

# 港湾の屈曲および断面変化に伴う長波の変形

堀 川 清 司\*・西 村 仁 嗣\*\*

## 1. 緒 論

筆者らはこれまで湾水振動に関する基礎的な研究を継続し、その過程において関連する様々な問題を取り上げてきた。この間の一貫した姿勢は対象水域をいくつかの一樣断面の部分水域に分割し、不連続な地形変化に伴う波の反射および透過の状況を適確に把握することによって全域の波動を理解もしくは説明しようとするものであった。特に湾口部の水理に対しては、それが湾水振動全般を規定する要点であるとの観点から多大の関心を示してきた。本論文はこうした従来の研究の成果をうけて、より現実的な問題へと歩を進める目的でまとめられたものである。

実際の港湾は一般に複雑な平面形状を有しており、線的な取扱いが許される場合は少なくないにしても、湾全体が直線状であったり、断面が一樣であったりすることはむしろまれである。したがって現実の港湾内の海水振動現象を解析するためには、屈曲、分岐、その他幅員もしくは水深の急変に伴う局地的な長波の変形のみならず、断面の漸変が長波に及ぼす影響についても十分な知識を有することが必要である。以下の各節においてはこれらの問題について逐次考察を進めることにする。

なお、ここでは微小振幅波理論の範囲内で議論が進められるが、有限振幅長波の変形に関しては岸りのすぐれた理論的研究がある。その他、shoaling に関する研究の中にも参考とすべきものが多い。

## 2. 屈曲に伴う長波の変形

図-1 のように屈曲した一樣断面の水路を想定する。入射波  $W_i$  が屈曲部位で反射波  $W_R$  と透過波  $W_T$  に分れるものとする、反対方向から入射する波も全く同様の分離を呈することになる。この研究の対象は長波であるから、このような状況下の透過率ならびに反射率を直接実験によって求めることは技術的に困難である。それゆえ筆者らは図-1 の C-C 断面を閉塞し、屈曲後の水路長  $l$  を有限として実験を行なった。上述のごとく B-B 断面において相当比率の反射が生じるものとすれば、B-C 領域内では波長  $L$  と領域長  $l$  の比に応じて何らか

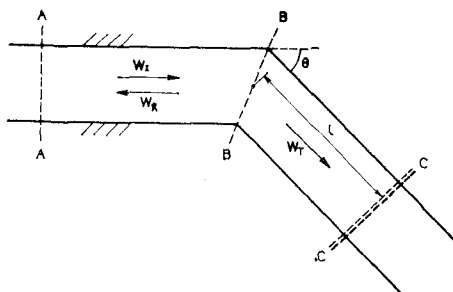


図-1

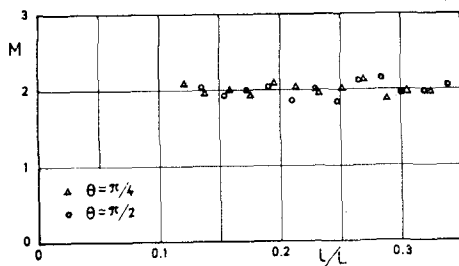


図-2

の共振特性が見られるはずである。入射波周期を一定とし、C-C断面の位置を変えながら、定常波の波高分布を実測したところ、図-2のような結果を得た。図の縦軸には波高増幅率  $M$ 、すなわち C-C 断面直前の重複波高と入射波高の比がとられている。同図から明らかなように B-C 領域内の波動は  $l$  によらず、常に入射波の約 2 倍の波高の定常波となる。このことは断面の変化を伴わない単なる屈曲は長波に対してほとんど意味をもたないという事実を示唆するものである。ただし、ここで行なった実験の諸元は下記のとおりである。

|              |                    |
|--------------|--------------------|
| 入射波周期        | 2.0~2.8 sec        |
| 入射波高         | 2.0~4.0 mm         |
| 水深           | 10.0 cm            |
| 水路幅員         | 15.0 cm            |
| 屈曲角 $\theta$ | $\pi/4 \sim \pi/2$ |
| B-C 領域の長さ    | 30~100 cm          |

桃井<sup>2)</sup>は一樣水深の L 字形水路内を伝播する微小振幅波の変形を理論的に取扱い、級数解を得ている。図-3(a) および (b) は当該論文より計算結果の一例を引用したものであり、図中の実線はそれぞれ一定刻みの等振幅線

\* 正会員 工博 東京大学教授 工学部土木工学科

\*\* 正会員 工修 東京大学講師 工学部土木工学科

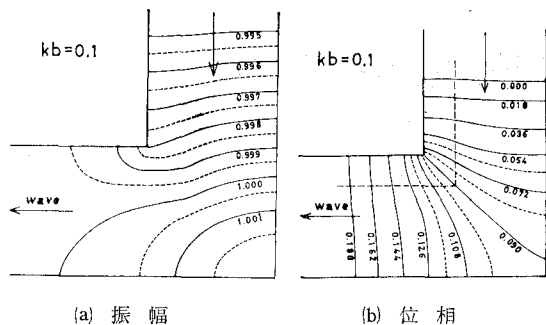


図-3

ならびに等位相線である。前者に付された数字は各地点の波高と入射波高との比を示し、後者に付された数字は radian 単位の位相角を示している。また  $k$  は波数,  $b$  は水路幅である。桃井は  $kd$  が 1.0 以下の場合、進入波がほとんど屈曲の影響をうけることなくそのまま透過波となることを指摘しているが、これは前述の実験結果と符合するところである。図-3(b)に見られるように波向は屈曲の直前および直後において完全に水路軸方向と合致し、屈曲部では見かけ上波の位相速度が外縁で大きく、内縁で小さくなる。このような場合屈曲を無視することが可能であるが、位相関係を正しく評価するためには、中心軸よりもいく分内縁側に寄った軸に沿って水路長を測る必要がある。図-3(b)について見ると、図中に点線で示した水路幅員の 4 等分軸上で等位相線間隔がほぼ一定となる。

相次いで急角度に折れ曲がる水路に関しても同様の考え方が成り立つことは以上の検討結果から当然予想される。

### 3. 断面変化に伴う長波の変形

長波の場合、1次元の運動方程式は

$$\frac{\partial Q_*}{\partial t} + bc^2 \frac{\partial \eta_*}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

また連続の式は

$$\frac{\partial Q_*}{\partial x} + b \frac{\partial \eta_*}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

と書かれる。ここに、 $Q_*$  は流量、 $\eta_*$  は静水面から計った水位上昇量、 $b$  は水路幅員、 $c$  は長波の波速で  $c = \sqrt{gh}$ 、 $h$  は水深、 $t$  は時間、 $x$  は距離座標を示す。

時間的には単一周期の正弦波形を仮定し、 $Q_* = Q(x) \cdot e^{i\sigma t}$ 、 $\eta_* = \eta(x)e^{i\sigma t}$  とおけば、式 (1) および (2) は  $Q$  および  $\eta$  を用いて書き直される。しかる後、これらの 2 式から  $Q$  を消去すれば、 $\eta$  に関する常微分方程式

$$\frac{d}{dx} \left( bc^2 \frac{d\eta}{dx} \right) + \sigma^2 b \eta = 0 \quad (3)$$

を得る。

#### (1) 本間の解<sup>6),7)</sup>

断面変化による長波の変形に関しては多くの研究がなされている。本間は 1933 年にすでにこの問題を取り上げ、理論・実験の両面から研究を行なっている。この議論はきわめて簡明かつ有効なものであるが、全く解析的な手法に基づいているので、その対象は特定の地形に限られる。ここでは最も簡単な次の 2 種の地形に対する解について調べることにする。

(I) 水深が一定で幅員が直線的に変化する場合

$$(h = \text{const.}, b \propto x)$$

(II) 幅員が一定で水深が直線的に変化する場合

$$(b = \text{const.}, h \propto x)$$

上記のいずれの場合にも式 (3) は Bessel の微分方程式に帰着し、

$$\eta = A_1 H_0^{(1)}(\xi) + B_1 H_0^{(2)}(\xi) \quad (4)$$

なる解が得られる。ここに、 $A_1, B_1$  は境界条件によって定まる積分定数、 $H_0^{(1)}, H_0^{(2)}$  は第 1 種および第 2 種の 0 次の Hankel 関数で、それぞれ逆行波と進行波に対応する。 $\xi$  は新たに導入された距離指標で

$$\xi = \int_0^x k dx \quad (5)$$

によって定義される。ただし、 $k$  は波数で  $k = \sigma/c = 2\pi/L$ 、 $L$  は波長である。解の中に幅員  $b$  が explicit な形で現われていないことは一見奇異に感ずるが、これは  $\eta$  が幅員の絶対値によらず、むしろその比率によるためである。

式 (1) および (4) より

$$Q = -ibc [A_1 H_1^{(1)}(\xi) + A_2 H_1^{(2)}(\xi)] \quad (6)$$

ただし、 $H_1^{(1)}, H_1^{(2)}$  は第 1 種および第 2 種の 1 次の Hankel 関数である。

図-4 に示したように、 $x = x_0$  の位置で波が完全反射する場合を考えると、この点における流量  $Q_0$  は 0 でなければならないから、 $x = x_n$  点の重複波  $\eta_n$  は

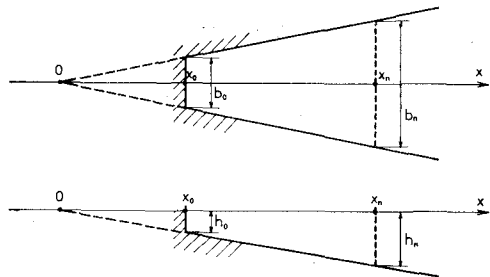


図-4

$$\eta_n = A [H_1^{(2)}(\xi_0) \cdot H_0^{(1)}(\xi_n) - H_1^{(1)}(\xi_0) \cdot H_0^{(2)}(\xi_n)] \quad (7)$$

で与えられる。ここに、 $\xi_0, \xi_n$  はそれぞれ  $x = x_0, x_n$  における  $\xi$  の値を示す。 $A$  は任意定数である。

さらに,  $\xi_n - \xi_0 = \Delta \xi$  と書けば,

$$kx_0 = \frac{\alpha \cdot \Delta \xi}{1 - \alpha}, \quad kx_n = \frac{\Delta \xi}{1 - \alpha} \quad \dots\dots\dots (8)$$

であるから,  $\eta_n/\eta_0$  は常に  $\Delta \xi$  と  $\alpha$  の関数であることがわかる。ただし, (I) の場合  $\alpha = b_0/b_n$ , (II) の場合  $\alpha = \sqrt{h_0/h_n}$  である。

さらに本間には運動方程式中に線形抵抗の項を含む場合についても検討を加えているが, 本論文ではこの点については触れないことにする。

## (2) Neumann の方法

ここでは図-5 に示したように幅員および水深が任意に変化する水路内の長波に対して Neumann の解法を適用することを考える。この方法は水域の固有振動周期を求める際にしばしば用いられるものである。

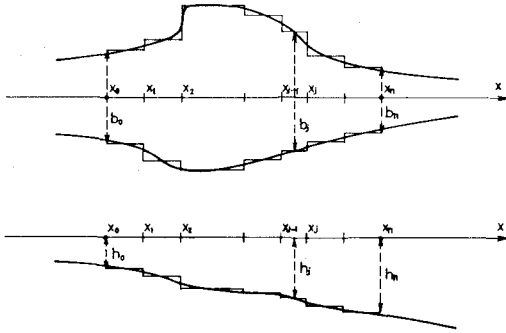


図-5

区間  $(x_0, x_n)$  内の波動を求めるために, これを  $n$  個の部分区間  $(x_{j-1}, x_j)$  に細分し, 各区間は幅員  $b_j$ , 水深  $h_j$  なる一様水路と見なす。ここに,  $j=1, 2, \dots, n$  である。 $x_{j-1}$  点の波動と  $x_j$  点の波動を関係づけることができれば, これらをつなぎ合わせることによって, 結局全領域の波動が知られる。この手法の基本的な部分については筆者らがすでに紹介したところであり<sup>8), 9)</sup>, ここでは論旨を一層明確にするために補足的な説明を加えることにする。

各部分区間内では幅員, 水深ともに一定であるから, 式 (3) は

$$\frac{d^2 \eta}{dx^2} + k^2 \eta = 0 \quad \dots\dots\dots (9)$$

となり, その解は

$$\begin{pmatrix} Q \\ \eta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ z & z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q^+ \\ Q^- \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (10)$$

である。ここに,  $z$  は特性 impedance で  $z = -1/b_j c_j$ ,  $c_j$  は長波の波速で  $c_j = \sqrt{gh_j}$ , また  $Q^+$  および  $Q^-$  はそれぞれ  $x$  の負および正の方向に伝播する流量波形の振幅で  $Q^\pm = A^\pm e^{\pm i k x}$ ,  $A^+$  および  $A^-$  は積分定数である。

以下において添字  $j$  および ' の意味はすべて図-6 中の  $x$  に準ずるものとする。

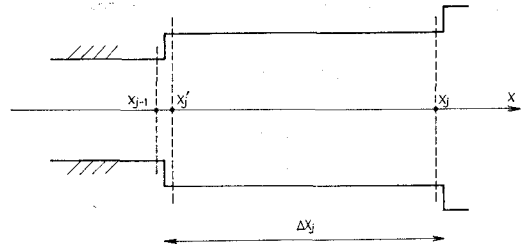


図-6

式 (10) の関係は各点で成立せねばならないから,

$$\begin{pmatrix} Q_j \\ \eta_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ z_j & z_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_j^+ \\ Q_j^- \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (11)$$

各部分区間内では位相のみが変化するので,  $x_j - x_{j-1} = \Delta x_j$  として,

$$\begin{pmatrix} Q_j^+ \\ Q_j^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{i k_j \Delta x_j} & 0 \\ 0 & e^{-i k_j \Delta x_j} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_{j-1}^+ \\ Q_{j-1}^- \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (12)$$

の関係は明らかである。

さらに区間接続部における両側の領域の水位と流量を連続させることにより, 断面の急変にともなう反射と透過を規定する関係式

$$\begin{pmatrix} Q_j^- \\ Q_j^+ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [1 + \alpha_j]/2\alpha_j & [1 - \alpha_j]/2\alpha_j \\ [1 - \alpha_j]/2\alpha_j & [1 + \alpha_j]/2\alpha_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_{j-1}^+ \\ Q_{j-1}^- \end{pmatrix} \quad (13)$$

が導かれる。ここに,  $\alpha_j = z_j/z_{j-1} = b_{j-1}\sqrt{h_{j-1}}/b_j\sqrt{h_j}$  である。

式 (11)~(13) を逐次結び付けると

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} Q_j \\ \eta_j \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ z_j & z_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i k_j \Delta x_j} & 0 \\ 0 & e^{-i k_j \Delta x_j} \end{pmatrix} \\ &\cdot \begin{pmatrix} [1 + \alpha_j]/2\alpha_j & [1 - \alpha_j]/2\alpha_j \\ [1 - \alpha_j]/2\alpha_j & [1 + \alpha_j]/2\alpha_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ z_{j-1} & z_{j-1} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} Q_{j-1} \\ \eta_{j-1} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos k_j \Delta x_j & \frac{i}{z_j} \sin k_j \Delta x_j \\ i z_j \sin k_j \Delta x_j & \cos k_j \Delta x_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_{j-1} \\ \eta_{j-1} \end{pmatrix} \dots\dots (14) \end{aligned}$$

したがって,

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} Q_j \\ \eta_j \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos k_j \Delta x_j & \frac{i}{z_j} \sin k_j \Delta x_j \\ i z_j \sin k_j \Delta x_j & \cos k_j \Delta x_j \end{pmatrix} \dots\dots \\ &\cdot \begin{pmatrix} \cos k_2 \Delta x_2 & \frac{i}{z_2} \sin k_2 \Delta x_2 \\ i z_2 \sin k_2 \Delta x_2 & \cos k_2 \Delta x_2 \end{pmatrix} \\ &\cdot \begin{pmatrix} \cos k_1 \Delta x_1 & \frac{i}{z_1} \sin k_1 \Delta x_1 \\ i z_1 \sin k_1 \Delta x_1 & \cos k_1 \Delta x_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_0 \\ \eta_0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} A_{11j} & i A_{12j} \\ i A_{21j} & A_{22j} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_0 \\ \eta_0 \end{pmatrix} \quad \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

ここに,  $A_{11j}$  等はいずれも実数で  $z_j$  および  $k_j \Delta x_j$  によって定まる。特に  $x_0$  点で波が完全反射する場合は  $Q_0 = 0$  であるから

$$\eta_j/\eta_0 = A_{22j} \quad \dots\dots\dots (16)$$

となる。

## (3) 考 察

Green の式<sup>10)</sup>

$$\eta = b^{-1/2} h^{-1/4} [f_1(\sigma t + kx) + f_2(\sigma t - kx)] \quad \dots\dots (17)$$

は断面変化がゆるやかであるという前提の下に式(1)および(2)の近似解を与えるものである。ただし、 $f_1$  および  $f_2$  は任意の関数である。これから Green の定理として広く知られている簡便な公式

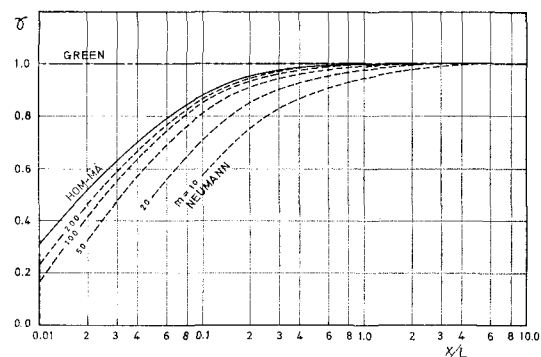
$$\left| \frac{\eta_n}{\eta_0} \right| = \left( \frac{b_0}{b_n} \right)^{1/2} \left( \frac{h_0}{h_n} \right)^{1/4} \dots\dots\dots (18)$$

が進行性の波について導かれる。式(18)はまた一定時間内に  $x=x_0$  および  $x=x_n$  の2つの断面を通過する長波の全エネルギーを等置することによっても容易に得られる。Green の解においては2地点における波高の比  $\eta_n/\eta_0$  がそれらの点における幅員比と水深比のみの関数であって、その間の地形変化の過程ないしは  $\xi$  に全く関係しない。これは波の反射が考慮されていないことに起因し、本間の解もしくは Neumann の方法による解と基本的に異なる点である。

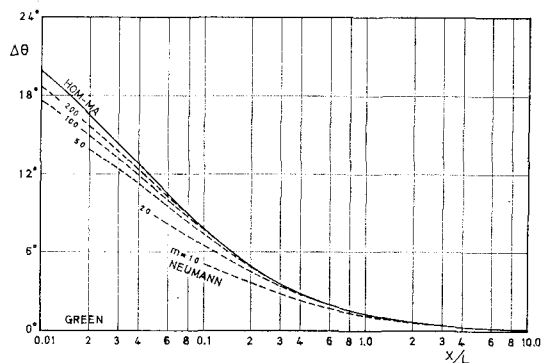
Neumann の方法による解(15)は各部分区間の長さを無限に小さくすれば本間の解(4)に収斂する。図-7(a) および(b)は水深一定で幅員のみが直線的に変化する水路内の進行性の波について、それぞれの方法による計算結果を比較したものである。

図示の便宜上、振幅変化は

$$r = \sqrt{\frac{b^*}{b}} \cdot \left| \frac{\eta}{\eta^*} \right| \dots\dots\dots (19)$$



(a) 振 幅



(b) 位 相

図-7

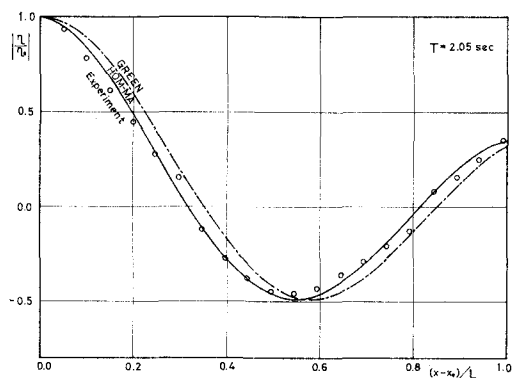
また、位相の変化は

$$\Delta\theta = |\arg(\eta) - \arg(\eta^*)| + 2\pi \cdot \frac{x - 10L}{L} \dots\dots\dots (20)$$

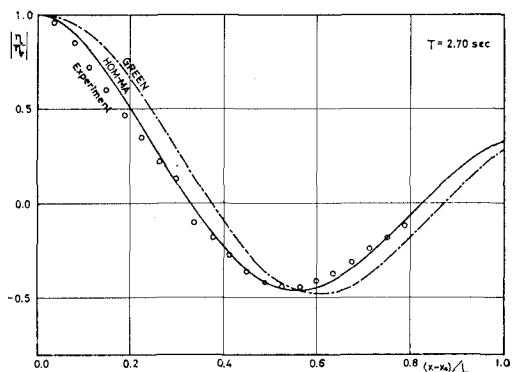
によって表現した。ここに、 $|\eta^*|$  および  $\arg(\eta^*)$  はそれぞれ  $x/L=10$  における波の振幅および位相を示し、 $b^*$  は同点の水路幅員を示す。Neumann の方法においては1波長に相当する水路長を  $m$  等分して行列演算を行なったが、計算条件と等分数  $m$  による計算の精度はこれらの図から明らかである。この方法の利点は任意の断面変化に対する長波の変形過程が比較的容易に計算できることである。また、途中で断面の不連続があっても特別の取扱いは必要とされない。

Green の式に従えば、このような条件の下では常に  $r=1$ ,  $\Delta\theta=0$  となる。その近似の度合いは上述の前提がどの程度満たされるかによって決まり、やはり図-7から量的に評価される。

図-8は水深が一定で幅員が直線的に変化する場合に生じる重複波高分布について、本間および Green の解と実験結果とを比較したものである。2つの理論解は波長の点でいく分異なる結果を与えている。また実験においては波形が完全に正弦的ではないため、特に node 付



(a)



(b)

図-8

近で基本 mode 以外の振動が顕著となって、測定結果に変調をきたしている。実験条件は 1 に記した通りであるが、この場合には 2 m の間に幅員が 20~100 cm から 10 cm に減じる模型水路を使用した。

逆に幅員が一定で水深が直線的に変化する場合の波高変化の状況について、本間 および Green の理論解と Iversen<sup>11)</sup> の実験結果とを比較したのが 図-9 である。

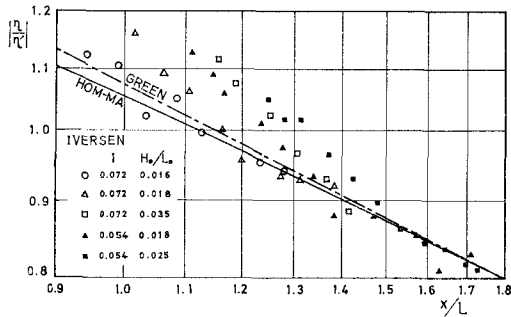


図-9

波形勾配が小さいとき、もしくは水深変化がゆるやかな領域で、理論値と実験値の間に良好な一致が見られる。図の縦軸は基準振幅  $|\eta|$  を用いて無次元化した水面振幅であるが、 $\eta$  自体はケースにより異なる。実験値に関する凡例中、 $I$  は底勾配、 $H_0/L_0$  は沖波波形勾配を表わしている。なお、これらの図においては、式 (17) 中の任意関数  $f_1$  および  $f_2$  として正弦関数がとられている。図みに Iversen の実験値は有限振幅波の shoaling に関する岩垣ら<sup>12),13)</sup>の研究に際しても引用されている。

#### 4. 結 語

以上の各節において次の点が明らかにされた。

- i) 長波は水路の屈曲によってほとんど影響されない。
- ii) 断面の変化が比較的ゆるやかな場合には前節において述べたいずれの方法もほぼ同一の妥当な結果を与える。
- iii) 最も簡単な長波の方程式 (1) および (2) は Neumann の方法によって一般的に解かれる。この方法は幅員および水深が同時に、急激にあるいは不連続に変化するような場合には特に有用である。

最後に港湾の分岐が海水振動に及ぼす影響について簡単に述べておく。この問題を一般的に論ずることは現段階では困難である。すなわち、分岐が存在する場合には

各部分水域間の coupling がとりわけ重要であり、実際の現象においては領域接続部の微妙な局地形が全域の波動に大きな影響を及ぼすようである。また、各部分水域の平面的な配置をも考慮する必要がある。たとえば 2 本の分岐が対向しているような場合、これらの水域にまたがる各次の mode の振動が起こることは当然考えられるし、実際この種の振動が観測される例は少なくない。逆に分岐の相対方向が並列的な場合には相互の影響は小さいものと思われる。線的な取扱いにこうした種々の効果を加味するためには新たな議論が必要となろう。

なお、この研究を進めるにあたり、本間 仁教授より貴重な御教唆を頂いた。ここに記して謝意を表する。

#### 参 考 文 献

- 1) Kishi, T.: Transformation, Breaking and Run-up of a Long Wave of Finite Height, Proc. 8th Conf. on Coastal Eng., pp. 60~76, 1963.
- 2) Momoi, T.: Tsunami in an L-shaped Canal [I], Bull. Earthq. Res. Inst., Vol. 41, pp. 581~587, 1963.
- 3) Momoi, T.: Tsunami in an L-shaped Canal [II], Bull. Earthq. Res. Inst., Vol. 42, pp. 449~463, 1964.
- 4) Momoi, T.: Tsunami in an L-shaped Canal [III], Bull. Earthq. Res. Inst., Vol. 43, pp. 745~754, 1965.
- 5) Momoi, T.: Tsunami in an L-shaped Canal [IV]—the Fourth Approximation—, Bull. Earthq. Res. Inst., Vol. 44, pp. 121~140, 1966.
- 6) 本間 仁: 長波の変形に就て, 土木学会誌, 第19巻, 第9号, pp. 741~763, 1933.
- 7) 本間 仁: 津波の変形の理論, 内務省土木試験所報告, 第26号, pp. 83~92, 1933.
- 8) 堀川清司, 西村仁嗣: 枝分れのある湾の振動特性について, 第14回海岸工学講演会講演集, pp. 98~103, 1967.
- 9) 堀川清司: 海岸工学, 東京大学出版会, pp. 121~128, 1973.
- 10) Lamb, H.: Hydrodynamics, 6th edition, Cambridge Univ. Press, pp. 273~278, 1932.
- 11) Iversen, H. W.: Waves and Breakers in Shoaling Water, Proc. 3rd Conf. on Coastal Eng., pp. 1~12, 1952.
- 12) 岩垣雄一・酒井哲郎: 有限振幅波の shoaling について, 第14回海岸工学講演会講演集, pp. 1~7, 1967.
- 13) 岩垣雄一・酒井哲郎: 有限振幅波の shoaling について(2), 第15回海岸工学講演会講演集, pp. 10~15, 1968.