

海底付近から放出される廃液のプリュームの 浮上拡散について (第3報)

林 泰 造*・伊 藤 正 樹**

1. ま え が き

静止流体中へ鉛直上方に向けて放出された廃液プリュームの拡散については、昨年度海岸工学講演会（一様静止流体中への場合）、および同水理講演会（安定で一様な密度勾配をもつ静止流体中への場合）において、それぞれ報告した。しかし、それらの報告のうち、理論上の考え方に一部修正すべき点があることがわかったので今回これを修正し、新たに得られた理論と、それに基づいてやり直した数値計算の結果を報告する。

2. プリュームの拡散現象

周囲の水に比べて比重の軽い液体（周囲水に密度勾配のある場合は放出時において、周囲水より比重の軽い液体）が鉛直上向きに連続的に放出される場合を考える。放出液はプリュームとなり、放出初速度と浮力の影響によって上昇するとともに希釈され、それ自身も拡散してゆく。周囲水が一様な場合はプリュームは水面直下まで上昇し、その後水面下にたなびくように横に拡がる。しかし周囲水に密度勾配がある場合、プリュームは希釈・拡散により周囲水との密度差がなくなり、さらに上向き流速を失って上昇を停止する。その後プリュームはその時の密度と等しいような周囲水の高さまで下降して横に拡がってゆく（写真—1、図—1）。

3. 現象の数式化

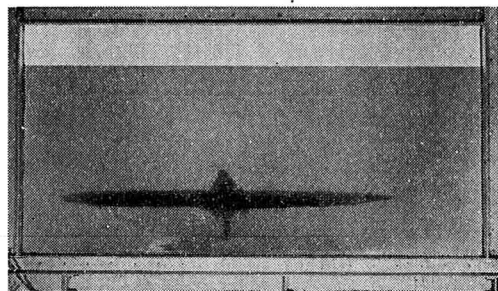
次節でくわしく述べるような理論上のプリュームの拡がり幅を下方に延長して交わる点を仮想放出点源と考えこの点を原点とする。

以下、座標軸のとり方、基本式は前報と同じであるが簡単に再記する。基本式は次のようである。

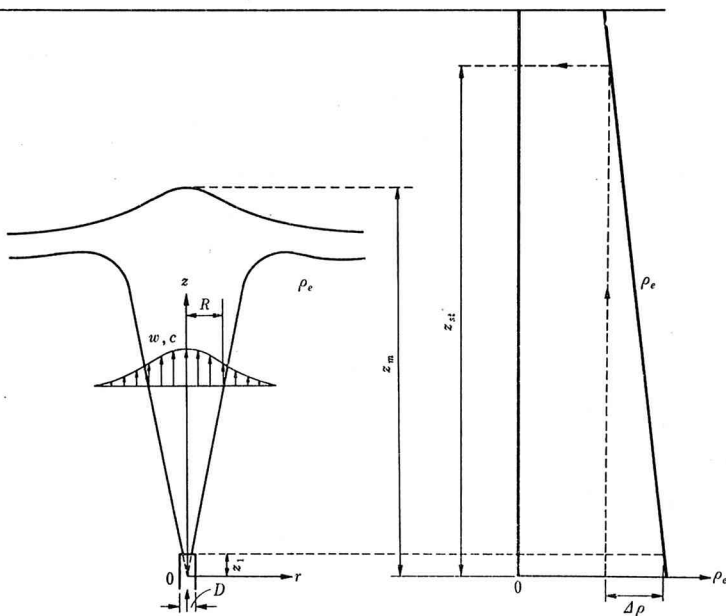
$$\frac{\partial}{\partial z}(rw\rho) + \frac{\partial}{\partial r}(ru\rho) = 0 \quad (\text{質量}) \quad \cdots \cdots (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}(rw^2\rho) + \frac{\partial}{\partial r}(ruw\rho) = r \cdot c(\Delta\rho)g + \frac{\partial}{\partial r}(r\tau) \quad (\text{運動量}) \quad \cdots \cdots (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}[rw(\rho_e - c\Delta\rho)] + \frac{\partial}{\partial r}[ru(\rho_e - c\Delta\rho)]$$



写真—1 密度勾配のある場合の浮上プリューム
 $F=95.5 \quad d\rho_e/dz \approx -0.00058 \text{ gr/cm}^4$



図—1 プリュームと座標軸および周囲水の密度勾配

* 正会員 工博 中央大学教授 理工学部土木工学科

** 学生会員 中央大学大学院

$$= -\frac{\partial}{\partial r}(rG) \text{ (拡散)} \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 ρ はブリュームの密度で $\rho = \rho(r, z)$, w および u は z および r 方向の速度で $w = w(r, z)$, $u = u(r, z)$, τ はブリュームに作用しているせん断力で $\tau = \tau(r, z)$, c は廃液の濃度百分率で $c = c(r, z)$ である。 $\Delta\rho$ は放出口における廃液の欠損密度で定数, ρ_e は周囲水の密度で定数, または $\rho_e = \rho_e(z)$ である。また G は r 方向への濃度拡散量である。式(2), (3)は式(1)を考慮すると次のように書き直される。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{2} r w^3 \rho \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{2} r u w^2 \rho \right) \\ &= r w \cdot c (\Delta\rho) g + w \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r\tau) \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial z} (r w \cdot c \Delta\rho) + \frac{\partial}{\partial r} (r u \cdot c \Delta\rho) \\ &= -\frac{\partial}{\partial r} (rG) + r w \frac{d\rho_e}{dz} \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

半径方向について十分離れた所を考えると, $w, c\Delta\rho, rG$ および $r\tau$ は 0 となることを考慮して式(2), (4), (5)を r について $(0, \infty)$ で積分する。さらに w, c, τ について次のような相似性の仮定が成り立つものとする。

$$\begin{aligned} w/w_m &= f(r/R), \quad c/c_m = h(r/R), \\ \tau/\frac{1}{2}\rho w_m^2 &= j(r/R) \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

ここに, w_m, c_m は, w および c の軸上値, R はブリューム幅の特性長, f, h, j はこれから与えられるべき関数形である。これらの計算を行なって式(2), (4), (5)を書き直すと, それぞれ次のようになる。

$$d(R^2 w_m^2)/dz = a R^2 c_m (\Delta\rho/\rho_e) g \dots\dots\dots (7)$$

$$d(R^2 w_m^3)/dz = b R^2 c_m w_m (\Delta\rho/\rho_e) g - \beta R w_m^3 \dots\dots\dots (8)$$

$$d(R^2 w_m c_m \Delta\rho)/dz = d R^2 w_m d\rho_e/dz \dots\dots\dots (9)$$

上式中に現われる a, b, d, β は分布関数形 f, h, j により決定される定数である。ここで流速と濃度は近似的に同一の Gauss 分布形で表わされるものとして次の関係式を使用する。

$$f = h = \exp(-r^2/2R^2) \dots\dots\dots (10)$$

式(10)より $a=d=2, b=3$ が得られるが, 関数形 j の形はわかっていないので, β は実験的に定めるべき定数として残る。 w_m, c_m を簡便のため w, c と記し, 式(7), (8), (9)を書き表わすと次のようになる。

$$d(R^2 w^2)/dz = 2 R^2 c (\Delta\rho/\rho_e) g \dots\dots\dots (11)$$

$$d(R^2 w^3)/dz = 3 R^2 w c (\Delta\rho/\rho_e) g - \beta R w^3 \dots\dots\dots (12)$$

$$d(R^2 w \cdot c \Delta\rho)/dz = 2 R^2 w (d\rho_e/dz) \dots\dots\dots (13)$$

4. 放出口において境界条件として与える条件 (修正点)

(1) 放出口における等価 Gauss 分布

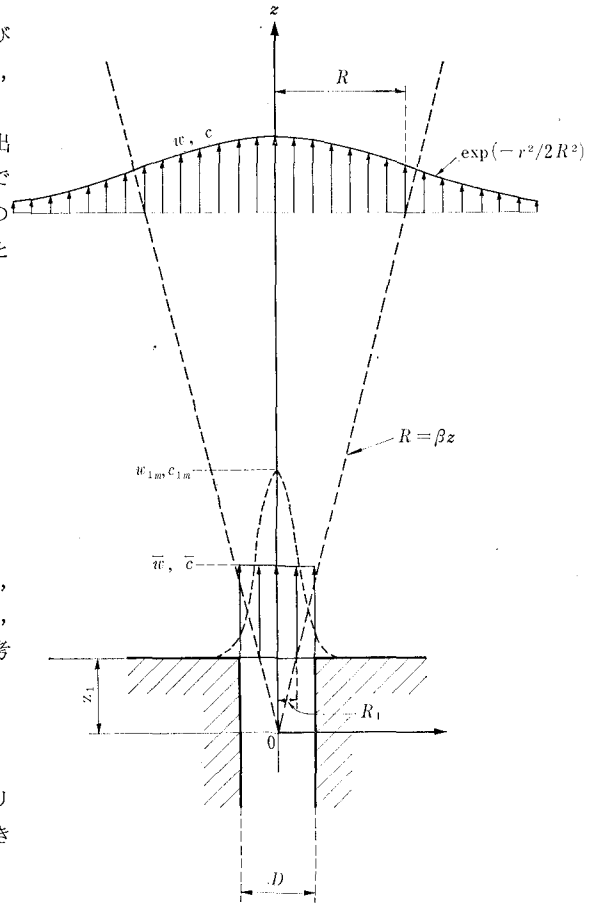


図-2 放出口断面における速度, 濃度の等価 Gauss 分布と仮想原点

放出口における放出速度 $\bar{w}$, 濃度 $\bar{c}$ は現実には次のように与えられる

$$\begin{aligned} \bar{w} &= Q/\frac{\pi}{4} D^2 \text{ (矩形分布)} \\ \bar{c} &= 1 \end{aligned} \dots\dots\dots (a)$$

ただし, Q は廃液放出流量である。この分布形を表わしたものが図-2 において実線で示されるものである。前報では式(a)を境界条件として与え計算を行なった。しかし放出口から垂直方向に少しでも離れた w, c の分布が Gauss 分布に近似されるとしている以上, 放出口における w, c の分布は式(a)と等価な形で Gauss 分布に近似せねば, つなぎの所, すなわち放出口と放出口から少し離れた所の間で理論的に矛盾が生じる。そこで放出口においても w, c の分布は Gauss 分布をなすものと考えて, (i) 放出質量, (ii) 放出 momentum および, (iii) 放出欠損密度流量のそれぞれが式(a)で与えられるような分布の場合と等価になるような Gauss 分布を考える。そしてこれをもって“等価な”Gauss 分

布とする。すなわち

$$\rho \cdot \frac{\pi}{4} D^2 \bar{w} = \int_0^\infty \rho \cdot 2\pi r \cdot w_1(r) \cdot dr \quad \text{..... (i)}$$

$$\rho \cdot \frac{\pi}{4} D^2 \bar{w}^2 = \int_0^\infty \rho \cdot 2\pi r \cdot w_1^2(r) \cdot dr \quad \text{..... (ii)}$$

$$\frac{\pi}{4} D^2 \cdot \bar{w} \cdot \bar{c} \cdot \Delta \rho = \int_0^\infty 2\pi r \cdot w_1(r) \cdot c_1(r) \cdot \Delta \rho \cdot dr \quad \text{..... (iii)}$$

ここで、 $w_1(r)$ は放出口断面において等価 Gauss 分布をなす流速で、 $w_1(r) = w_{1m} \cdot \exp(-r^2/2R^2)$ 、 $c_1(r)$ は同様な濃度で $c_1(r) = c_{1m} \cdot \exp(-r^2/2R^2)$ で与えられる。ただし、 w_{1m} 、 c_{1m} はそれぞれ放出口断面における軸上速度および軸上濃度である。

(2) 等価な分布の w_{1m} 、 c_{1m} 、 R および仮想原点の位置

式(i)，(ii)，(iii)より次の式が得られる。すなわち

$$(i) \text{より } D^2 \bar{w} = 8R^2 w_{1m} \quad \text{..... (i)'}$$

$$(ii) \text{より } D^2 \bar{w}^2 = 4R^2 w_{1m}^2 \quad \text{..... (ii)'}$$

$$(iii) \text{より } D^2 \bar{w} \bar{c} = 4R^2 w_{1m} c_{1m} \quad \text{..... (iii)'}$$

式(i)'，(ii)'，(iii)'より次のような、等価な分布の場合の軸上値 w_{1m} 、 c_{1m} および放出口断面におけるプルームの半径 R_1 が得られる。

$$w_{1m} = 2\bar{w}, \quad c_{1m} = 2\bar{c} (=2), \quad R_1 = D/4 \quad \text{..... (b)}$$

また次節に記されるような $R = \beta z$ の関係より、この場合のプルームの仮想放出原点は

$$z_1 = R_1/\beta = D/4\beta \quad \text{..... (c)}$$

で与えられる。式(b)，(c)によって表わされるような値を与える分布が放出口における式(a)と等価な Gauss 分布であり、これが 図-2 において破線で示されているものである。

5. 周囲水に鉛直方向密度勾配がない場合

(1) 理論式の解

3. において 3 個の方程式 (11)，(12)，(13)，4. において境界値が式(b)によって得られた。これらを解くことにより解が定められる。まず(11)×3w-(12)×2によって次式を得る。

$$R = \beta z \quad \text{..... (14)}$$

式(14)における積分定数は仮想放出原点 $z=0$ で $R=0$ なることにより消去できる。

4. でも用いた β は、プルームの拡がりに関係する拡がり係数ともいえるものである。なお、ここでは実際の放出口位置は $z=z_1$ で示される (図-2)。次に式(13)を積分する。式(13)の右辺は 0 であるから次式を得る。

$$R^2 w c \cdot \Delta \rho = A \quad \text{..... (15)}$$

ここに、 A は定数であり、放出口におけるおのおのの値より、 $A = (D/4)^2 w_{1m} \cdot 2 \cdot \Delta \rho = (D^2/8) w_{1m} \cdot \Delta \rho$ となる。式(11)，(14)，(15)より次のような微分方程式を得る。

$$dw/dz + w/z = A \cdot g / \rho_e \beta^2 \cdot 1/z^2 w^2 \quad \text{..... (16)}$$

式(16)の解は境界条件 (c) $z=z_1=2$ ， $(w)_{z=z_1}=2\bar{w}$ より定まり、これに内部フルード数 $F = \bar{w} / \sqrt{\Delta \rho / \rho_e \cdot g D}$ を代入すると w 、 c についての式が得られる。これらをおのおのの無次元量で表わすと次のようになる。

$$\frac{w}{\bar{w}} = \left(\frac{16\beta F^2 - 3}{128\beta^4 F^2} \right)^{1/3} \cdot \left(\frac{z}{D} \right)^{-1} \times \left[1 + \left(\frac{48\beta^2}{16\beta F^2 - 3} \right) \left(\frac{z}{D} \right)^2 \right]^{1/3} \quad \text{..... (17)}$$

$$c = \frac{1}{\beta} \left(\frac{2\beta F^2}{16\beta F^2 - 3} \right)^{1/3} \left(\frac{z}{D} \right)^{-1} \times \left[1 + \left(\frac{48\beta^2}{16\beta F^2 - 3} \right) \left(\frac{z}{D} \right)^2 \right]^{-1/3} \quad \text{..... (18)}$$

4. の式(c)に示されるような仮想原点から実際の放出原点までの距離を無次元化したもの、すなわち $z_1/D = 1/4\beta$ を考慮して式(17)，(18)を書き直すと次のようになる。

$$\frac{w}{\bar{w}} = \left(\frac{16\beta F^2 - 3}{128\beta^4 F^2} \right)^{1/3} \left(\frac{z}{D} + \frac{1}{4\beta} \right)^{-1} \times \left[1 + \left(\frac{48\beta^2}{16\beta F^2 - 3} \right) \left(\frac{z}{D} + \frac{1}{4\beta} \right)^2 \right]^{1/3} \quad \text{..... (19)}$$

$$c = \frac{1}{\beta} \left(\frac{2\beta F^2}{16\beta F^2 - 3} \right)^{1/3} \left(\frac{z}{D} + \frac{1}{4\beta} \right)^{-1} \times \left[1 + \left(\frac{48\beta^2}{16\beta F^2 - 3} \right) \left(\frac{z}{D} + \frac{1}{4\beta} \right)^2 \right]^{-1/3} \quad \text{..... (20)}$$

式(19)，(20)における z は、式(18)までとは異なり、実際の放出原点からの鉛直方向の距離を表わす。すなわち放出口において $z=0$ である。以上のようにして得られ

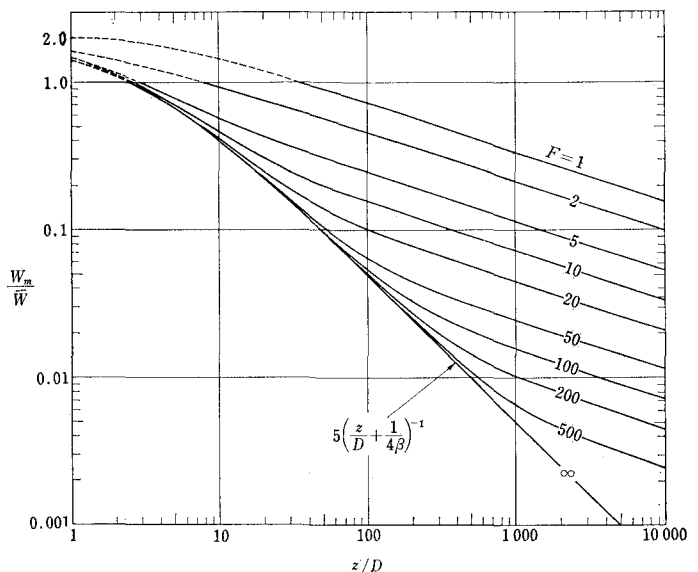


図-3 軸上流速比値

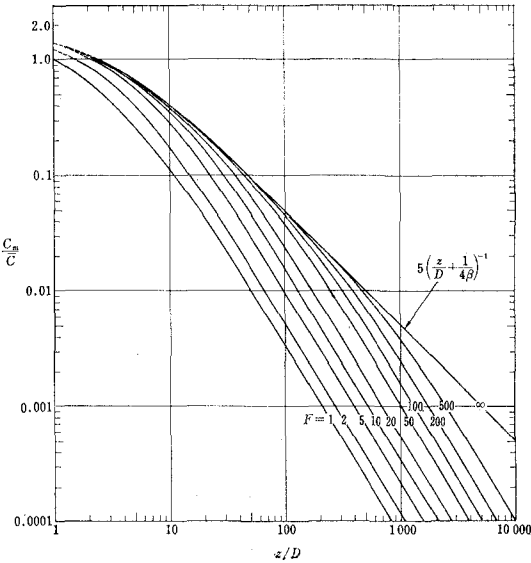


図-4 軸上濃度比値

た式(19), (20)が周囲水が一樣密度であるとき ($d\rho_e/dz$) = 0 の一般的な場合における理論解である。図-3, 図-4 はそれぞれ式(19), (20)により、無次元流速, 無次元濃度を, フルード数をパラメーターとして z/D について図示したものである。 β の値は Priestley・Ball の研究に基づき $\beta \approx 0.1$ として計算を行なった。

(2) 実験結果

実験装置, 実験方法は昨年度海岸工学講演会における報告と同じであるので, ここでは省略する。図-5 は実験値と理論値の比較である。理論と実験の一致の度合はフルード数と z/D の値の広い範囲にわたって全体的にかなり良好であるといえよう。

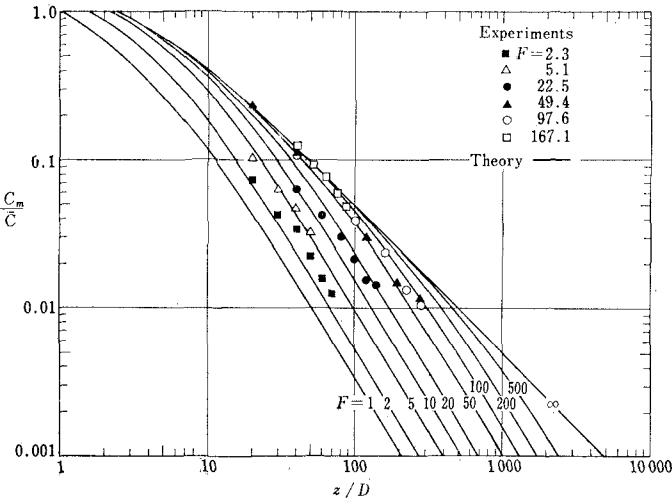


図-5 理論と実験値の比較

6. 周囲水の密度が鉛直上方に直線的に減少する場合

(1) 理論式の解

$d\rho_e/dz=0$ の場合と同様

$R = \beta z \dots\dots\dots (14)$

が得られる。また周囲水の密度が鉛直上方に直線的に変化する場合を考えるのであるから $\rho_e \cdot d\rho_e/dz = \text{const}$ とみなしうる。そこで (13) $\times R^2 w c \cdot \Delta\rho - (11) \times R^2 w^2 (\rho_e/g)$ $d\rho_e/dz$ によって得られる式を積分して,

$R^2 w \{ (c \cdot \Delta\rho)^2 - \rho_e \cdot g \cdot d\rho_e/dz \cdot w^2 \}^{1/2} = \text{const} \equiv A \dots\dots\dots (21)$

よって

$c \cdot \Delta\rho = 1/R^2 w \cdot \{ A^2 + \rho_e \cdot g \cdot d\rho_e/dz \cdot R^4 w^4 \}^{1/2} \dots\dots (22)$

を得る。この式を式(11)に代入し $R = \beta z$ を考慮すると次式を得る。

$d(zw)^3/dz = 3g/\beta^2 \rho_e \cdot z \{ A^2 + \rho_e \cdot g \cdot d\rho_e/dz \cdot \beta^4 z^4 w^4 \}^{1/2} \dots\dots\dots (23)$

ここで 5. と同様、次式で定義されるような放出廃液の内部フルード数を考える。

$F = \bar{w} / \sqrt{\Delta\rho / \rho_{e1} \cdot g D} \dots\dots\dots (24)$

ここに、 ρ_{e1} は放出口 ($z = z_1$) における周囲水の密度である。式(24)を用いて式(23)を書き直すと次のようになる。

$\frac{d}{dz} (zw)^3 = \frac{3}{4} \frac{D \bar{w}^3}{\beta^2 F^2} \cdot \left[1 - \frac{d\rho_e}{dz} \frac{g D^2}{\rho_e \bar{w}^2} F^4 \right]^{1/2} \times \left[1 + \frac{16 \rho_e \cdot g \cdot d\rho_e/dz \cdot \beta^4 z^4 w^4}{D^2 \bar{w}^6 \rho_e^2 / g^2 \cdot 1/F^4 \{ 1 - d\rho_e/dz \cdot g D^2 / \rho_e \bar{w}^2 \cdot F^4 \}} \right]^{1/2} z \dots\dots\dots (25)$

ここで次のような z, w, D についての無次元量 (比値) を定義する。

$$\left. \begin{aligned} z_r &= z / \left(\frac{\Delta\rho}{(-d\rho_e/dz)} \right) \\ D_r &= D / \left(\frac{\Delta\rho}{(-d\rho_e/dz)} \right) \\ w_r &= w / \bar{w} \\ \gamma^4 &= 16 \beta^4 F^2 / D_r^3 (1 + D_r F^2) \end{aligned} \right\} \dots\dots (26)$$

ただし、 $\Delta\rho / (-d\rho_e/dz)$ は図-1 において z_{st} で示される長さで、プリュームが上昇時に希釈されず、放出時の密度を維持したまま浮上して周囲水が自己の密度と等しい密度をもつ高さまで上昇すると考えたときの高さを与えるものであり、本論文では“Static height of rise”と称することとした。式(26)の諸量を用いて式(25)を書き直すと次式のようになる。

$d(z_r w_r)^3 / dz_r = 3/4 \cdot 1/\beta^2 F^2 \cdot D_r (1 + D_r F^2)^{1/2} z_r (1 - \gamma^4 z_r^4 w_r^4)^{1/2} \dots\dots (27)$

(2) ブリュームの最高上昇高

式(27)を数値計算するために、次のような置換により w_r を Φ に変換する。

$$\sin^{1/2} \Phi = \gamma z_r w_r \dots\dots\dots (28)$$

この結果、式(27)は次のように書き表わされる。

$$\sin^{1/2} \Phi \cdot d\Phi = 1/2 \beta^2 F^2 \cdot D_r \cdot (1 + D_r F^2)^{1/2} \gamma^3 z_r \cdot dz_r \dots\dots\dots (29)$$

上式を放出口から任意の高さまで積分すると

$$\int_{\Phi_1}^{\Phi} \sin^{1/2} \Phi \cdot d\Phi = \frac{1}{4} \frac{1}{\beta^2 F^2} \cdot D_r (1 + D_r F^2)^{1/2} \times \gamma^3 (z_r^2 - z_{r1}^2) \dots\dots\dots (30)$$

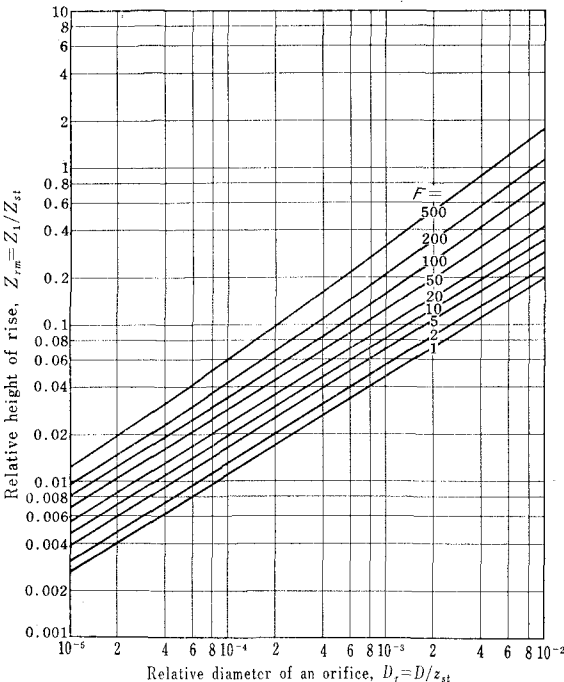
ただし、 z_{r1} および Φ_1 は放出口 ($z = z_1$) における z_r および Φ の値で、それぞれ次式で与えられるものである。

$$z_{r1} = \frac{D}{4\beta} \left/ \frac{d\rho}{(-d\rho/dz)} \right. = \frac{D_r}{4\beta}$$

$$\Phi_1 = \sin^{-1} \left(\gamma \cdot \frac{D_r}{4\beta} \cdot 2 \right)^2 = \sin^{-1} \left(\frac{\gamma D_r}{2\beta} \right)^2 \dots\dots\dots (31)$$

式(30)と式(28)から任意の z_r に対応する w_r が、さらに式(22)を比値で書き直したもののから、そのときの c が計算できる。ブリュームの上昇速度が0となる点、すなわち最高上昇高を示す点では、式(28)より、 $w_r = 0$ 、これに対応する Φ の値は $\Phi = \pi$ である。そこで式(30)より次式を得る。

$$(1/4 \beta^2 F^2) \cdot D_r \cdot (1 + D_r F^2)^{1/2} \cdot \gamma^3 (z_{rm}^2 - D_r^2/16\beta^2) = \int_{\Phi_1}^{\pi} \sin^{1/2} \Phi \cdot d\Phi = 2.40 - \int_0^{\Phi_1} \sin^{1/2} \Phi \cdot d\Phi \dots\dots\dots (32)$$



図—6 ブリュームの最高上昇高 (比値)

ここで、 z_{rm} は最高上昇高 (比値) を意味する。式(32)右辺の定積分を級数に展開して書き直すと、次のようなブリュームの最高上昇高を表わす式を得る。

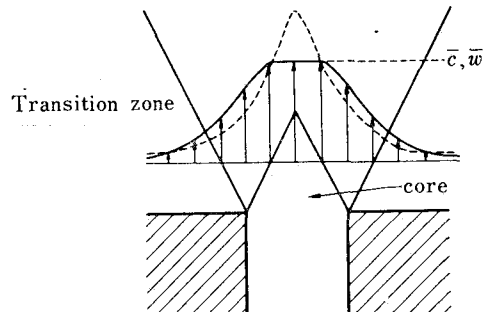
$$z_{rm} = [D_r^2/16\beta^2 + 1/2\beta \cdot F^{1/2} D_r^{5/4} (1 + D_r F^2)^{1/4} \times \{2.40 - (2/3 \cdot \Phi_1^{3/2} - 1/42 \cdot \Phi_1^{7/2})\}]^{1/2} \dots\dots (33)$$

図—6 は式(33)により無次元最高上昇高を図示したものである。計算にあたっては5.と同様 $\beta = 0.1$ とした。

7. 考 察

本報と前報との大きな違いは4.で述べたように、放出口断面においてブリュームの速度と濃度の分布を、現実の矩形分布に代えてこれと理論的に等価な Gauss 分布で近似した点にある。このように放出口断面の各分布を定めたのは、ブリュームの速度、濃度の断面分布を式(6)、(10)で近似して、現象を式(7)~(9)で表現する以上、放出口においても当然等価 Gauss 分布で近似すべきであると考えたことによる。しかしこの結果、放出口における速度、濃度の値は $w_{1m} = 2\bar{w}$, $c_{1m} = 2\bar{c}$ となり、また、放出口から離れた放出口に近い領域では、 $w_m/\bar{w}$, $c_m/\bar{c}$ の値がともにまだ1より大きいことは図—3 および 図—4 からも見られるとおりである(同図破線)。このような $w_m/\bar{w}$, $c_m/\bar{c}$ の値が1より大きい間の z 方向の無次元距離の長さを式(17)、(18)から求めてみると次表のようになる。

$w_m/\bar{w}$ に対して			$c_m/\bar{c}$ に対して		
F	z/D	放出口よりの距離 $l (=z/D - 1/4\beta)$ $\beta = 0.1$	F	z/D	放出口よりの距離 $l (=z/D - 1/4\beta)$ $\beta = 0.1$
1	37.5	35.0	1	3.55	1.05
2	10.2	7.70	2	4.05	1.55
5	5.5	3.00	5	4.7	2.20
10	5.1	2.60	10	4.8	2.30
20	5.05	2.55	20	5.0	2.50
50	5.0	2.50	50	5.0	2.50
100	5.0	2.50	100	5.0	2.50
200	5.0	2.50	200	5.0	2.50
500	5.0	2.50	500	5.0	2.50
∞	5.0	2.50	∞	5.0	2.50



図—7 Transition zone における速度、濃度分布図

この表の示すように、 w , c ともに $F \rightarrow$ 大となるにつれて、 l は 2.50 に近づいてゆく。しかし $F \rightarrow$ 小となるにつれ w については $l \rightarrow$ 大となつてゆくが、 c については $l \rightarrow$ 小となつてゆき興味深い。この l の物理的な意味については今後さらに研究を進めてゆきたい。このような距離 l が、本理論上の “transition zone length” と考えられる。すなわち、この距離内 ($z/D \leq l$ のような z/D の範囲) のプリューム断面においては、まだ core が存在するものと解釈できる (図-7)。この core が存在する transition zone 内の軸上速度および濃度は、理論上の放出速度および濃度の値の w_{1m} , c_{1m} ではなくて、実際にはそれぞれ $\bar{w}$, $\bar{c}$ をとり、これらの低減する曲線は図-3, 図-4 の実線部のように、助走距離 l の末端で $w_m/\bar{w}=1$, $c_m/\bar{c}=1$ の線から折れて z/D の増加に従って下降してゆくものとする。

(1) $d\rho_e/dz=0$ の場合

本研究において得られた式(19)および式(20)の両式は $F \rightarrow \infty$ の場合にはそれぞれ次のようになる。

$$c = (2\beta)^{-1} (z/D + 1/4\beta)^{-1} \quad \dots\dots\dots (34)$$

$$w_m/\bar{w} = (2\beta)^{-1} \times (z/D + 1/4\beta)^{-1} \quad (35)$$

式(34), (35)とも形は前報と変わらないが、仮想放出原点の位置が変わったことにより、 z/D に加えられる定数が、 $1/2\beta$ から $1/4\beta$ となった。式(34)は Frankel らにより求められていた形式(-1 乗)の式と一致し、また式(35)は軸対称噴流について確立されている形式の式である。逆にフルード数があまり小さくなくて $16\beta F^2 \ll 3$ と考えられるような範囲においては $2\beta(z/D + 1/4\beta) \gg 1$ となる z/D の値に対しては式(34), (35)はそれぞれ次のようになる。

$$c = 7.47 F^{2/3} (z/D + 2.5)^{-5/3} \quad (\beta = 0.1) \quad \dots\dots\dots (36)$$

$$w_m/\bar{w} = 3.35 F^{-2/3} \times (z/D + 2.5)^{-1/3} \quad (\beta = 0.1) \quad \dots\dots\dots (37)$$

濃度についての式(36)は、今日まで最も広く用いられてきていた次のような Abraham の式(1960)の形と一致する。速度についてもほ

ぼ一致している。

$$c_m/\bar{c} = 9.7 F^{2/3} (z/D + 2)^{-5/3} \quad \dots\dots\dots (38)$$

$$w_m/\bar{w} = 3.65 F^{-2/3} (z/D + 2)^{-1/3} \quad \dots\dots\dots (39)$$

式(36), (37)は前報と係数は同じであり、 z/D に加算される定数が 5 から 2.5 になり、より式(38), (39)に近くなった。Abraham の式はやや過大の値を与えるものであることが知られていたが、筆者らの式と比較すると、Abraham の式の係数はやや大きすぎると思われる。図-8 は式(38), (39)による Abraham の図表であり、図-9 は式(19), (20)を図-8 と同じ形式で書いたものである。

(2) $d\rho_e/dz = \text{const.} < 0$ の場合

結果的にみれば、式(33)は修正によってもほとんど変

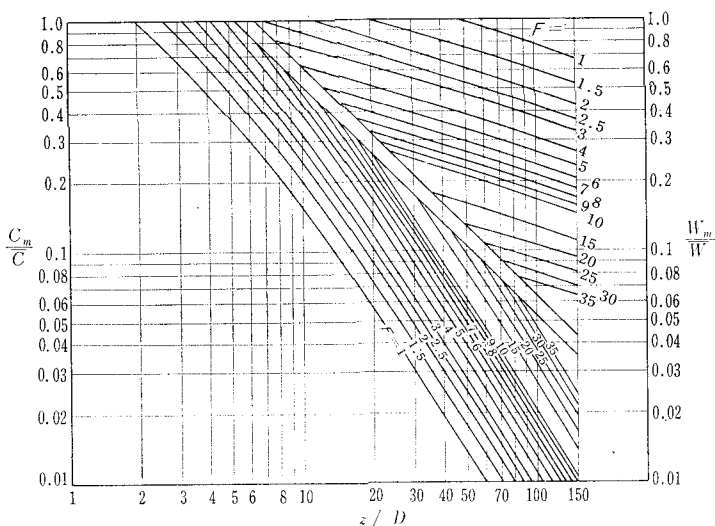


図-8 Abraham の図表

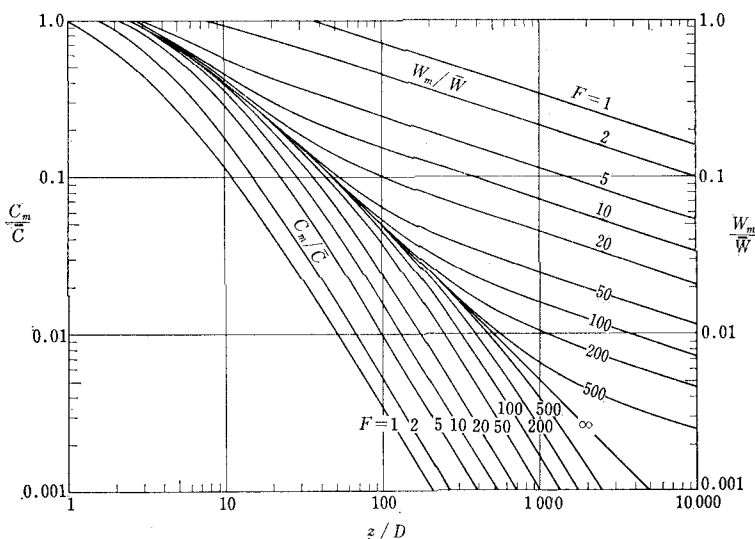


図-9 軸上速度、濃度各比値

化しなかった。唯一つ右辺第1項が $D_r^2/4\beta^2$ から $D_r^2/16\beta^2$ になっただけであり、 D_r の値が他の項に比べて小さいため図-6 においても D_r の小さい範囲では全く影響なく、 D_r が 10^{-2} 程度になって少しだけ z_{rm} の値が変化しただけである。これらの結果、あるいは $d\rho_e/dz = 0$ の場合も含めて、本報における修正点は z/D の大きい領域の現象、特にブリュームの最高上昇高などにはほとんど影響をおよぼさず、放出口に近い領域の現象を前報に比べ適確に表わしうるようになったといえよう。なお前報(昨年度水理講演会)での報告の中で、 z_{max} について諸々の考察を試みたが、これらは本報においても変わらないので省略する。

8. む す び

本研究により得られた結論の主なるものを示すと次のようである。

(1) 周囲水の密度が一定の場合

1) ブリュームの軸上流速比値は式(19)で示され、これを図示したものが図-3 である。また軸上濃度比値は式(20)で示され、これを図示したものが図-4 である。

2) $F \rightarrow \infty$, $F \rightarrow$ 小のそれぞれの場合の速度、濃度を表わす式は今までに確立されている式の形と一致する。

(2) 周囲水の密度が鉛直上方に直線的に減少する場合

1) ブリュームの最高上昇高(比値)は式(33)で示され、これを図示したものが図-6 である。

参 考 文 献

- 1) Abraham, G. : Jet diffusion in liquid of greater density, Jour. of the Hydraulics Division, Proc. A.S.C.E. Vol. 86, No. HY. 6, pp. 1~13, June 1960.
- 2) Frankel, R. J. and J. D. Cumming : Turbulent mixing phenomena of ocean outfalls, Jour. of the Sanitary Engineering Division, Proc. A.S.C.E. Vol. 91, No. SA. 2, pp. 33~59, April 1965.
- 3) Morton, B.R., G. Taylor, F.R.S. and J.S. Turner : Turbulent gravitational convection from maintained and instantaneous sources, Proc. Royal Soc. of London, Series A, pp. 1~23, March 6, 1956.
- 4) Railston, W. : Proc. the Physics Society, B, 67, p. 42, 1954.
- 5) Rouse, W., G.S. Yih and H. W. Humphreys : Gravitational convection from a boundary source, Tellus 4, No. 3, pp. 201~210, 1962.
- 6) Priestley, C. H. B. and F. K. Ball : Continuous convection from an isolated source of heat, Quarterly Jour. of the Royal Meteorological Society, London, Vol. 81, pp. 144~157, 1955.
- 7) Loh-Nien Fan : Turbulent buoyant jets into stratified or flowing ambient fluids, W. M. Keck Laboratory of Hydraulics and Water Resources. Division of Engineering and Applied Science, California Institute of Technology, Report, No. KH-R-15, pp. 1~133, June 1967.
- 8) Morton, B. R. : Forced plumes, Jour. Fluid Mech. Vol. 5, pp. 151~163, 1959.
- 9) Abraham, G. and W. D. Eysink : Jets issuing into fluid with a density gradient, Jour. Hydr. Research, I. A. H. R. Vol. 7, No. 2, pp. 145~175, 1969.
- 10) Hino, Mikio : Forced plumes in a stably stratified fluid, Trans. J.S.C.E., No. 88, pp. 29~37, 1962.
- 11) Brooks, Norman H. : Stream and estuarine analysis-Ocean disposal, (Unpublished), W. M. Keck Lab. Cal. Tech., 1967.
- 12) 林 泰造・小泉俊夫 : 浮上ブリュームの海域拡散, 土木学会第26回年次学術講演会講演集 II, pp. 145~148.
- 13) 林泰造・土屋十朗・伊藤正樹 : 廃液浮上ブリュームの濃度の拡散, 土木学会第19回海岸工学講演会論文集, pp. 253~257, 1972.
- 14) 林 泰造・伊藤正樹 : 密度成層水域中におけるブリュームの浮上, 拡散について, 土木学会第17回水理講演会講演集, pp. 6~14, 1973.