

浮子とロープで結合された浮遊構造物の運動

本 間 仁*・荻 原 国 宏**

1. はじめに

本研究は、浮子とそれにロープで連結された水中の物体で構成される浮遊構造物、たとえば漁業での定置網のような物体の波による運動および、浮子と物体を連結しているロープに作用する張力についての解析を行なったものである。結局このような浮遊物体は海底にアンカーされていないので有限振幅の波のような場合には、質量輸送速度で移動することになるが、水深 100 m の所に浮遊構造物のきつ水深 4 m 程度を考えると、深水表面波として考えてもよいと考えられる。また解析上は微小振幅波として扱ったほうがやりやすいので次のような仮定のもとに解析を行なってみた。

- 1) ロープの重量および断面積は浮子および物体に比して小さく、波によるロープの力は無視できる。
- 2) 浮子、物体のそれぞれの回転運動は鉛直および水平運動に比して小さく無視できる。
- 3) ロープは常に直線状をなして、たるんだ状態での運動は本解析では考えない。これは張力の最大はロープが直線状を呈しているときであろうと予想されるので、このように仮定する。
- 4) 波による外力はモリソンの表示の質量力による表示による。

2. 運動方程式

上記の仮定に基づいて、図-1 のような場合を考える。と運動方程式として次を得る。

$$\begin{aligned} M_0 \ddot{\xi} &= -R_{\xi 0} \dot{\xi} + \rho C_{M \xi 0} V_0 (\dot{u} - \dot{\xi}) - T \sin \theta \\ M_0 \ddot{\eta} &= -R_{\eta 0} \dot{\eta} + \rho C_{M \eta 0} V_0 (\dot{v} - \dot{\eta}) - T \cos \theta - w A_{0 \eta} \cdot \eta \\ M_1 \ddot{\xi}_1 &= -R_{\xi 1} \dot{\xi}_1 + \rho C_{M \xi 1} V_1 (\dot{u}_1 - \dot{\xi}_1) + T \sin \theta' \\ M_1 \ddot{\eta}_1 &= -R_{\eta 1} \dot{\eta}_1 + \rho C_{M \eta 1} V_1 (\dot{v}_1 - \dot{\eta}_1) + T \cos \theta' \end{aligned}$$

.....(1)

T はつり合い状態での張力ではなく、浮体が (ξ, η), 物体が (ξ₁, η₁) の移動をなしたために生ずる張力の増減量を示す。ρC_MVξ̇, ρC_MVη̇ の項は左辺に移項して付加質量として扱うことにする。wA_{0η}・η は浮力の増減による復元力である。

仮定 1), 3) によると θ=θ' であり、ロープの長さを

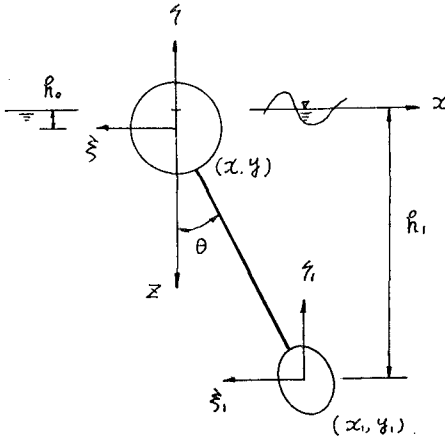


図-1

l とすれば、

$$\sin \theta \doteq \frac{x-x_1}{l}, \cos \theta = \frac{y-y_1}{l} \dots \dots \dots (2)$$

であり、浮子と物体の相対移動があまり大きくないとすると、ロープに生ずる張力の増減は、その相対移動量に比例すると考えてもよいので

$$\left. \begin{aligned} T \sin \theta &= k_{\xi} (\xi_0 - \xi_1) \\ T \cos \theta &= k_{\eta} (\eta_0 - \eta_1) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

とし、k_ξ, k_η は、ばね定数に相当する係数とする。したがって張力の増減量は式(3)の結果をベクトル合成すればよい。

3. 波による力と係数の整理

式(1)における波による力は質量力の表示によっているので、u̇, v̇ を求めて式(1)に代入すればよい。深水表面波として考えると、そのポテンシャルは

$$\varphi = -\frac{H}{2} c \frac{\cosh m(h+z)}{\sinh mh} \cos m(x-ct) \dots (4)$$

ただし m=2π/L, c は波速で

$$c = \sqrt{\frac{gL}{2\pi} \tanh \frac{2\pi h}{L}} \left(= \sqrt{\frac{gL}{2\pi}}, \text{ 深水表面波} \right)$$

で示される。u̇, v̇ はそれぞれ

* 正会員 工博 東洋大学教授 工学部土木学科
** 正会員 工博 東洋大学助教授 工学部土木学科

$$\left. \begin{aligned} \dot{u} &= \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \left[-\frac{H}{2} (mc)^2 \frac{\cosh m(h+z)}{\sinh mh} \right] \\ &\quad \times \cos m(x-ct) \rightarrow F_{\xi} j e^{i\omega t} \cdot e^{i\varphi_{\xi}} \\ \dot{v} &= \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \left[-\frac{H}{2} (mc)^2 \frac{\sinh m(h+z)}{\sinh mh} \right] \\ &\quad \times \sin m(x-ct) \rightarrow F_{\eta} j \cdot e^{i\omega t} \cdot e^{i\varphi_{\eta}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

となる。 F_{ξ} , F_{η} はそれぞれ [] 中の関係式を示し、 $e^{i(\omega t + \varphi_{\xi})}$, $e^{i(\omega t + \varphi_{\eta})}$ で $\cos m(x-ct)$, $\sin m(x-ct)$ を示すことにする。次に式 (1), (3), (5) をまとめるに際して $(M+M')$, $M' = \rho C_{M\xi} V$ で式 (1) の両辺を割ってそれぞれの係数を以下のようにおく。

$$\frac{R_{ij}}{(M+M')_j} = 2\gamma_{ij}, \quad \frac{k_i}{(M+M')_j} = \omega_{n\eta}^2, \\ \frac{\rho C_{Mij} V_j}{(M+M')_j} F_{ij} = \tilde{F}_{ij}(h_j), \quad i = \xi, \eta \quad \dots\dots\dots (6)$$

運動方程式は次のようになる。

$$\frac{w A_{0\eta}}{(M+M')_0} = \omega_{n\eta}^2 \\ \omega_{n\eta}^2 + \omega_{n\eta}^2 = \tilde{\omega}_{n\eta}^2 \quad \dots\dots\dots (6')$$

$$A = \frac{\tilde{F}_{\xi 0}(1 - \alpha_1^2 \alpha_4^2 + 2i\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4) - \tilde{F}_{\xi 1} e^{i\varphi_{\xi 1}}}{\alpha_1^2 [\alpha_4^2 (\alpha_1^2 - 1) - 1 - 4\alpha_2^2 \alpha_3 \alpha_4] + 2i\alpha_1 \alpha_2 [1 - \alpha_1^2 \alpha_4^2 - \alpha_3 \alpha_4 (1 - \alpha_1^2)]} \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここでさらに

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= (1 - \alpha_1^2 \alpha_4^2) \cdot \tilde{F}_{\xi 0} - \tilde{F}_{\xi 1} \cos \varphi_{\xi 1} \\ M_2 &= 2\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \cdot \tilde{F}_{\xi 0} - \tilde{F}_{\xi 1} \sin \varphi_{\xi 1} \\ M_3 &= \alpha_1^2 [\alpha_4^2 (\alpha_1^2 - 1) - 1 - 4\alpha_2^2 \alpha_3 \alpha_4] \\ M_4 &= 2\alpha_1 \alpha_2 [1 - \alpha_1^2 \alpha_4^2 - \alpha_3 \alpha_4 (1 - \alpha_1^2)] \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (11)$$

とおくと A , A_1 は

$$A = \frac{M_1 M_3 + M_2 M_4}{M_3^2 + M_4^2} + i \frac{M_2 M_3 - M_1 M_4}{M_3^2 + M_4^2}, \\ A_1 = \frac{(M_1 M_3 + M_2 M_4)(1 - \alpha_1^2) - (M_2 M_3 - M_1 M_4) \cdot 2\alpha_1 \alpha_2}{M_3^2 + M_4^2} \\ - \tilde{F}_{\xi 0} \\ + i \frac{2\alpha_1 \alpha_2 \cdot (M_1 M_3 + M_2 M_4) + (1 - \alpha_1^2)(M_2 M_3 - M_1 M_4)}{M_3^2 + M_4^2} \quad \dots\dots\dots (12)$$

となる。 η の方向の運動についても同じようにして求めることができる。式 (9) より式 (12) において $\xi \rightarrow \eta$ とおくことによって $A \rightarrow B$, $A_1 \rightarrow B_1$ として同じ表現式として扱える。ただし、この場合に浮力による項を考えた $\tilde{\omega}_{n\eta}^2$ を考えなければいけないので $\tilde{\omega}_{n\eta}^2 / \omega_{n\eta}^2 = \alpha_5$ とおき式 (11) の M_3 を

$$M_3 = \alpha_1^2 [\alpha_4^2 (\alpha_1^2 - 1) - 1 - 4\alpha_2^2 \alpha_3 \alpha_4] + \alpha_5^2 - 1 \quad \dots\dots\dots (11')$$

とおけばよい。また v には i がついているので M_1 , M_2 が虚数となるので A , A_1 の実数部と虚数部とが入れ代わり、実数部には (－) をつける。

$$M_4 = 2\alpha_1 \alpha_2 [1 - \alpha_1^2 \alpha_4^2 - \alpha_3 \alpha_4 (\alpha_5^2 - \alpha_1^2)]$$

これらの定数が求まると式 (8) によって浮子および物体

$$\left. \begin{aligned} \xi_0 + 2\gamma_{\xi 0} \xi_0 + \omega_{\xi 0}^2 (\xi_0 - \xi_1) &= \tilde{F}_{\xi 0}(h_0) e^{i\omega t} \cdot e^{i\varphi_{\xi 0}} \\ \eta_0 + 2\gamma_{\eta 0} \eta_0 + \omega_{\eta 0}^2 (\eta_0 - \eta_1) &= \tilde{F}_{\eta 0}(h_0) e^{i\omega t} \cdot e^{i\varphi_{\eta 0}} \\ \xi_1 + 2\gamma_{\xi 1} \xi_1 + \omega_{\xi 1}^2 (\xi_1 - \xi_0) &= \tilde{F}_{\xi 1}(h_1) e^{i\omega t} \cdot e^{i\varphi_{\xi 1}} \\ \eta_1 + 2\gamma_{\eta 1} \eta_1 + \omega_{\eta 1}^2 (\eta_1 - \eta_0) &= \tilde{F}_{\eta 1}(h_1) e^{i\omega t} \cdot e^{i\varphi_{\eta 1}} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

4. 運動方程式の解

式 (7) の解をそれぞれ

$$\xi_0 = A e^{i\omega t}, \quad \eta_0 = B e^{i\omega t}, \quad \xi_1 = A_1 e^{i\omega t}, \quad \eta_1 = B_1 e^{i\omega t} \quad \dots\dots\dots (8)$$

とおき、 A , B , A_1 , B_1 の値を求める。波についての座標軸の原点を浮子の所におくと、 $\varphi_{\xi 0} = 0$, $\varphi_{\eta 0} = 0$ となる。また

$$\frac{\sigma}{\omega_{n\xi 0}} = \alpha_1, \quad \frac{\gamma_{\xi 0}}{\omega_{n\xi 0}} = \alpha_2, \quad \frac{\gamma_{\xi 1}}{\omega_{n\xi 1}} \bigg/ \frac{\gamma_{\xi 0}}{\omega_{n\xi 0}} = \alpha_3, \\ \frac{\omega_{n\xi 0}}{\omega_{n\xi 1}} = \alpha_4, \quad \frac{\tilde{F}_{\xi 0}(h_0)}{\omega_{n\xi 0}^2} = \tilde{F}_{\xi 0}, \quad \frac{\tilde{F}_{\xi 1}(h_1)}{\omega_{n\xi 1}^2} = \tilde{F}_{\xi 1} \quad \dots\dots\dots (9)$$

とおくことにより

の運動が求まったことになる。 $\tilde{F}_{\xi 0}$, $\tilde{F}_{\xi 1}$, $\tilde{F}_{\eta 0}$, $\tilde{F}_{\eta 1}$ を具体的に書き直すと

$$\left. \begin{aligned} \tilde{F}_{\xi 0} &= -\frac{H}{2} \alpha_1^2 \frac{\cosh m(h-h_0)}{\sinh mh} \cdot \frac{\rho C_{M\xi 0} V_0}{(M+M')_0} \\ \tilde{F}_{\xi 1} &= -\frac{H}{2} \alpha_1^2 \alpha_4^2 \frac{\cosh m(h-h_1)}{\sinh mh} \cdot \frac{\rho C_{M\xi 1} V_1}{(M+M')_1} \\ \tilde{F}_{\eta 0} &= \frac{H}{2} \alpha_1^2 \frac{\sinh m(h-h_0)}{\sinh mh} \cdot \frac{\rho C_{M\eta 0} V_0}{(M+M')_0} \\ \tilde{F}_{\eta 1} &= \frac{H}{2} \alpha_1^2 \alpha_4^2 \frac{\sinh m(h-h_1)}{\sinh mh} \cdot \frac{\rho C_{M\eta 1} V_1}{(M+M')_1} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (13)$$

それぞれの運動の振幅は式 (12) の絶対値として求めることができる。

5. ロープに作用する張力の変化

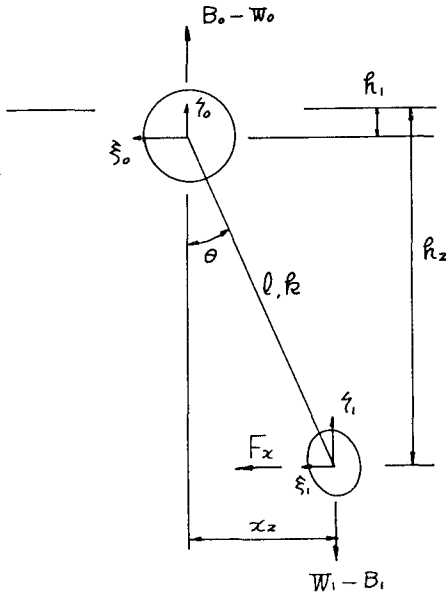
浮子および物体の運動の相対変位によって生ずる張力の変化は、式 (3) によって求められる。また変位は式 (8) の表示で示されるので、これを式 (3) に代入すると

$$T^2 = k_{\xi} (\xi_0 - \xi_1)^2 + k_{\eta} (\eta_0 - \eta_1)^2 \\ = \{ k_{\xi}^2 (A - A_1)^2 + k_{\eta}^2 (B - B_1)^2 \} e^{2i\omega t} \quad \dots\dots\dots (14)$$

したがって T^2 は $2\pi/2\sigma = \pi/\sigma$ の周期で変動して、波の周期 ($2\pi/\sigma$) の間に 2 回の変動を示すことがわかる。その大きさは式 (14) の { } の絶対値をとると求まる。

6. k_{ξ} , k_{η} について

ここで考えている問題はロープにプレテンション T_0



図—2

(物体と浮子の重量および浮力によって生ずる力)が常に働いているところに、波によって物体、浮子が相対運動をすることにより張力がどの程度生ずるかである。また波を微小振幅、運動も微小運動について扱っているのでロープはたわまない場合を考えることにすると、浮力による張力の負の値は T_0 より小さい場合に相当する。

このようにロープにプレテンションがかかって直線状になっているとすると k_x, k_y は次のように考えることができる。ロープのばね定数を k とすると、

$$\left. \begin{aligned} k_x &= k \sin \theta = \frac{x_2}{l} k \\ k_y &= k \cos \theta = \frac{h_1 - h_2}{l} k \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

また静水中において 図—2 のように x 方向 ($\xi_0 - \xi_1$) のずれがある場合には、浮子と物体が同一鉛直線にくるように落ち着くために水平方向の復元力が生ずる。これはモーメントの関係より

$$F_x = \frac{W_1 - B_1}{h_2 - h_1} \cdot (\xi_0 - \xi_1) = \frac{B_0 - W_0}{h_2 - h_1} (\xi_0 - \xi_1) \quad (16)$$

したがって、この場合のばね定数は

$$k_x = \frac{B_0 - W_0}{h_2 - h_1} = \frac{W_1 - B_1}{h_2 - h_1} \quad \dots\dots\dots (17)$$

で与えられ、実質的には式(15)の k_x と式(17)の和として表現される。

7. 数値計算結果

以上の計算式に基づいて数値計算して、各種のファクターを変えたときの傾向をまとめてみることにする。た

表—1 数値計算の諸元

浮子	直径 1 m,	長さ 2 m,	比重 0.5
水中物体	比重 3.0		
C_M	1 or 10		
ロープばね定数	10 ton/m		
減衰比	浮子 水平 0.1	鉛直 0.1	
	物体 100.0	0.2	
浮子の位置	$h_0 = 0.5$ m		
物体	$h_1 = 5.0$ m		
水深	$h = 100.0$ m		
波長	$L = 100.0$ m		
波高	$H = 1.0$ m		

(微小振幅浅水表面波)

だし浮子と物体の質量の間には浮遊するための条件を満足しなければいけないことになる。この関係を満足するようにして浮子は直径 1 m, 長さ 2 m の円筒を考え、これの比重を $s = 0.5$ とした。水中物体の重量 (比重 $s = 3.0$) を 2 種変えてみた。この運動を支配するパラメーターが非常に多く、共振関係だけでも 4 つあるために 1 つの図で説明することがむずかしいので、以下にいくつかの図によって傾向をまとめた。一例を水深 100 m, 波長 100 m の深水表面波とし、波高は $H = 1$ m として、振幅は波高で割って無次元化して示し、また張力も $T/k_0 H$, $k_0 = 1$ t/m の形で無次元化して示してある。したがって図中の T は無次元化したものを示している。

減衰比は、浮子の水平方向を 1.0, 鉛直方向を 0.1 とし水中物体については、水平方向 100.0, 鉛直方向 0.2 としている。

(1) 波長の変化について (図—3~8)

波長を 16 m ~ 100 m まで変化させたときの浮子の動き (X_1, Y_1), および水中物体の動き (X_2, Y_2), 張力 T について C_M , および質量を変えた場合を 図—3~8 に示してある。

浮子の質量は 0.392 t でいずれの場合についても同じである。水中物体の質量は 0.589 t, 1.18 t の 2 種について示してある。波長については $\sigma = 2\pi/T$, $T = L/C$ の関係で σ にも関係するため共振曲線との関連もあるので各場合について異なった傾向を示している。

(2) 水中物体の質量の関連

図—3, 4, 図—7, 8 を見ると水中物体の質量が大きいと動きは小さくなる傾向を示している。図—5, 6 については逆の傾向を示しているが共振の関係でこのようになっていると考えられる。

(3) C_M の関連

C_M の値が大きくなると外力も大きくなるとともに付加質量も増加する。図—3, 4 の $C_M(Y_1) = 1$ の場合と図—7, 8 の $C_M = 10$ の場合では後者のほうが大きくなっているが、図—12 を見ると $C_M(Y_2)$ を 10 ~ 30 まで変えた場合では振幅は小さくなっている。これは付加質量の場合がかなり大きく左右しているためと考えられる。

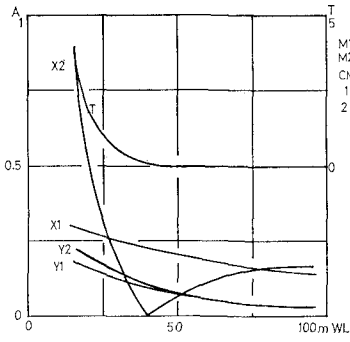


図-3

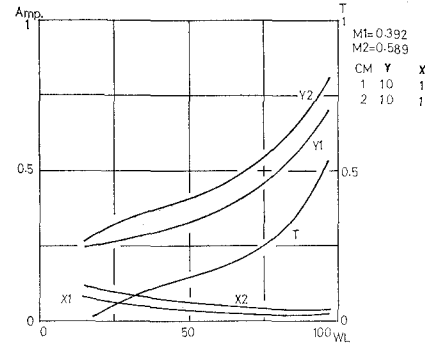


図-7

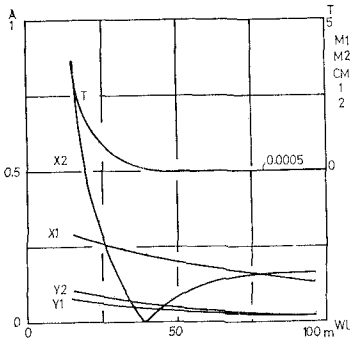


図-4

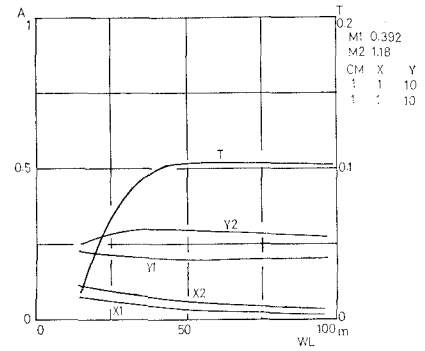


図-8

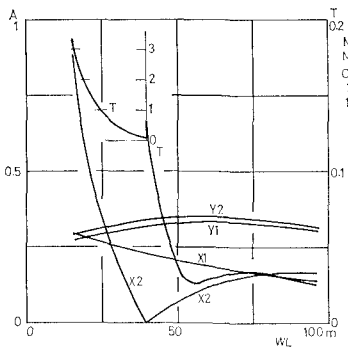


図-5

(4) 浮子と水中物体の水平方向の距離 (図-9, 10)

x_2 を変えると式 (15) によって水平方向の復元力が変わることを、式 (5) で水中物体と浮子との間で x_2 の距離の波の伝達時間による位相の差が生ずる。この2つの影響で振幅が変化するわけであるが、波長 100 m で $x_2=2$ m の程度ではあまり大きな影響はない。

(5) 浮子と水中物体の鉛直距離 (図-11)

h_2 が大きいほど、振幅は大きくなる傾向を示す。

(6) ロープのばね定数 (図-13)

h の値が大きくなるほど振幅は小さく、また張力も小さくなる傾向を示す。

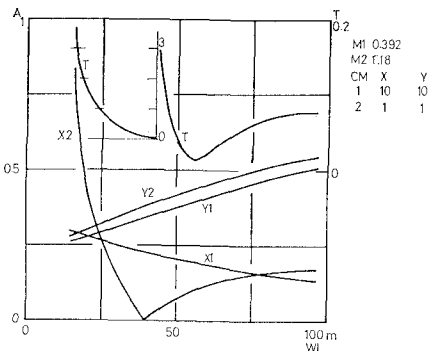


図-6

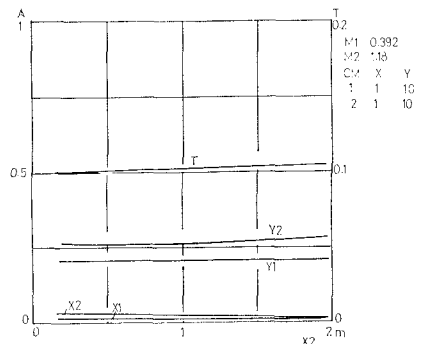


図-9

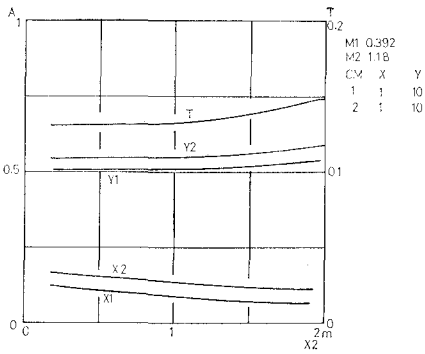


図-10

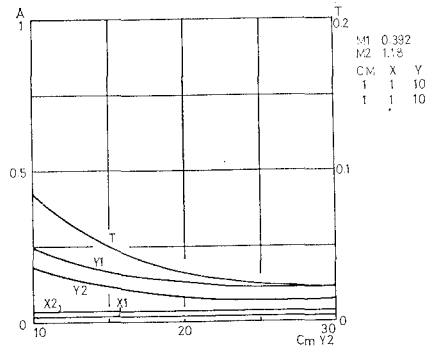


図-12

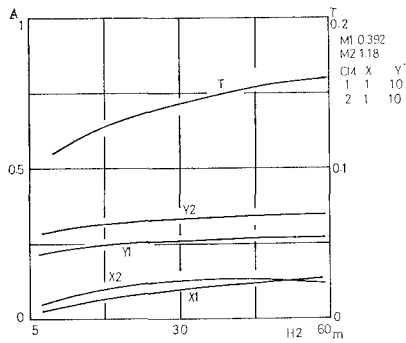


図-11

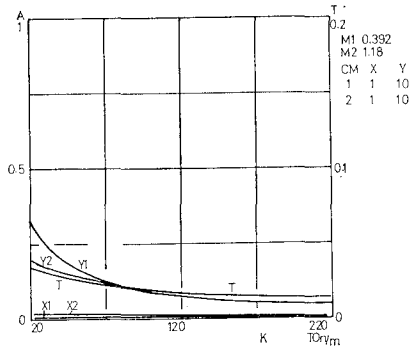


図-13

8. おわりに

非常に大まかな取扱いをし、特殊例の計算結果を示したわけであるが、運動が大きくなると x , y 各方向の運動は独立ではなく、ロープで結合されているため、浮子の x 方向の動きによって水中物体は上下に動かされるわけであるので、厳密には、その条件も入れて計算しなければならない。計算の $C_M=10$ という値もかなり大きく、現実には板のようなものになる。図-3~6 で x_2 が

波長 40 m 付近で 0 になる点については本レポートをまとめる段階ではよく理解できない。

かなり多くの問題点があるので本年度模型実験をして検証することになっている。

参考文献

- 1) 高橋利衛：振動工学演習 (I), (II), オーム社
- 2) 土木学会：振動便覧
- 3) 本間 仁：浮遊構造物の安定性について，土木学会第 4 回海洋開発シンポジウム