

波運動下での重力拡散

首 藤 伸 夫* レ・フ・ティ**

1. はじめに

動いている水の中へ放出された点源からのプリュームが、静水中に出されたものとことなつた稀釈度を示すことは、今ではよく知られた事実である^{2),4)}。この稀釈度がことなる原因として、主に2つの現象が考えられる。一つは、プリュームの水表面到達までの全長が、静水中のプリュームに比べて、長くなることである。この結果、きれいな周囲水と接触する時間が長くなることによる。もう一つの原因は、動いている水の中へだされたプリュームの断面形が、静水中でのもののように円形で近似されるものではなく、馬蹄形となり、プリューム中央部で上昇流を生ずることである。したがって、この種のプリュームでは、プリュームの運動に起因する乱流のほかに、この上昇流によって、混入水量が左右されるのである。これに対し、静水中のプリュームでは、プリュームの運動によってひきおこされた乱流のみが、周囲水をひきこむ主因である。

従来の研究では、一方向に一樣流速で流れている流水中での重力拡散が取扱われているが、本報文は、周囲水が波運動をしている場合について実験を行ない、どのような違いが見られるかを確かめたものである。

2. 理論的考察^{3),4),5)}

プリュームの軸はほぼ水平で、プリュームの水平方向の運動は周囲水の運動と大差ないものとする。ただし、鉛直方向の運動は、密度差および放出時にもっていた運動量によって支配され、周囲水の運動とは非常に異なっている。この鉛直運動の差が、プリューム内の流れが乱流となり、周囲水をひきこむ主因である。この効果を混入係数 α によって表わす。ここでは、プリューム内での具体的な密度分布の形状などは問題とせず、実用上最も重要であると思われる軸上の値のみを対象とする。プリューム断面は円形で、速度分布、密度分布は、相似性を保つものとする。したがって、取扱上最も簡単な帽子型分布を想定しておく。この仮定が、プリュームの実際の形とは違い、しかも混入を左右するプリューム断面中央

部での上昇流の発達状況を無視していることに注意しておかねばならない。すべてこのような影響は、実験によってきめられる係数 α の中に含めて考えられる。

方程式群は、プリュームの断面に関して積分した形で与えられ、非定常の項をふくんで、次の4式となる。

連続の式

$$\frac{\partial D^2}{\partial t} + U \frac{\partial D^2}{\partial x} = 4\alpha Dw \dots\dots\dots(1)$$

鉛直方向の運動の式

$$\frac{\partial (D^2 w)}{\partial t} + U \frac{\partial (D^2 w)}{\partial x} = \frac{\Delta \rho}{\rho} g D^2 \dots\dots(2)$$

密度欠損の連続の式

$$\frac{\partial (D^2 \Delta \rho)}{\partial t} + U \frac{\partial (D^2 \Delta \rho)}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots(3)$$

プリュームの軌跡

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{w}{U} \dots\dots\dots(4)$$

ここで、 α ：混入係数、 D ：プリュームの断面の直径、 w ：プリュームの鉛直流速、 U ：周囲水の水平流速、 ρ ：密度、 $\Delta \rho$ ：密度差である。

これらの式を解くことは容易でないので、さらに次のように近似的に考える。

はじめ、周囲水が右方向に流れているときに放出されたプリュームは、右斜め上方に上昇していく。ついで、周囲水の運動方向が左向きに変わると、左斜め上方に上がっていく。この段階で放出口から新しくでてくるプリュームは、最初のものの下方にあって両者が混じりあうことは、特別の場合を除いてはない。したがって、最初のプリュームが到達した最も右寄りの地点を通過してひいた鉛直線に関して、最初のプリュームのその次の段階の現象を折返してみれば、プリュームの軌跡は一方向に流れている流水中におけるものと似たものになる。したがって、周囲水の水平流速として、適当な一定流速を選択すれば、水表面に達したプリュームの最高濃度を知るという当面の目的のためには十分であるに違いない。そこで、 U として、半周期間の平均流速を選ぶこととする。これはまた、鉛直方向に関し異なった値をとるはずであるが、波運動が長波で与えられる範囲では、鉛直方向に関し一定値としてよい。

このように考えて、上の式群を時間に関して平均す

* 正会員 工博 中央大学教授 理工学部土木工学科

** アジア工科大学院 博士課程

る。このとき、もし、 D, w などがやはり周期性を有しておれば、 D^2w などの項を完全には無視できない。たとえば、放出初速 w_0 は必ずしも一定値ではなく、周期的にある程度変化する。放出流量は定水頭タンクと実験水槽底での圧力差によってきまるが、実験水槽内の水圧は波運動が存在するために、それによって影響されて、周期的にいくらか変動する。もっとも、この変動の幅は、大きなものではない。したがって、 D^2w などの項は他に比べて小さいものと省略できるが、いくらかの影響は、結局 α の中に含まれて残ることになる。 α が F_{ru}, F_{rw_0} などの関数として表わされる可能性がここからも生じてくる。

時間に関して平均すると、式(1)～(4)は、定常時のものと同じになり、その解は文献4)に与えられている。特に表面における稀釈度は、

$$\frac{\Delta\rho}{\Delta\rho_0} = \frac{1}{4\alpha^2} k \left(\frac{h}{D_0} \right)^{-2} \dots\dots\dots (5)$$

となる。ここで、 h は水深、 D_0 は放出口径である。

3. 実験設備と実験方法

実験に使用された水路は、アジア工科大学院所有の長さ7.4 m、高さ75 cm、幅50 cmの水路である。両端に取付けたピストン型造波機が同調して動き、重複波をつくりだすようになっている。この水路は、塩水によってみたされた。

放出水は、2個の180 l入りのタンクに貯えられ、定水頭タンクにポンプで送られる。ここから、実験水槽に5/8 inのパイプで流れていく。また、定水頭タンクからあふれた水は、貯水タンクに戻り、再び循環するようになっている。

放出口は、重複波の条件下で最大の水平流速を生ずる場所に設けられた。口径は0.5, 0.75, 1.0 cmの3通りであった。

放出流量は、貯水タンク内の水の減量から求められた。

放出水の稀釈度を知るために、水表面からサンプルを採取し、その塩分濃度およびトレーサの濃度を測定した。トレーサとしてはクロムを使った。これを放出原水に5000 $\mu\text{g/l}$ の濃度に混入しておいた。濃度の決定には、スペクトル光度計を使用した。このトレーサによる方法は、塩分によるより精度が良かったので、資料解析にはこの方法によるもののみを用いた。

試料採取は、水表面の3点(放出口の直上、および左右に50 cmずつ離れた地点)で行なわれた。採水は、実験条件が十分に定常状態に達したことを見定めて造波機を停止したのちに行なわれた。表層水の厚さは3～5 cmに達しており、表面から1～2 cmの深さの点で、採水流速が十分に小さく下層水を引き込まないことを確認

しながら採水した。表面以外の点での採水は、プリームが波運動に伴って左右に揺れ動くため、プリーム内からだけの採水ができないので行なわなかった。

波特性を知るために、波高および周期を測定した。周期は造波機の回転数より、波高はその空間分布をガラス張り側壁から測定して決定した。

水粒子の水平流速は、比重が水槽内の水と等しい混合液をベンゼンと四塩化炭素とからつくり、その粒子を水中に浮かべて最大水平移動距離を測り、微小振幅波理論によるものと比べて確かめた。両者は良い一致を示した。実験では重複波を使ったが、水粒子の水平移動距離は波長に比べて十分に小さく、水平流速の場所による変化がプリームの稀釈度に与える影響は小さいので、ここでえられた結果を進行波の下でのものに変換することは容易である。

その他実験条件は以下のとおりである。

$$h = 12.5, 25, 35 \text{ cm}$$

$$h/D_0 = 12.5 \sim 70$$

$$F_{ru} = 1 \sim 7$$

$$k = \frac{w_0}{U} = 3 \sim 30$$

$$w_0 = 0.32 \sim 3.00 \text{ m/sec}$$

$$\Delta\rho_0 = 0.01 \sim 0.05 \text{ g/cc.}$$

$$H = 1.4 \sim 5 \text{ cm}$$

$$T = 2.9 \sim 6.0 \text{ sec}$$

ここで、 F_{ru} は、水平流速 U を使った内部フルード数、 H は進行波波高、 T は周期である。

4. 実験結果と考察

(1) プリームの形式

プリームは、初速と密度差のため上方に上昇しながら

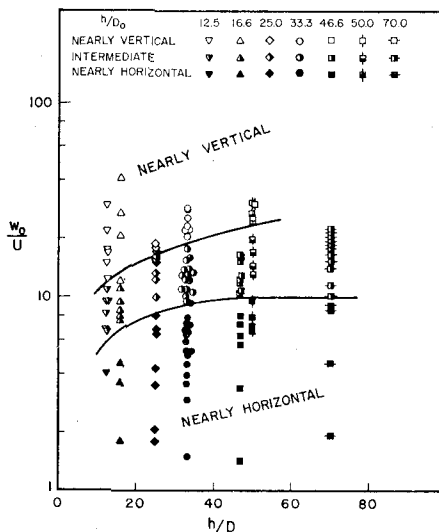


図-1 プリームの形態

ら、波運動によって径路をまげられる。プルームが表面に達するまでに波運動が何回繰り返されるかによってプルームを区別しようと試みた。まず、周囲水が一方方向に流れ始めたときに放出された水が、方向が逆転するまでの半周期間に表面に到達してしまうプルームを、“鉛直に近いプルーム”と名づけた。この半周期間には表面には到達せず、一周期経過するまでに到達するものを“中間的なプルーム”，それ以外のものを“水平に近いプルーム”と仮に呼ぶことにした。表面にとどいたプルームによって作られる表面近くの水の層の厚さは、鉛直に近いプルームによるものが最も薄く、水平に近いプルームによるものが厚かった。実験の範囲では、以上の3つの状態を区別するのに作用するものは、放出初速、水平流速、水深のようであり、図-1はこの結果を示したものである。

(2) 表面に到達したプルームの稀釈度

もし、水平流速が小さく、プルームはほぼ鉛直に上昇し、そのことによって稀釈の大半がきめられるとすると、Abraham によって与えられた静水中のプルームの式¹⁾

$$\frac{\Delta\rho}{\Delta\rho_0} = 9.7 F_{rw_0}^{2/3} \left(\frac{h}{D_0} + 2 \right)^{-5/3} \dots\dots\dots (6)$$

の方が $\Delta\rho/\Delta\rho_0$ の h/D_0 への依存性をよく表わすに違いない。また、もし、“鉛直に近いプルーム”だとしても、水平一方向流の中でのプルームに近いならば、 $\Delta\rho/\Delta\rho_0$ は、 $(h/D_0)^{-2}$ に比例するであろう。

いろいろな場合を想定して、最もばらつきの少ないものを求めた結果、図-2を得た。これによると、

$$\frac{\Delta\rho}{\Delta\rho_0} = 0.17 F_{rw_0}^2 k^{-1} \left(\frac{h}{D_0} \right)^{-2} \dots\dots\dots (7)$$

である。これはまた、

$$\frac{\Delta\rho}{\Delta\rho_0} = 0.17 F_{rv}^2 k \left(\frac{h}{D_0} \right)^{-2} \dots\dots\dots (8)$$

とも書けるので、式(5)と比べると、

$$\alpha = 1.21 F_{rv}^{-1} \dots\dots\dots (9)$$

とおいていることになる。以上の諸式で、 F_{rv} 、 F_{rw_0} は、水平流速 U 、放出初速 w_0 を使った内部フルード数である。

(3) 混入係数 α

式(5)を使って実験値から α を求め、 F_{rv} の関数として表わしたものが図-3である。大きな F_{rv} に対しては、図のように $\alpha=0.28$ と一定値においたほうがよいと思われる。この値は以前筆者が一方方向流に対して求めた値 $\alpha=0.33$ に近い値である。両者の差は、主に U の定義の差によるのであろう。

小さな F_{rv} に対しては、 α は F_{rv} の関数であった。

Fan は、

$$\alpha = f(k F_{rw_0}^{5/3}) \dots\dots\dots (10)$$

としたが、われわれの場合には F_{rv} の関数としたほうが実験値を説明するのに好都合であった。

ところで、図-3において、2つの事柄に注意する必要がある。まず、小さな F_{rv} に対し、 α が1を超える場合があることである。 α は、混入速度の、それを生ずる原因となった速度に対する比である。したがって、1を超えることは、増幅機構がない限り物理的に不可能であ

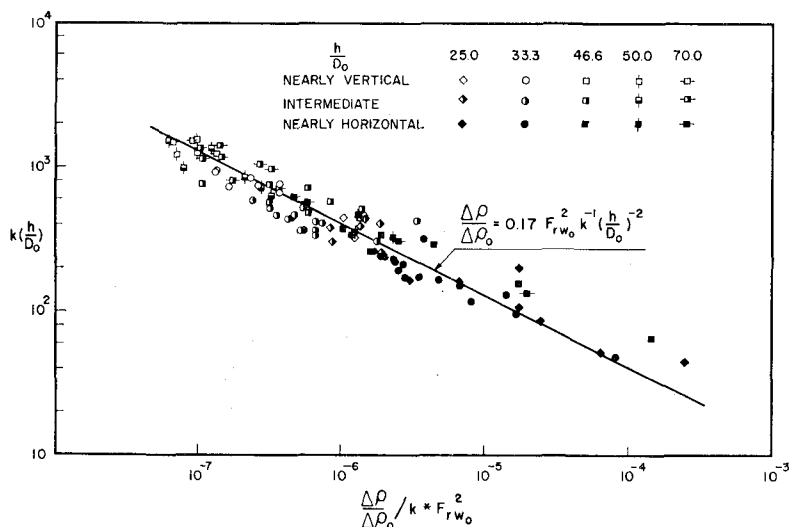


図-2 稀 釈 率

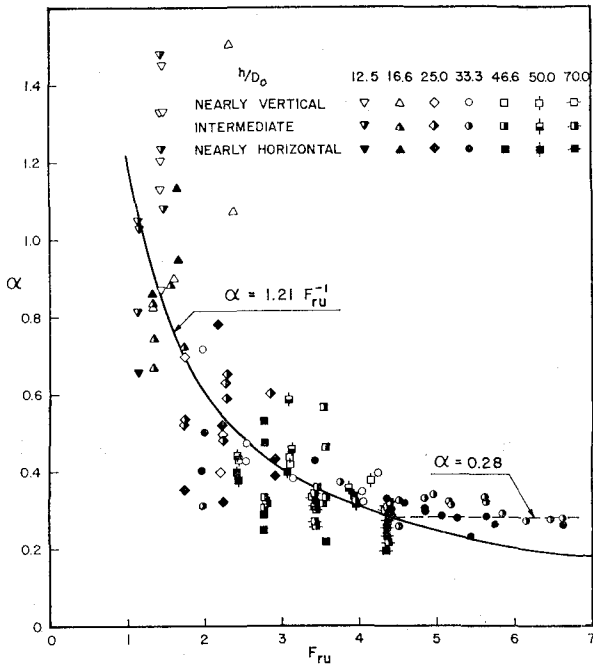


図-3 混入係数

る。われわれの想定したモデルが物理的には破綻したことを物語っている。

ついで、 $h/D_0 < 16$ の場合に、 α の値にばらつきが非常に大きいことである。放出口のすぐ近くでは、放出初速の影響などのため、相似性の仮定が成立しない。 h/D_0 が小さい時には、このことも α の値に大きくひびいてくる。

このように物理的な欠陥があるけれども、図-3の結果を使って稀釈度を小さな FrU 、 h/D_0 に対しても計算することができる。

(4) 稀釈度推定のための実験式

実験の範囲では、波は微小振幅長波として十分近似できるので、式中の U を進行波の特性 (H , T) を使って、次のように書くことができる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta \rho}{\Delta \rho_0} &= \frac{1}{1.27} \frac{1}{\alpha^2} \frac{w_0}{H} \sqrt{\frac{g}{h}} \left(\frac{h}{D_0} \right)^{-2} \\ \alpha &= 1.21 FrU^{-1} \quad FrU \leq 4.3 \\ &= 0.28 \quad FrU \geq 4.3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

5. 結 論

長波で近似できる波運動の中へ放出された水が、重力拡散の結果、表面に到達した時、式(11)によって表わされるように稀釈されることが、実験的にきめられた。混入係数 α も、式(11)のように表わされるが、小さな FrU 数に対しては、その物理的根拠が判然としないので、取扱いに注意が必要である。しかし、ここに行なわれた実験の範囲では、以上のような欠陥にかかわらず、稀釈度を推定するという当面の目的には十分役立つことがわかった。

謝 辞：本研究を行なうにあたり、アジア工科大学院ブリダ実験講師の多大な協力を得た。ここに記して感謝の意を表する。

参 考 文 献

- 1) Abraham, G. (1960) : Jet Diffusion in Liquid of Greater Density, Journal of the Hydraulic Division, Proc. ASCE, Vol. 86, No. HY 6, pp. 1~13.
- 2) Fan, L. N. (1967) : Turbulent Buoyant Jets into Stratified or Flowing Ambient Fluids, Report No. KH-R-15, W. M. Keck Lab. Hydraulics and Water Resources, California Institute of Technology.
- 3) Morton, B. R., G. I. Taylor and J. S. Turner, (1956) : Turbulent Gravitational Convection from Maintained and Instantaneous Sources, Proc. Royal Society of London, Series A, Vol. 234, pp. 1~23.
- 4) Shuto, N. (1971) : Buoyant Plume in a Cross Stream, Coastal Engineering in Japan, Vol. 14, pp. 163~173.
- 5) Slawson, P. R. and G. T. Csanady (1967) : On the Mean Path of Buoyant, Bent-over Chimney Plumes, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 28, Part 2, pp. 311~322.