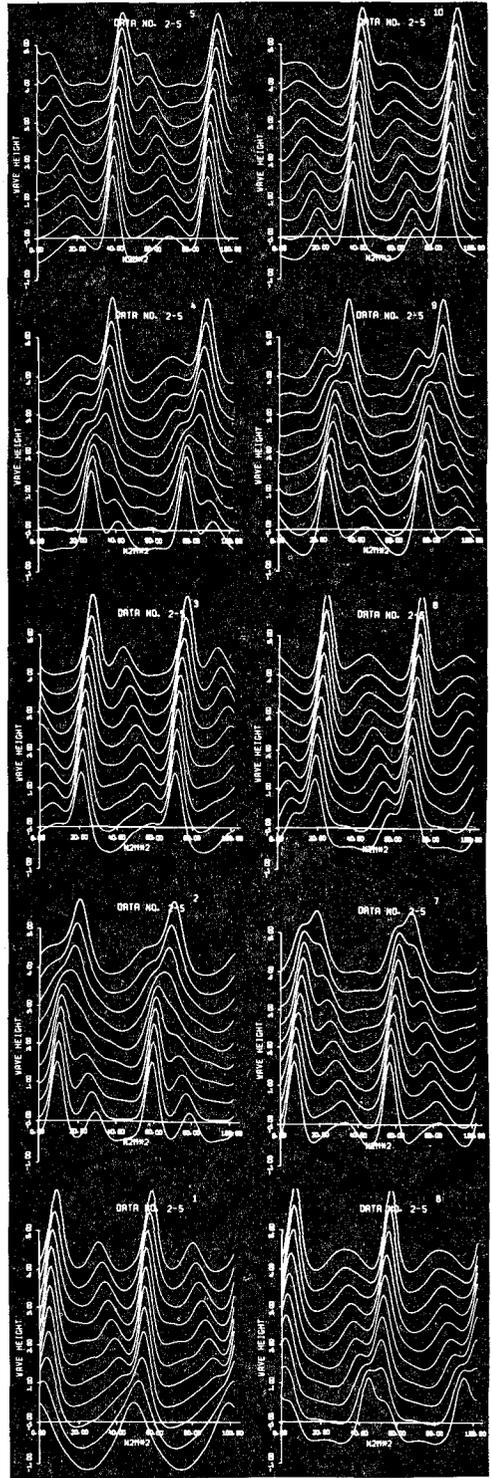


図-8 解析した距離波形の一例

に再現現象がみられ、写真番号 10 の図面までの間に 5 回の再現がみられる。図-9 は解析波形を構成する調和波のうち 4 倍波までの振幅を表示したもので、調和波の振幅が規則的に変化していて、強い再現現象が存在する

ことがうなずける。図-3に示した実験波の振幅変化と比較すると、図-3の実験波は $\Delta x = 20$ cm であるのに対して図-9の解析波は $\Delta x = 85$ cm であって分解能が悪い。したがって細部の比較はできないが、長い波長の変動についてはよく似ている。また3.(4)に述べたような短い波長の変動が見られない点が相違している。

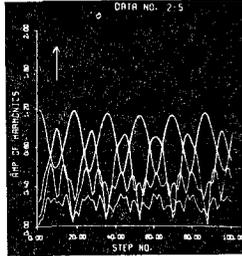


図-9 解析波形を構成する調和波の振幅

次に分解能を良くした例として、分裂する Soliton の数が多い Data No. 2-6 について $2M$ を 100 として j を 3 000 まで解析し、50 step (時間にして約 0.2 sec, 座標の移動距離約 19.8 cm) ごとに距離波形を示したのが図-10である。写真番号3の図の下段近くで4つの Soliton に分裂することがわかる。また写真番号5の図の上段の波形あたりが $X/2$ に相当する点であり、Zabusky らのいう奇数番目の Soliton と偶数番目の Soliton が別々に収束する $T_R/2$ に相当する時間と思われる。図-11(a)は解析波形に含まれる調和波の変動を示したもので

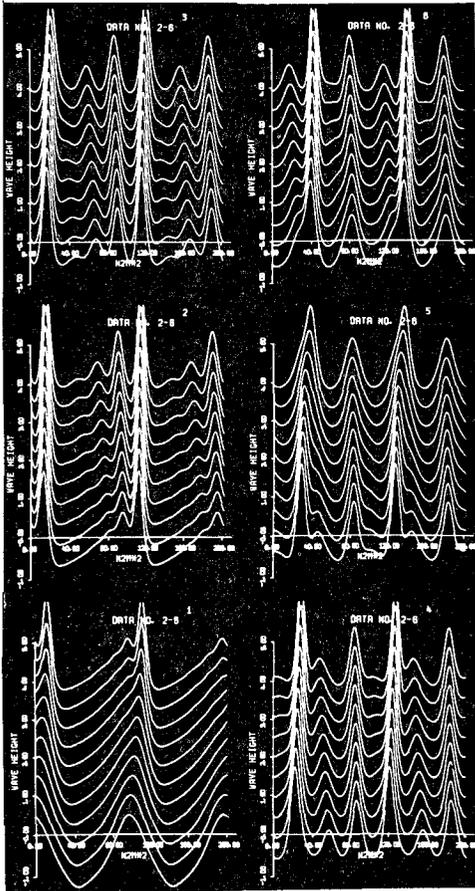
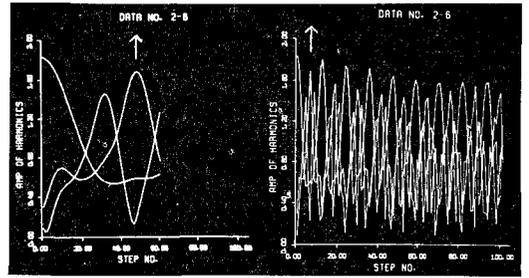


図-10 分解能をよくして解析した一例



(a) $2M=100$ の場合 (b) $2M=50$ の場合
図-11 解析波形に含まれる調和波の振幅

図-3の実験波の振幅変動とよく似ている。実験波の方にも規則正しい高波数の振動はみられないが解析波の方は全くなめらかに変化している。図-11(b)は同じ Data No. 2-6 について $2M$ の値を 50 にして $j=5 000$ まで計算したものであるが、この図から判断すると解析波形については強い再現現象は考えられず、Zabusky らのいう“Near Recurrence”現象となるだろうと思われる。

(4) 調和波の振幅の変動

図-12は解析波形から得られる各調和波の変動を示したもので、すべて $2M$ の値を 50 とし $j=5 000$ まで計算したものである。Data No. 1-2, 1-4 および 1-5 は高波数の振動がない点を除けば図-3の実験波の場合とよく一致している。また強い再現現象があることもわかる。Data No. 3-1 については前述の Data No. 2-6 と同様に“Near Recurrence”あるいは再現現象がないとも考えられるような不規則な変動を示している。

解析波形から得られる調和波の振幅の変動に高波数の変動がみられない原因、および Data No. 2-6, 3-1 のように比水深が小さくなると強い再現現象がみられなくなる原因(実験波形にも強い再現現象がないのかも知れな

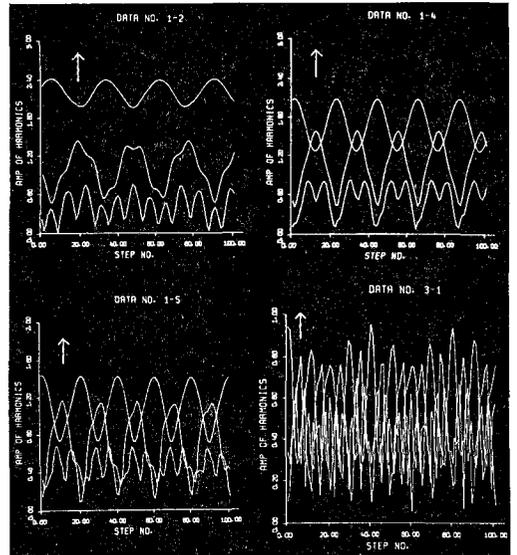


図-12 解析波形に含まれる調和波の振幅

いが図-3の Data No. 2-6をみるかぎりでは他のケースと同じように再現するように推察できる)として考えられる第1のことは、Zabuskyらの差分化による方法で式(15)を使う仮定が現象に合致していないということである。第2に考えられる原因(こちらの方が可能性が強いと思うのだが)はKDV方程式そのものが非線型性と周波数分散性だけを考慮して導かれているという点である。二次波峯現象の解析においてははっきりするように波速は波数 k のみの関数ではなくて k と周波数 σ の両者の関数であり、 σ と k の間には1対1の対応はない。このことが解析波形の中に3.(4)で述べたような高波数の波が存在しない原因と思われる。したがってZabuskyらの方法によって出現するSolitonという波は現象を精確に説明するものではなく、浅水波の分裂現象はもっと複雑なものであると思われる。

5. 結 論

(1) 一様な浅水領域での波形の分裂問題は、Sinusoidal waveの和として考えるならば、波数と周波数の関数であるような振幅スペクトルを考えれば可能である。そしてこの場合には少なくとも2組以上のストークス波的挙動を示す成分波群が存在する。

(2) Solitonの和として考えるならば、分裂現象の定性的なことはわかりやすい。しかし現時点では分裂現象を精確に説明できる解析的方法がないので定量的取扱いはできない。

(3) 非線型性と周波数分散性のみを考慮したKDV方程式は浅水領域での波形の分裂現象を定量的に説明できるようなモデル式とは思えない。

最後に本研究を進めるにあたり終始ご指導、ご激励を賜った名古屋工業大学細井正延教授ならびに京都大学工学部岩垣雄一教授に深く感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) Miche, M: Mouvements Ondulatoires de la Mer en Profondeur Constante ou Decroissante, Ann. des Ponts et Chausees, Tome 114, 1944. (Undulatory Movements of the Sea in Constant or Decreasing Depth, Translation by Lincoln, M.M. and Chevron, R.R., Univ. of Calif., Inst. of Eng. Res., Wave Research Lab., Series 3, Issue 363, 1954.)
- 2) Horikawa, K.: Secondary Wave Crest Formation, Trans. of JSCE., No. 66, Jan. 1960.
- 3) 合田良実: 造波水路における波浪実験の二, 三の問題点について, 第15回海岸工学講演会講演集, 昭43.12, pp. 50~57.
- 4) 細井正延・石田 昭: 二次波峯現象における非線型性の解析, 第17回海岸工学講演会論文集, 昭45.11.26.
- 5) 石田 昭: 強い二次波峯現象における波数・周波数スペクトルの解析, 土木学会中部支部研究発表会講演概要集, 昭46.2.13, pp. 115~116.
- 6) 石田 昭: 二次波峯を構成する成分波の振幅に関する研究, 土木学会第26回年次学術講演会講演概要, 昭46.10.1.
- 7) Zabusky, N. J., C. J. Galvin: Shallow-Water Waves, the Korteweg-de Vries Equation and Solitons, J. Fluid Mech. Vol. 47, pp. 811~824.
- 8) Zabusky, N. J., M. D. Kruskal: Interaction of "Solitons" in a Collisionless Plasma and the Recurrence of Initial States, Phys. Rev. Lett. Vol. 15, 240~243.
- 9) Benjamin, T. B., J. L. Bona, J. J. Mahony: Model Equations for Long Waves in Nonlinear Dispersive Systems, Phil. Trans. of the Roy. Soc. of London, Vol. 272, pp. 47~78.