

円柱に作用する不規則波力について

岩 垣 雄 一*・石 田 啓**・千 田 哲 雄***

1. 緒 言

海洋開発の具体化に伴い、海中構造物の設計施工が必要となるが、そのためには、最も広く用いられる円柱状構造物に作用する波力の算定が必要であり、特に、現地波浪が不規則波であることから、今後不規則波力の特性を調べる事が重要であると考えられる。

従来、Wiegel らは現地観測の結果から水面変動 η のスペクトル S_η と波力 F のスペクトル S_F との相似性を指摘しており、また Borgman¹⁾ および日野²⁾ はモリソン公式を用いて S_η から S_F を算出する方法を別個に誘導している。一方 Reid³⁾ は現地実験により、円柱の支点反力を実測してモリソン公式の抗力係数 C_D および慣性係数を C_M 求め、この C_D , C_M を用いて波力の時間変化を再現し、実測波力と比較している。

著者らはすでに不規則波力をもたらし水粒子速度および加速度について研究⁴⁾ を行なったが、本研究はそれに続いて実験水槽内で種々の不規則波を発生させ、円柱のセグメントに作用する波力を実測し、モリソン公式を前提とした Reid の方法³⁾ および Borgman の方法¹⁾ を用いて、不規則波力の特性を検討しようとするものである。なお規則波による波力についても多数の実験を行ない、 C_D , C_M の値を求めたが、ここでは不規則波の C_D , C_M との対応を知るために、若干の結果を図示することとする。

ところでこれらの解析方法は、いずれも波力式としてモリソン公式を用いるものであるが、モリソン公式の使用が不適当と考えられるような大口径円柱の場合には、回折理論⁵⁾ を用いる必要があり、そのときの不規則波力の計算方法をも提示することとする。

2. 実験装置および方法

実験は京都大学工学部土木工学科地下実験室に設置された幅 50 cm、高さ 70 cm、長さ 27 m の実験水槽を用いた。

水槽の一端には不規則波発生装置が設置されており、

この造波板の前方 6 m の位置に波高計、超音波流速計および図-1 に示す波力測定用の円柱を設置した。円柱の直径 D は 6.05 cm であり、長さ 4 cm の波力測定部のセグメントは、上部円柱に板ばねで接続されており、この板ばねの表と裏に貼り付けた 2 枚のストレインゲージのひずみを、動ひずみ計により検出して波力を測定する方法をとった。なお板ばねのヤング率は 166.2 kg/cm²、セグメントの水中での固有振動数は 19.2 Hz であった。また波力の検定には、滑車を利用して分銅を吊り下げる方法を用いた。

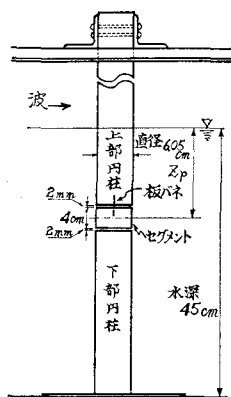


図-1 波力測定用円柱

実験条件として、水深 h は 45 cm、波力の測定点 z_p は静水面下 10 cm, 15 cm, 20 cm とした。実験記録はすべてデータレコーダーによって記録し、AD変換器を用いて 0.02 sec および 0.08 sec 間隔でデジタル化した。前者は時間変化の計算に、後者はスペクトルの計算に使用した。データ個数はいずれも 1000 個とした。

実験条件として、水深 h は 45 cm、波力の測定点 z_p は静水面下 10 cm, 15 cm, 20 cm とした。実験記録はすべてデータレコーダーによって記録し、AD変換器を用いて 0.02 sec および 0.08 sec 間隔でデジタル化した。前者は時間変化の計算に、後者はスペクトルの計算に使用した。データ個数はいずれも 1000 個とした。

3. 解析方法

(1) 不規則波力の時間変化³⁾

円柱に作用する単位長当りの不規則波力は、規則波の場合と同様にモリソン公式

$$F(t) = C_D \cdot \frac{\rho}{2} D u(t) |u(t)| + C_M \cdot \rho \frac{\pi D^2}{4} \ddot{u}(t) \quad \dots\dots\dots (1)$$

により算出することができる。ここに、 ρ は密度、 D は円柱の直径である。また $u(t)$ および $\ddot{u}(t)$ は水平方向水粒子速度および加速度であるが、これらは対称および反対称線型フィルター

$$G_S[\eta(t)] = a_0 \eta(t) + \sum_{n=1}^N a_n [\eta(t+n\tau) + \eta(t-n\tau)] \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$G_a[\eta(t)] = \sum_{n=1}^N b_n [\eta(t+n\tau) - \eta(t-n\tau)] \quad \dots\dots\dots (3)$$

を用いて水面変動 $\eta(t)$ から算出可能であり、これらが

* 正 会 員 工博 京都大学教授 工学部土木工学科教室

** 学生会員 工修 京都大学大学院学生 工学研究科博士課程

*** 正 会 員 工修 鹿島建設株式会社

実測値ときわめてよく一致することは前報⁴⁾に示した。ここに a_n および b_n は、 η に対する u および $\dot{u}$ の周波数応答関数のフーリエ係数である。

ところで不規則波に対する C_D , C_M の適確な値については、現在ほとんどわかっていない。したがって不規則波力の実測値 $F^*(t)$ と式(1)を用いた場合の計算波力 $F(t)$ との分散

$$V = [F(t) - F^*(t)]^2 \dots\dots\dots (4)$$

を最小ならしめる条件、すなわち $\partial V / \partial C_D = 0$, $\partial V / \partial C_M = 0$ を解くことにより、 C_D , C_M を求めると

$$C_D = \overline{F^*(t) \cdot F_1(t)} / \overline{F_1(t)^2} \dots\dots\dots (5)$$

ここに

$$F_1(t) = \frac{1}{2} \rho D u(t) |u(t)| \dots\dots\dots (6)$$

$$C_M = \overline{F^*(t) \cdot F_2(t)} / \overline{F_2(t)^2} \dots\dots\dots (7)$$

ここに

$$F_2(t) = \frac{1}{4} \rho \pi D^2 \dot{u}(t) \dots\dots\dots (8)$$

のようになる。ただし $\overline{\quad}$ は時間平均を意味する。この式(5)および(7)で計算した C_D および C_M を式(1)に適用すれば、 $F(t)$ は $\eta(t)$ を用いて実測値を再現したことになるが、このようにして計算した $F(t)$ と実測波力 $F^*(t)$ とは若干の差異があり、したがって両者の一致の程度を知るために、 $F(t)$ と $F^*(t)$ との相関係数

$$r = \sqrt{1 - [\overline{F(t) - F^*(t)}]^2 / \overline{F^*(t)^2}} \dots\dots\dots (9)$$

を用いることとする。なお実際の計算にあたっては、 $N = 40$ とし、 $\eta(t)$ および $F^*(t)$ は、それぞれ平均値を差し引いたものを用いた。

(2) 不規則波力のパワースペクトル^{1),6)}

式(1)による波力 $F(t)$ の自己相関関数 $R_F(\tau)$ は、Borgman により誘導されており

$$R_F(\tau) = d^2 \cdot \sigma^4 \cdot G(R_u(\tau) / \sigma^2) + m'^2 \cdot R_{\dot{u}}(\tau) \dots\dots (10)$$

のようになる。ここに $R_u(\tau)$ および $R_{\dot{u}}(\tau)$ は u および $\dot{u}$ の自己相関関数であり、また

$$d = C_D \cdot \frac{1}{2} \rho D, \quad m' = C_M \cdot \frac{1}{4} \rho \pi D^2, \quad \sigma^2 = 2 \int_0^\infty S_u(f) df$$

である。関数 G は $R_u(\tau) / \sigma^2 = r'$ において級数近似すれば

$$G(r') = \frac{1}{\pi} \left(8r' + \frac{4}{3} r'^3 + \frac{1}{15} r'^5 + \dots \right) \dots\dots\dots (11)$$

と表わされるものであり、この第1項のみをとり式(10)をフーリエ変換すれば、不規則波力のパワースペクトルの第1近似 S_{F1} が、第2項までとれば第2近似 S_{F2} が、それぞれ

$$S_{F1}(f) = \frac{8d^2\sigma^2}{\pi} S_u(f) + m'^2 S_{\dot{u}}(f) \dots\dots\dots (12)$$

$$S_{F2}(f) = \frac{d^2\sigma^4}{\pi} \left[\frac{8}{\sigma^2} S_u(f) + \frac{4}{3\sigma^6} [S_u(f)]^3 \right]$$

$$+ m'^2 S_{\dot{u}}(f) \dots\dots\dots (13)$$

のように定まる。ここに

$$[S_u(f)]^3 = \int_{-\infty}^\infty [S_u(g)]^2 S_u(f-g) dg,$$

$$[S_u(f)]^2 = \int_{-\infty}^\infty S_u(g) S_u(f-g) dg$$

である。なお S_{η} , S_{F^*} の算出は Blackman Tukey の方法で自由度 40 として計算した。

4. 実験結果

表-1 に、3.(1)の方法で算出した C_D , C_M および r の値を示す。表中の (Wave freq.(Hz)) は造波板の駆動周波数帯域を示すものである。

C_D は、同一測定点では、高周波数成分を強く含む波の場合ほど大きくなる傾向があり、したがって測定点が水面に近い場合には高周波数成分が強く効くために大きな値をとるといえる。この傾向は同じ実験条件下での規則波の場合にも見られるものであり、図-2 に示すよう

表-1 不規則波力の実験ケース

ケース	z_D (cm)	Wave freq. (Hz)	C_D	C_M	r
1	-10	(0.5)	1.74	1.98	0.948
2		(0.8)	2.74	2.15	0.965
3		(1.0)	3.94	2.15	0.971
4		(1.25)	4.85	2.27	0.977
5		(0.2~1.0)	2.33	2.03	0.960
6		(0.8~1.25)	4.10	2.13	0.956
7		(0.5~1.6)	4.21	2.30	0.947
8		(0.4~2.5)	5.60	2.29	0.955
9		(0.2~5.0)	2.66	2.08	0.945
10	-15	(0.8)	2.70	1.92	0.971
11		(1.0)	2.74	1.94	0.980
12		(0.2~1.0)	2.19	1.95	0.966
13		(0.8~1.25)	2.60	2.04	0.975
14		(0.5~1.6)	2.56	2.02	0.961
15		(0.4~2.5)	2.26	1.88	0.962
16		(0.2~5.0)	2.62	1.99	0.967
17	-20	(0.8)	1.46	1.57	0.958
18		(0.2~1.0)	1.85	1.53	0.959
19		(0.8~1.25)	2.06	1.64	0.966
20		(0.5~1.6)	2.38	1.63	0.962
21		(0.4~2.5)	1.71	1.51	0.958
22		(0.2~5.0)	1.45	1.57	0.956

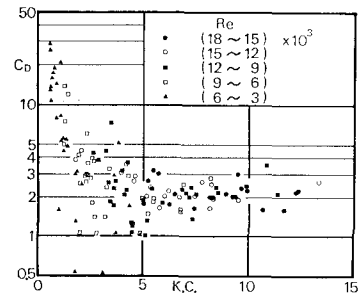
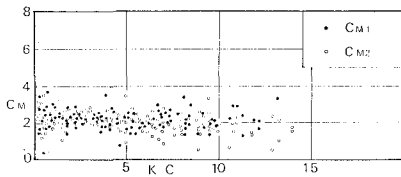
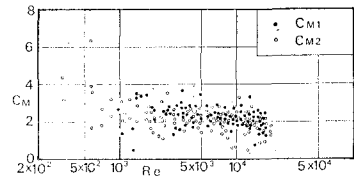
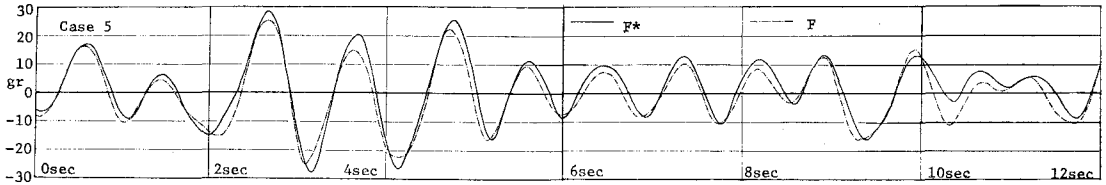
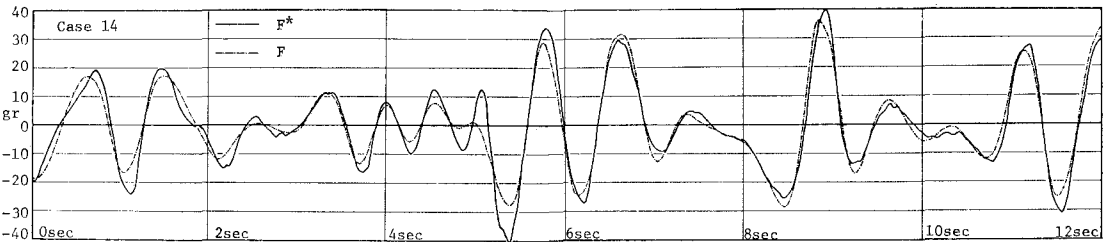
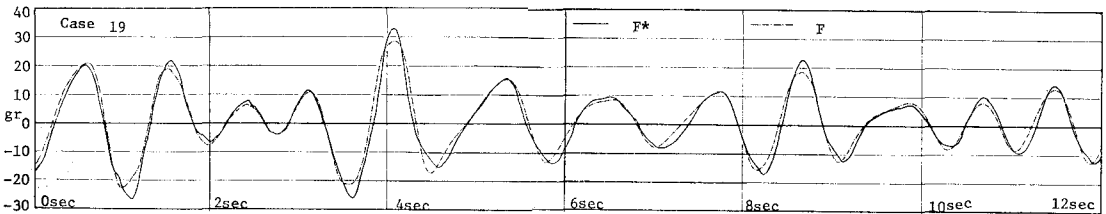


図-2 規則波の C_D

図-3 規則波の C_M 図-4 規則波の C_M 図-5 不規則波力の時間変化 ($z_p = -10$ cm)図-6 不規則波力の時間変化 ($z_p = -15$ cm)図-7 不規則波力の時間変化 ($z_p = -20$ cm)

に、ほぼ同一の Reynolds 数 ($Re = D \cdot u_{\max} / \nu$) の波では、Keulegan-Carpenter 数 ($K.C. = u_{\max} \cdot T / D$) の小さいものほど、すなわち高周波数の波ほど、 C_D の値は大きくなる。ただし図-2 の C_D は、 u の実測値のピーク値と、その位相での波力の実測値とから算出したものである。

次に C_M の値は、水面に近い場合ほど大きくなるが、ほぼ 2.0 を中心にして 2.30~1.51 の間にあり、図-3、4 に示す規則波のばらつきの中に納まることがわかる。なお図中の C_{M1} (黒丸) は、 u の実測値から計算した $\dot{u}$ を用いて算出したものであり、 C_{M2} (白丸) は、微小振幅波理論による $\dot{u}$ を用いて算出したものである。

ここに用いた規則波および不規則波は、全般的に抗力よりも慣性力の方が卓越する領域のものであるが、これらの波による C_D 、 C_M の傾向は、Keulegan-Carpenter や Reid の実験結果と必ずしも同じではない。この理由

は主に実験条件の違いによるものと思われる。

次に表-1 の C_D 、 C_M を用いて水面変動 $\eta(t)$ から算出した計算波力 $F(t)$ と、実測波力 $F^*(t)$ との時間変化の比較を図-5~7 に示す。表-1 に示す相関係数 r が 1 に近いことでもわかるように、各ケースともに両者は割合よく合っており、 C_D 、 C_M の値が妥当なものであれば、不規則波力の時間変化は、水面変動から相当正確に算定されるといえる。しかしケース 14 の 4 sec~6 sec の谷の部分では、実測値は計算値よりも相当大きく、同様のことが図-8 に示すケース 7 の 3.2 sec 付近でも生じている。このような部分では、水面変動 η は規則波のような単一な正弦波とは極端に違った形状となっている。この η から算出した慣性力と抗力を図-9 に示しているが、両者はいずれも短い周期で、かつ同じ程度の大きい力であることがわかる。このような場合には、実際の現象は線型的でなくなり、非線型効果が生じてくる

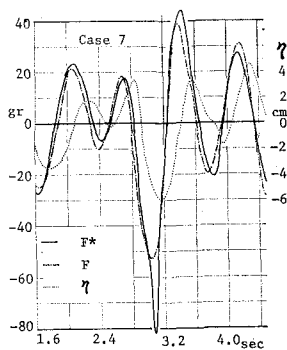


図-8 不規則波力

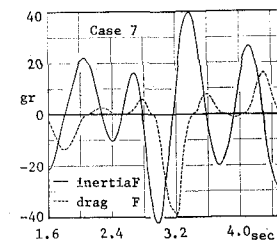


図-9 慣性力と抗力

のではないと思われる。

以上 $F(t)$ の算出に際し, C_D , C_M の値は $F^*(t)$ を用いて定めたものを使用した, 今後不規則波力の推定という観点からは, $\eta(t)$ のみを用いて $F(t)$ を算出することが必要であり, そのためにはまず規則波の場合の C_D , C_M の値を, 正確に知っておかねばならない。

図-10~13は, η のスペクトル S_η , F^* のスペクトル S_{F^*} および表-1の C_D, C_M を用いて計算した波力のスペクトル S_F (第1近似 S_{F1} , 第2近似 S_{F2}) を示したものであり, 一般にパワーが大きな部分では, 計算値は実測値よりもわずかに小さいが, S_{F^*} と S_{F2} とはかなりよく一致しているといえる。

5. 回折理論を用いた不規則波力の計算方法

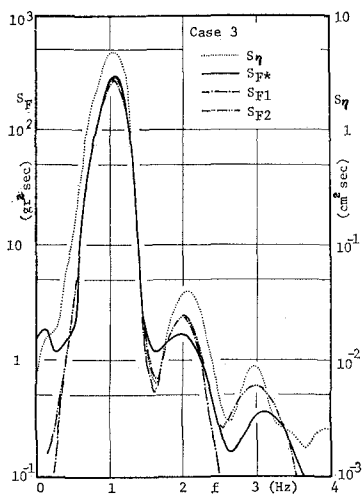
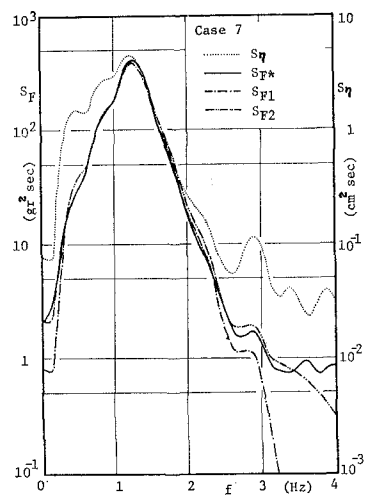
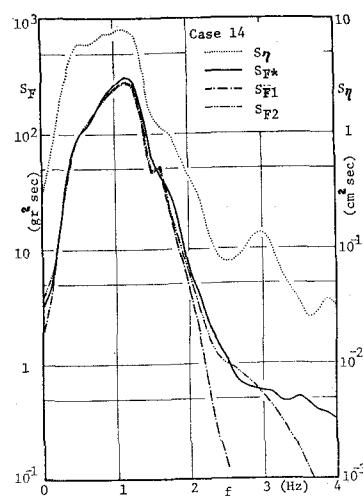
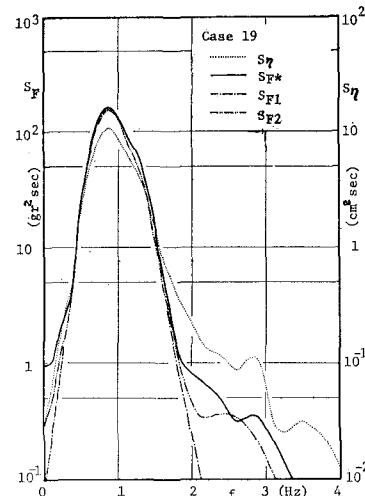
静水面上の円柱の中心位置を原点とし, 波の進行方向に x 軸をとり, 鉛直上向きを z 軸とする。

規則波の場合, 入射波の $x=0$ における水面変動を

$$\eta_I(t) = a \cos(\omega t - \delta) \quad (14)$$

で表わすと, 回折理論⁵⁾を用いて円柱上の圧力の総和から求めた x 方向の波力は

$$F(t) = \text{Re} \left\{ 4\rho g \frac{\cosh k(h+z)}{k \cosh kh} \cdot \frac{1}{H_1^{(1)'}(kR)} a e^{-i(\omega t - \delta)} \right\}$$

図-10 パワースペクトル ($z_p = -10$ cm)図-11 パワースペクトル ($z_p = -10$ cm)図-12 パワースペクトル ($z_p = -15$ cm)図-13 パワースペクトル ($z_p = -20$ cm)

$$= 4\rho g \cdot C_1(\omega) \cdot a \cos(\omega t - \delta) - 4\rho g \cdot C_2(\omega) \cdot a \sin(\omega t - \delta) \quad (15)$$

$$C_1(\omega) = \frac{\cosh k(h+z)}{k \cosh kh} \frac{J_1'(kR)}{J_1'^2(kR) + Y_1'^2(kR)} \quad (16)$$

$$C_2(\omega) = \frac{\cosh k(h+z)}{k \cosh kh} \frac{Y_1'(kR)}{J_1'^2(kR) + Y_1'^2(kR)} \quad (17)$$

のように求まる。ここに, a は振幅, k は波数, ω は角周波数, δ は初期位相, g は重力加速度, h は水深, R は円柱の半径, J_1' , Y_1' , $H_1^{(1)'}$ はそれぞれ1次のベッセル関数, ノイマン関数, 第1種ハンケル関数のそれぞれの導関数である。

次に不規則波の場合, $x=0$ での入射波の水面変動を

$$\eta_I(t) = \int_0^\infty M(\omega) \cos(\omega t - \delta(\omega)) d\omega \quad (18)$$

とおき、各成分波が微小振幅波理論にしたがうものと仮定すれば、不規則波による波力は、式(15)を用いて、

$$F(t) = 4\rho g \int_0^\infty C_1(\omega) \cdot M(\omega) \cos(\omega t - \delta(\omega)) d\omega \\ - 4\rho g \int_0^\infty C_2(\omega) \cdot M(\omega) \sin(\omega t - \delta(\omega)) d\omega \\ \dots\dots\dots (19)$$

となる。ここに $M(\omega)$ は振幅スペクトルに相当するものである。式(19)の右辺第1項は η_I と同位相すなわち速度 $\dot{u}$ の位相であり、第2項の位相は η_I より $\pi/2$ 早い加速度 u の位相である。したがって、第1項および第2項は、それぞれ $C_1(\omega)$ および $C_2(\omega)$ を周波数応答関数とする対称線型フィルター式(2)および反対称線型フィルター式(3)を用いることにより、不規則波の水面変動 $\eta_I(t)$ を入力として不規則波力 $F(t)$ を算出することが可能である。

また式(15)を、 u および $\dot{u}$ を用いて表わすと

$$F(t) = 4\rho \frac{\omega}{k^2} \frac{J_1'(kR)}{J_1'^2(kR) + Y_1'^2(kR)} u(t) \\ + 4\rho \frac{1}{k^2} \frac{Y_1'(kR)}{J_1'^2(kR) + Y_1'^2(kR)} \dot{u}(t) \dots (20)$$

のようになり、式(1)に示したモリソン公式による波力の表現との相違を知ることができるが、式(20)には、後流抵抗などの抗力項が含まれておらず、本実験のように波長に比べて円柱の径が小さい場合には、式(20)の使用は不適当である。

6. 結 語

以上、22 ケースの不規則波力の実験結果から、モリソン公式における C_D 、 C_M の値が妥当なものであれば、不規則波力の時間変化およびスペクトル形は、水面変動からかなり正確に算出し得ることがわかった。しかし C_D 、

C_M は一般に R_e 数、K.C. 数、 D/L 、 H/D などにより異なった値をとり、特にこの傾向は C_D において著しい。したがって、不規則波力を水面変動のみを用いて推算するためには、まず規則波の場合の C_D 、 C_M の特性を調べることが必要であり、同時に、円柱のまわりの波の内部機構を調べて、抗力および慣性力との関係を明らかにすることが大切である。

また、回折理論を用いることにより、大口径円柱に作用する不規則波力の時間変化を水面変動のみから推算できることを示したが、今後この方面の実験によって、その妥当性を検討するつもりである。最後に本研究は文部省科学研究費による研究の一部であることを付記するとともに、実験に協力して頂いた津田俊雄君(現大学院生)に謝意を表したい。

参 考 文 献

- 1) Borgman, L. E. : The spectral density for ocean wave forces, Proc. Special Conf. Coastal Eng., pp. 147~182, 1965.
- 2) 日野幹雄 : 柱体に働く不規則波力—(1)—, 東京工大土木工学科研究報告, No. 4, 1967.
- 3) Reid, R. O. : Correlation of water level variations with wave forces on a vertical pile for nonperiodic waves, Proc. 6th Conf. Coastal Eng., pp. 749~786, 1957.
- 4) 岩垣雄一・酒井哲郎・石田 啓 : 不規則波の水粒子速度と水面変動との相互作用に関する研究, 第19回海岸工学講演会論文集, pp. 149~154, 1972.
- 5) MacCamy, R. C. and Fuchs, R. A. : Wave forces on piles : diffraction theory, Tech. Memo, No. 69, B. E. B., 1954.
- 6) 岩垣雄一 : 波浪に対する構造物の動的応答, 1971年度水工学に関する夏期研修会講義集, pp. B—2—1~B—2—24, 1971.