

柱体に作用する全波力について

土 屋 義 人*・山 口 正 隆**

1. 緒 言

柱体に作用する波力に関しては、Morison¹⁾ 以来多くの研究が実施されてきたが、波動運動に伴う現象の複雑さのため、結果のばらつきが大きく十分統一的な成果が得られていないと考えられる。Morison の方法は波の運動場が物体によって変形をうけず、波動運動を一様水深におけるものとして表現できること、非碎波の波であること、および波力を抗力と慣性力の線形和として表現できることなどの仮定にしたがっているものである。その方法の適否は別にして、Morison 流の考え方に基づいて波力を計算していく場合重要になるのは、静水面上の波の峯高、波の水粒子速度および加速度の正確な算定と抗力係数および質量係数の適切な選択である。著者ら²⁾ はこうした観点にたつてすでに Morison の波力算定式に Stokes 波やクノイド波などの有限振幅波理論を導入し、これに基づいて、従来の結果をも含めた多くの実験および観測結果から抗力係数および質量係数と波の特性との関連を詳細に検討した。そこで、本研究では柱体に作用する全波力に注目し、次元解析的考察に基づく実験値の検討から波や柱体の特性を表わす各種のパラメーターの全波力に及ぼす影響を明らかにするとともに、有限振幅波理論を用いた全波力の計算値と実験値との比較で Morison の波力算定式の適用性を検討する。なお、ここで検討するのは柱体（直円柱および正角柱）の特性長が波長に比べて小さく、いわゆる柱体による波の回折効果は無視できる場合である。

2. 全波力に関する次元解析的考察

柱体に作用する波力は当然のことながら波や柱体の特性と密接な関係があり、それらの特性を示す各種のパラメーターの波力に及ぼす効果を知ることがきわめて重要である。いま、海底勾配を一定とし、かつ円柱の粗度や柱体の振動特性の影響を考慮しないことにすると、柱体に作用する全波力に關係する物理量に対し、次式が考えられる。

$$\phi(F, T, h, H, D, t, \mu, \rho, g) = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 F ：全波力、 T ：周期、 h ：水深、 H ：波高、 D ：柱体の特性長、 t ：時間、 μ ：粘性係数、 ρ ：流体の密度、 g ：重力加速度、である。

式(1)において適当な基本量を選んで Buckingham の π 定理により次元解析を行なえば、無次元全波力は次式で与えられる。

$$F/\rho g D^3 = \phi'(T\sqrt{g/h}, h/H, H/D, HD/\nu T, t/T) \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 ν ：動粘性係数、 $HD/\nu T$ ：波の Reynolds 数に相当する量、である。

次に全波力の最大値に注目し、粘性の効果は無視すれば、式(2)は

$$F/\rho g D^3 = \phi''(T\sqrt{g/h}, h/H, H/D) \dots\dots\dots (3)$$

となり、全波力の最大値は3つの無次元量、 $T\sqrt{g/h}$ 、 h/H および H/D の関数として表示される。さて、式(3)に基づいてそれぞれのパラメーターを一定にし、著者らの円柱および角柱に作用する波力の実験結果を整理することにする。図-1 は円柱に関する実験結果のうちから H/D および h/H の値がほぼ一定であるものを選んで示した無次元全波力の最大値 $F/\rho g D^3$ の $T\sqrt{g/h}$ による変化を示すものである。この図から $F/\rho g D^3$ は $T\sqrt{g/h}$ とともに若干増加し、その傾向は h/H の値が小さいほど、あるいは H/D の値の大きいときほど著しいことがわかる。図-2

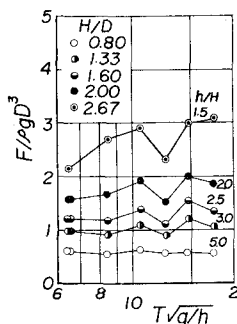
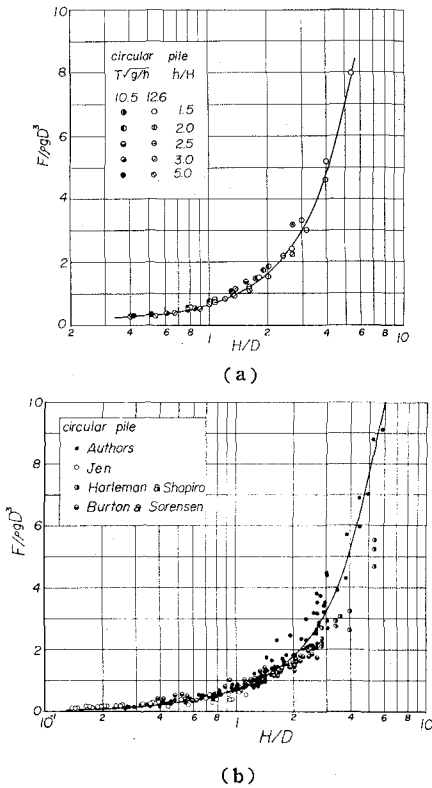


図-1 $F/\rho g D^3$ の $T\sqrt{g/h}$ による変化

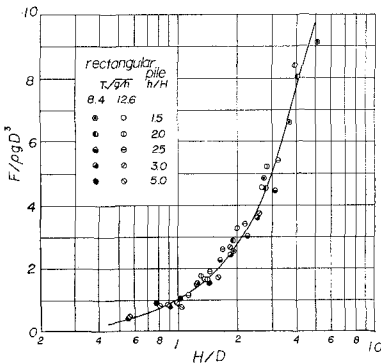
(a) は $F/\rho g D^3$ の H/D による変化を示すものであって、Paape³⁾ の実験結果にも見られるように、 $F/\rho g D^3$ が H/D とともに増加する傾向がよく現われている。またこの場合の h/H による変化は実験結果のばらつきの中にかくれており、実験値が1本の曲線によって表示されているのは興味深い。図-2 (b) は $T\sqrt{g/h}$ および h/H の影響を無視して、著者らおよび従来の実験結果^{4), 5), 6)} について $F/\rho g D^3$ と H/D の関係を示したものである。この結果によれば、 $T\sqrt{g/h}$ 、 h/H および Reynolds 数の影響、さらには実

* 正会員 工博 京都大学教授 防災研究所

** 正会員 工修 京都大学助手 防災研究所

図-2 $F/\rho g D^3$ の $T\sqrt{g/h}$ による変化

験誤差などのため、かなりのばらつきはあるけれども、実験値は近似的に1本の曲線で表示されることがわかる。したがって、粗い近似であれば、 $F/\rho g D^3$ は H/D のみの関数と考えられ、波高と円柱の直径が与えられるとき、この図から全波力の最大値をおおよそ推定することができる。また、このことは図-3に示した正角柱の実験結果(1辺7および14cmの正角柱を波の進行方向およびそれと45°の方向に向けた場合)についてもいえることである。ただし、図を見ても明らかなように、資料はかなり散乱しており、より正確な波力の推定には、 H/D の値の小さい場合、 $T\sqrt{g/h}$ および h/H , H/D の

図-3 $F/\rho g D^3$ の $T\sqrt{g/h}$ による変化

値の大きい場合、これらのパラメーターと Reynolds 数の影響を考慮する必要があるのはいうまでもない。

3. 有限振幅波理論による波力算定式の検討

(1) 有限振幅波理論に関する若干の考察

一般に有限振幅波理論としては Stokes 波やクノイド波理論があげられるが、Stokes 波理論は水深波長比 h/L の値のあまり小さくない領域で、またクノイド波理論は h/L の値の小さい領域で適合性がよいといわれており、前者は第5次近似解⁷⁾、後者は第3近似解⁸⁾まで計算されている。しかし、いずれの理論にしろ、これらの高次解は相対的に近似度が低く、砕波限界に近づくにつれ、解の収束性が悪くなり、むしろ発散の傾向を示す。さらに、現在の有限振幅波理論(進行波)では基礎方程式から直接波速が決定されず、そのため、いわゆる Stokes の第1および第2定義といわれる物理的な条件が必要であるという波動理論に関する根本的な問題がある。そして、一般の Stokes 波理論では暗黙のうちに第1定義が用いられているのに対し、クノイド波理論 (Chappelear: 第1定義, Laitone: 第2定義) では両方の定義により波速の計算が行なわれている。そこで、著者ら⁹⁾は第2定義を用いて Stokes 波の第4次近似解およびクノイド波の第2近似解を計算し、他の多くの有限振幅波理論解を含めて波速および水粒子速度について実験値と比較した結果、波速については第2定義によるものが実験値とよく一致した。水平水粒子速度については、いずれの有限振幅波理論も比較的良好に実験値と一致するけれども、実験値のばらつきが大きいため、どちらの定義による波動理論がより妥当であるかを確かめることができなかった。また、Laitone によるクノイド波理論は波高の増大とともに流速分布がかなりとがった形になり、実験値との隔たりが大きくなるのに対し、Chappelear によるクノイド波理論は流速分布の形そのものは実験値に対応するが、その絶対値は若干大きな値を与え、しかもその傾向は第1定義の方が著しいことも明らかになった。以上のように、現在の有限振幅波理論には多くの問題が内在しており、その使用にあたっては注意を要する。

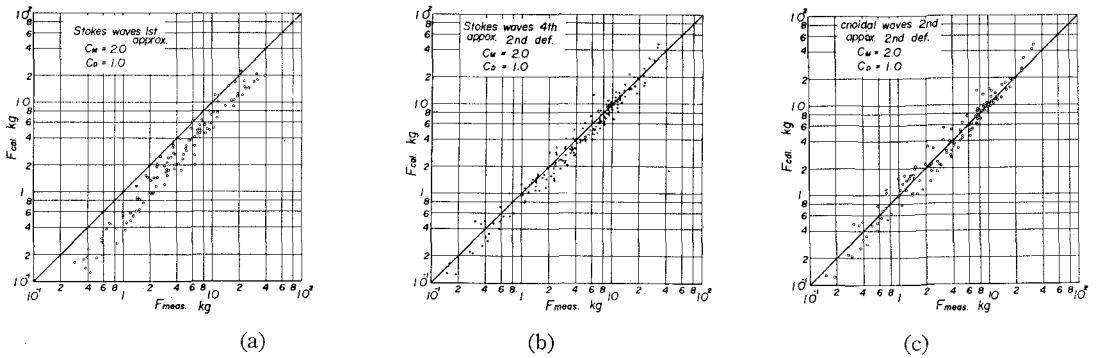
(2) 有限振幅波理論の波力算定式への導入

直径 D 、長さ dz の直円柱に作用する水平波力 dF は Morison に従えば、抗力と慣性力の和として次式で表わされる。

$$dF = C_D D (\rho/2) u |u| dz + C_M \rho (\pi/4) D^2 (du/dt) dz \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 C_D : 抗力係数、 C_M : 質量係数、 u : 波の水平水粒子速度、 du/dt : 水平水粒子加速度、である。

抗力係数および質量係数が水深方向に変化しないという仮定のもとに、全波力は式(4)の水深方向にわたる積



図—4 全波力の計算値と実験値との比較(1)

分として次式で与えられる。

$$F = C_D D(\rho/2) \int_{-h}^{\eta} u|u|dz + C_M \rho(\pi/4) D^2 \int_{-h}^{\eta} (du/dt) dz \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 η ：静水面よりの水位変動，である。

円柱に作用する全波力は式(5)において C_D および C_M を適当に選び、 η 、 u および du/dt として、いずれかの波動理論を用いれば計算されるが、本研究では(1)での議論をふまえて第1および第2定義による Stokes 波の第4次近似解および Chappellear のクノイド波の第2近似解(第2定義による)を用いることにする。さて、第2定義を用いた Stokes 波の第4次近似解によれば、水平水粒子速度は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} u/c = & \lambda^2 A_{02} + \lambda^4 A_{04} + (\lambda A_{11} + \lambda^3 A_{13}) \cosh k(h+z) \\ & \times \cos k(x-ct) + 2(\lambda^2 A_{22} + \lambda^4 A_{24}) \cosh 2k(h+z) \\ & \times \cos 2k(x-ct) + 3\lambda^2 A_{33} \cosh 3k(h+z) \cos 3k(x-ct) \\ & + 4\lambda^4 A_{44} \cosh 4k(h+z) \cos 4k(x-ct) \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

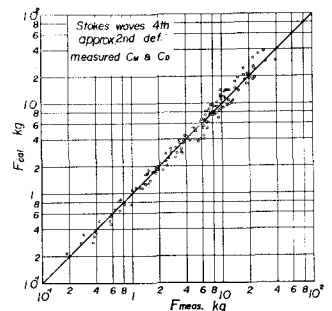
ここに、 λ ：波形勾配に相当する展開パラメーター、 $k=2\pi/L$ 、 x ：静水面上にとられた水平座標、 $A_{ij} : kh$ のみの関数、であり、式(6)において $A_{02}=A_{04}=0$ とおけば、Skjelbreia および Hendrickson によるもの(第1定義)に一致する。また、水平水粒子加速度は convective term を考慮して式(6)を用いれば算出され、さらにこれを積分すれば慣性力の合力は計算されるが、第1定義についてはすでに発表しているので省略する。一方、式(5)の抗力項は解析解を得ることが困難であるので、Simpson 則によって数値積分を行なって求めることにする。このようにして波および円柱の特性と適当な両係数の値を与え、式(5)によって円柱に作用する全波力を計算した。なお、全波力の最大値の算出にあたっては一周期を100点に分割して時間変化を計算し、そのうちの最大値を採用した。またクノイド波理論についても同様の計算を実施した。

4. 全波力に関する実験結果の解析と考察

本節では 3. で述べた方法による全波力の計算値と実験値を比較することにより Morison の波力算定式の適用性を考察するとともに、2. で明らかにした次元解析に基づく結果が波力の計算値から説明できるかどうかを調べる。

図—4 は抗力係数および質量係数の値を通常よく用いられる $C_D=1.0$ 、 $C_M=2.0$ として微小振幅波理論、第2定義による Stokes 波の第4次近似解およびクノイド波の第2近似解を用いた全波力の最大値の計算値と実験値を比較したものであるが、微小振幅波理論以外のいずれの理論を用いても両者は比較的良好に一致している。このことは有限振幅波理論を用いた波力算定式の有効性を示すものであろうし、実験値が $C_D=1.0$ 、 $C_M=2.0$ 近くの値をとることに起因するとも考えられる。また、紙数の関係上、図を示すことができないが、Jen, Harleman および Burton らの実験値についても同様のことがわかった。一方、図—4 (a) の微小振幅波によるものは実験値の方が計算値よりかなり大きくなり、危険側にあるので、微小振幅波理論を用いる場合、両係数の値のとり方に注意すべきである。次に、図—5 は波の峯および水位の零点の位相に

おける全波力の実験値に基づく抗力係数および質量係数の値を用いた全波力の計算値と実験値との比較の一例を示したものであるが、前述の研究者らの実験結果をも含めて両者はよく一致している。これは両係数の適確な値を用いた場合の波力算定式



図—5 全波力の計算値と実験値との比較(2)

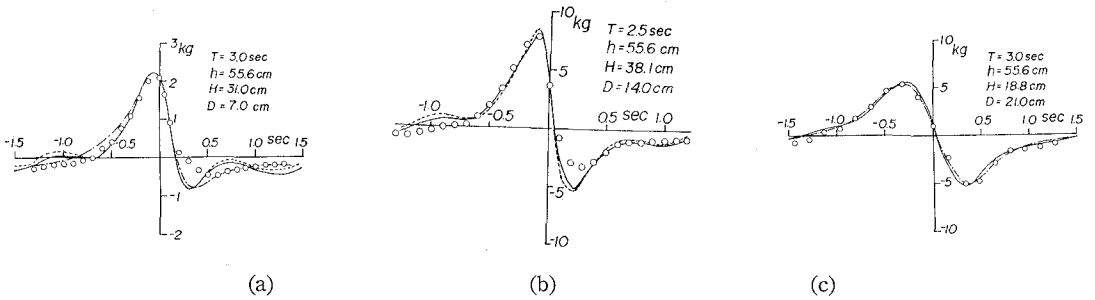


図-6 全波力の時間的変化

の有効性を示すとともに、少なくとも全波力の最大値付近では本研究で仮定したように、両係数の水深および時間に関する変化の全波力に及ぼす影響が、それほど顕著でないことを表わしていると考えられる。この点をさらに詳しく検討するため、全波力の時間的変化について実験値より求めた両係数の値を用いた計算値と実験値との比較を示したのが図-6(a)~(c)である。図中の点線および実線はそれぞれ第1および第2定義による Stokes 波の第4次近似解を示し、一点鎖線はクノイド波の第2近似解を表わす。これらの図から、波高がきわめて大きい場合の波の谷付近におけるひずみを除けば、第2定義の Stokes 波理論によるものが、実験値と最もよく一致しており、また、クノイド波理論によるものは Stokes 波理論のそれに比べて波力の計算波形が平坦になっていることがわかる。したがって、全波力の計算にあたっては Keulegan-Carpenter¹⁰⁾ により示されたような両係数の位相による変化を無視してもよいと考えられる。さらに、周期および波高の大きいものほど時間軸の正側において計算値と実験値との隔たりの大きいものが見うけられるが、これは床勾配の影響による水位変動波形の非対称性などから生じたものである。

上述の計算ではこれら両係数の値の採用にあたって、何ら波や円柱の特性を考慮していないが、著者らはすでに、質量係数は H/D の値とともに若干減少し、抗力係数は Reynolds 数および Keulegan-Carpenter 数の関数になることを示している。そこで、これらの関係による

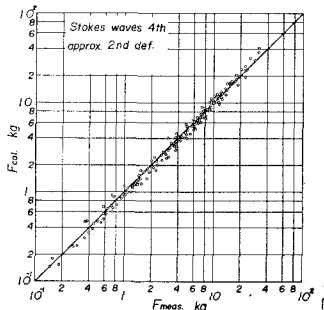
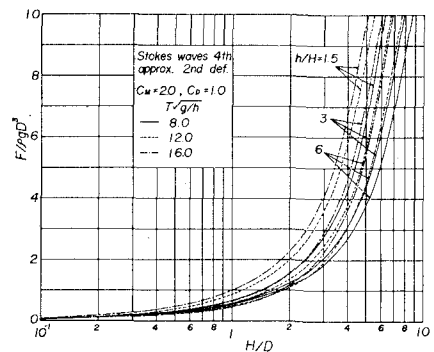


図-7 全波力の計算値と実験値との比較(3)

両係数を用いた全波力の計算値と実験値の比較の一例を示したのが図-7であって、両係数を一定として計算した図-4よりもかなりよく実験値と一致している。したがって、図-2(b)に示した結果がある程度理論的に説明されたといえよう。これらの点を明確にし、また H/D 、 $T\sqrt{g/h}$ および h/H の $F/\rho g D^3$ に対する影響を理論的に検討するため、Stokes 波の第4次近似解を用いて、これらパラメーターの広範囲な領域に対して、 $F/\rho g D^3$ を計算したのが図-8であり、 $F/\rho g D^3$ は H/D ばかりでなく、 $T\sqrt{g/h}$ および h/H にかかなりな程度依存して

図-8 $F/\rho g D^3$ におよぼす H/D 、 $T\sqrt{g/h}$ および h/H の影響

おり、特に、 H/D の値の大きいときほどこの傾向が著しいことがわかる。一方、実験値がある程度 H/D の関数として表わされるのは、実験条件が限定されていることにもよるが、 C_D および C_M の値が必ずしも一定でなく、それぞれ Reynolds 数・Keulegan-Carpenter 数および H/D によって変化し、これらが $T\sqrt{g/h}$ および h/H の影響を相殺する方向に複雑に作用していることや、計算に用いた Stokes 波の第4次近似解の適用限界と関連して、 h/H の値が小さい場合や $T\sqrt{g/h}$ の値が大きい場合には、これらのパラメーターの影響が過大に評価されていることなどによると思われる。

5. 結 語

以上、本論文において得られた成果を要約すると、次のとおりである。すなわち、次元解析に基づく実験値

の考察に従えば、柱体に作用する全波力の最大値の無次元量 $F/\rho g D^3$ は実験値の範囲内では H/D のみの関数として表わされるのに対し、一方、全波力の理論計算によれば、 H/D のみならず、 h/H および $T\sqrt{g/h}$ の影響がかなり大きくなるのは、これらのパラメーターが全波力に及ぼす影響を相殺する方向に作用することを示唆するものといえる。また、有限振幅波理論を導入した Morison の波力算定式による全波力の計算値は、抗力係数および質量係数の統一的表示においてなお問題も少なくないが、実験値とよく一致することが明らかにされた。

最後に、本研究の一部は文部省科学研究費によるものであり、また実験的研究は川崎重工業株式会社の委託によるもので、本研究の実施にあたりご配慮いただいた野村襄課長はじめ関係各位に謝意を表わすとともに、本研究のとりまとめにあたり、ご協力いただいた芝野照夫助手をはじめ海岸災害部門の諸氏に謝意を表明する次第である。

参 考 文 献

- 1) Morison, J. R. : Design of Piling, Proc. 1st Conf. on Coastal Eng., 1951, pp. 254~258.
- 2) 土屋義人・山口正隆 : 波による円柱の抗力係数および質量係数について, 第19回海岸工学講演会論文集, 1972, pp. 379~383.
- 3) Paape, A. and Breusers, H. N. C. : The Influence of Pile Dimension on Force Exerted by Waves, Proc. 11th Conf. on Coastal Eng., 1968, pp. 840~849.
- 4) Harleman, D. R. F. and Shapiro, W. C. : Experimental and Analytical Studies of Wave Forces on Offshore Structure, Part 1, MIT Hydrodynamics Laboratory, Tech. Report, No. 19, 1955, pp. 1~55.
- 5) Jen, Y. : Wave Forces on Circular Cylindrical Piles Used in Coastal Structures, Univ. of California, Berkeley, Hydraulic Eng. Laboratory, Tech. Report, HEL 9-11, 1967, pp. 1~94.
- 6) Burton, W. J. and Sorensen, R. M. : The Effects of Surface Roughness on Wave Forces on a Circular Cylindrical Pile, Texas A & M Univ., COE Report, No. 121, 1970, pp. 1~137.
- 7) Skjelbreia, L. and Hendrickson, J. A. : Fifth Order Gravity Wave Theory, Proc. 7th Conf. on Coastal Eng., 1964, pp. 184~197.
- 8) Chappellear, J. E. : Shallow-Water Waves, Jour. Geophys. Res., Vol. 67, No. 12, 1962, pp. 4693~4704.
- 9) Tsuchiya, Y. and Yamaguchi, M. : Some Considerations on Water Particle Velocities of Finite Amplitude Wave Theories, Coastal Eng. in Japan, Vol. 15, 1972, pp. 43~57.
- 10) Keulegan, G. H. and Carpenter, L. H. : Forces on Cylinders and Plates in an Oscillating Fluid, Jour. Res. N. B. S., Vol. 60, No. 5, 1958, pp. 423~440.