

大型タンカー接岸時の仮想質量についての基礎的研究

白井 増次郎*・林 泰 造**

1. 緒 言

大型タンカーがドルフィンに接岸するときの水理現象については、いまだ完全な究明が行われていない。われわれは完全解に至るまでの一つの道程として、二次元論での解明を行なってみた。

すなわち、接岸寸前までタグボートがドルフィンに向かって船腹を押しているときの、船腹の前面および後面の水位、船速に対応する船底流などは、船幅および船長、きっ水、船底と海底とのクリアランスなどがわかれば、二次元的には、定量的に求まるはずであり、また、ドルフィンに接触してからのタンカーの挙動も、ドルフィンを経験的機構は解明できるはずである。

大型タンカーは船長も 300m を越すものがあり、これに対してきっ水は 15~30m であるから、かなり二次元に近い水理現象が起きていると考えられる。

ここに、大型タンカー接岸の水理現象について、運動方程式を立て、ドルフィンのばね定数 (k)、きっ水 (h)、船幅 (B)、船底と海底とのクリアランス (h')、接岸直前の船速 (v_0) を与えて、接岸直前の船底流速 (v'_0)、せき上げ落差 (ζ_0) を求め、接触以降のドルフィンの変位 (x)、船速 (v)、船底流速 (v')、せき上げ落差 (ζ) の経時変化を求め、ドルフィンの変形が最大になるまでの時間 (t_0) を求めて、この結果から仮想質量はいかなるものであるかについて解析を行なってみた。

上記運動方程式の解から得られたドルフィンの最大たわみを $x_{\max}$ とすると、ドルフィンが吸収した運動エネルギーは $1/2(kx_{\max}^2)$ である。

一方、船底で摩擦損失として損失したエネルギーは時間 0 から x が最大になる時間 t_0 までに損失した摩擦損失エネルギーである。

ここに、ドルフィンが吸収した運動エネルギーと、船底流の摩擦損失エネルギーとは、上記運動方程式の解から求めることができる。

本論では、いくつかのケースについて、タンカーの持っていた運動エネルギーとドルフィンの吸収した運動エネルギーと船底流の摩擦損失エネルギーとの関係につい

て論及し、仮想質量を求めてみた。

2. 基本運動方程式とその解

タンカー接岸時の諸元、記号を図-1 のとおりとする。

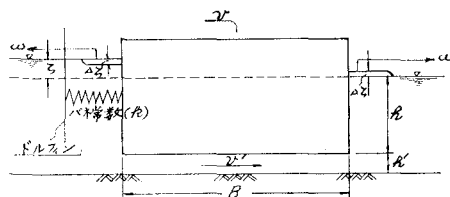


図-1

h : タンカーのきっ水

h' : 船底と海底のクリアランス

B : 船幅

k : ドルフィンのばね定数

ζ : せき上げ落差

ω : 段波の伝播速度 ($\omega = \sqrt{g(h+h')}$)

v : タンカーの速度

v' : 船底流速

とし、また抵抗を相対速度の 1 乗に比例すると近似するとき

c' : 摩擦抵抗係数

β' : 船底と船底流とのせん断抵抗係数

として、タンカーが初速 v_0 でドルフィンに接触する寸前において、船腹前後の水位の落差を ζ_0 、船底流速を v'_0 とすると、

連続の条件より

$$hv' = h'v'_0 + \frac{\omega}{2}\zeta_0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

せき上げ落差と摩擦抵抗とのつり合いから

$$\zeta_0 = \frac{(v_0 + v'_0)^2}{2g} \left(1 + f_e + f' \frac{B}{h'} \right) \quad \dots\dots\dots (2)$$

ただし $f_e = 0.2 \sim 0.5$, f : friction factor で $f \sim 0.015$ とするとき

$$f' = \frac{f}{4} = \frac{0.015}{4} = 0.00375$$

ここに、摩擦抵抗係数 c' 、せん断抵抗係数 β' は、

$$c' = \frac{v_0 + v'_0}{2g} \left(1 + f_e + f' \frac{B}{h'} \right) \quad \dots\dots\dots (2')$$

$$\beta' = \frac{f}{16} \cdot \rho(v_0 + v'_0) \quad \dots\dots\dots (2'')$$

* 正会員 大成建設(株)技術研究所土木構造室長
** 正会員 工博 中央大学教授 理工学部土木工学科

とする。

式(1), (2)を解いて, 接岸直前($t=0$)における v_0 がわかれば, v_0', ζ_0 を求めることができる。

さて, ドルフィンばねの変位を x とすると,

$$\frac{dx}{dt} = v \quad \dots\dots\dots (3)$$

タンカーの運動方程式は,

$$\rho h B \ddot{v} = -kx - \rho g h \zeta - \beta' B (v' + v) \quad \dots\dots\dots (4)$$

また連続条件式は,

$$h \Delta v - h' \Delta v' = \frac{\omega}{2} \Delta \zeta$$

であるから, これを積分して

$$hv - h'v' = \frac{\omega}{2} \zeta + \text{const}$$

$t=0$ で

$$hv_0 - h'v_0' = \frac{\omega}{2} \zeta_0$$

$$\therefore \text{const} = 0$$

$$\therefore hv - h'v' = \frac{\omega}{2} \zeta \quad \dots\dots\dots (5)$$

また, 船底流の運動方程式は,

$$\rho B \ddot{v}' = \rho g \zeta - \rho g c' (v' + v) \quad \dots\dots\dots (6)$$

式(5)より

$$\zeta = \frac{2}{\omega} (hv - h'v') \quad \dots\dots\dots (5')$$

式(5')を式(4)に代入して

$$\begin{aligned} \rho h B \ddot{v} &= -kx - \frac{2\rho g h}{\omega} (hv - h'v') - \beta' B (v' + v) \\ \therefore \rho h B \ddot{v} + \left(\frac{2\rho g h^2}{\omega} + \beta' B \right) v + kx &= \left(\frac{2\rho g h h'}{\omega} - \beta' B \right) v' \quad \dots\dots\dots (7') \end{aligned}$$

一方, 式(5')を式(6)に代入して

$$\begin{aligned} \rho B \ddot{v}' &= \frac{2\rho g}{\omega} (hv - h'v') - \rho g c' (v' + v) \\ \therefore \rho B \ddot{v}' + \left(\frac{2\rho g h'}{\omega} + \rho g c' \right) v' &= \left(\frac{2\rho g h}{\omega} - \rho g c' \right) v \quad \dots\dots\dots (8') \end{aligned}$$

式(7')より

$$\begin{aligned} v' &= \frac{1}{\frac{2\rho g h h'}{\omega} - \beta' B} \\ &\times \left[\rho g B \ddot{v} + \left(\frac{2\rho g h^2}{\omega} + \beta' B \right) v + kx \right] \quad \dots\dots\dots (7'') \end{aligned}$$

式(7'')を式(8')に代入して

$$\begin{aligned} \frac{\beta B}{\frac{2\rho g h h'}{\omega} - \beta' B} \left[\rho h B \ddot{v} + \left(\frac{2\rho g h^2}{\omega} + \beta' B \right) v + kv \right] \\ + \frac{\frac{2\rho g h'}{\omega} + \rho g c'}{\frac{2\rho g h h'}{\omega} - \beta' B} \left[\rho h B \ddot{v} + \left(\frac{2\rho g h^2}{\omega} + \beta' B \right) v \right] \end{aligned}$$

$$+ kx \Big] = \left(\frac{2\rho g h}{\omega} - \rho g c' \right) v \quad \dots\dots\dots (9')$$

式(9')に式(3)を代入して整理すると

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2\rho g h h' - \omega \beta' B} \cdot \omega \rho h B^2 \cdot \ddot{x} \\ &+ \left[\frac{B}{2\rho g h h' - \omega \beta' B} (2\rho g h^2 + \omega \beta' B) \right. \\ &+ \left. \frac{2h' + \omega c'}{2\rho g h h' - \omega \beta' B} \cdot \rho g h B \right] \dot{x} \\ &+ \left[\frac{B \omega k}{2\rho g h h' - \omega \beta' B} + \frac{g(2h' + \omega c')}{2\rho g h h' - \omega \beta' B} \right. \\ &\times \frac{1}{\omega} (2\rho g h^2 + \omega \beta' B) - \frac{g}{\omega} (2h - \omega c') \Big] x \\ &+ \frac{g(2h' + \omega c')k}{2\rho g h h' - \omega \beta' B} \cdot x = 0 \end{aligned}$$

を得る。

いま,

$$\begin{aligned} a &= \frac{2\rho g h h' - \omega \beta' B}{\omega \rho h B^2} \\ &\times \left[\frac{B}{2\rho g h h' - \omega \beta' B} (2\rho g h^2 + \omega \beta' B) \right. \\ &+ \left. \frac{2h' + \omega c'}{2\rho g h h' - \omega \beta' B} \cdot \rho g h B \right] \quad \dots\dots\dots (11') \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b &= \frac{2\rho g h h' - \omega \beta' B}{\omega \rho h B^2} \left[\frac{B \omega k}{2\rho g h h' - \omega \beta' B} \right. \\ &+ \left. \frac{g(2h' + \omega c')}{2\rho g h h' - \omega \beta' B} \cdot \frac{1}{\omega} \cdot (2\rho g h^2 + \omega \beta' B) \right. \\ &- \left. \frac{g}{\omega} (2h - \omega c') \right] \quad \dots\dots\dots (12') \end{aligned}$$

$$c = \frac{2\rho g h h' - \omega \beta' B}{\omega \rho h B^2} \cdot \frac{g(2h' + \omega c')k}{2\rho g h h' - \omega \beta' B} \quad \dots\dots\dots (13')$$

とおくと, 式(10')は次式で書き表わされる。すなわち,

$$\ddot{x} + a\dot{x} + b\dot{x} + cx = 0 \quad \dots\dots\dots (14')$$

さらに,

$$p = -\left(\frac{a}{3}\right)^2 + \frac{b}{3}$$

$$q = \left(\frac{a}{3}\right)^3 - \frac{ab}{6} + \frac{c}{2}$$

さらにまた,

$$\sqrt[3]{-q + \sqrt{p^2 + q^2}} = m$$

$$\sqrt[3]{-q - \sqrt{p^2 + q^2}} = m$$

とおくと,

$$\begin{aligned} x &= c_1 e^{(m+n-a/3)t} + e^{-(m+n)/2+a/3)t} \\ &\times \left[c_2 \sin \frac{\sqrt{3}}{2} (m-n)t + c_3 \cos \frac{\sqrt{3}}{2} (m-n)t \right] \quad \dots\dots\dots (19') \end{aligned}$$

が運動方程式の解である。また c_1, c_2, c_3 について,

$t=0$ で

$$x=0$$

$$\dot{x}=v_0$$

$$\ddot{x} = -\frac{1}{\rho h B} [\rho g \zeta_0 + \beta' B (v' + v)]$$

$$= -\left[\frac{g}{B}\zeta_0 + \frac{\beta'}{\rho h}(v' + v)\right] \quad \text{であるから,} \\ 0 = c_1 + c_3 \quad \dots\dots\dots (20')$$

$$v_0 = \left(m + n - \frac{a}{3}\right)c_1 - \left(\frac{m+n}{2} + \frac{a}{3}\right)c_3 + \frac{\sqrt{3}}{2}(m-n)c_2 \quad \dots\dots\dots (21') \\ -\left[\frac{g}{B}\zeta_0 + \frac{\beta'}{\rho h}(v' + v)\right] = \left(m + n - \frac{a}{3}\right)^2 c_1 + \left[\left(\frac{m+n}{2} + \frac{a}{3}\right)^2 - \frac{3}{4}(m-n)^2\right]c_3 - \sqrt{3}\left(\frac{m+n}{2} + \frac{a}{3}\right)(m-n)c_2 \quad \dots\dots\dots (22')$$

式 (20'), (21'), (22') より c_1, c_2, c_3 を求めると

$$c_1 = \frac{\begin{vmatrix} v_0 & \frac{\sqrt{3}}{2}(m-n) \\ -\left[\frac{g}{B}\zeta_0 + \frac{\beta'}{\rho h}(v_0' + v_0)\right] & -\sqrt{3}\left(\frac{m+n}{2} + \frac{a}{3}\right)(m-n) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2}(m+n) & \frac{\sqrt{3}}{2}(m-n) \\ \frac{3}{2}(m^2+n^2) - (m+n)a & -\sqrt{3}\left(\frac{m+n}{2} + \frac{a}{3}\right)(m-n) \end{vmatrix}} \quad \dots\dots\dots (23')$$

$$c_2 = \frac{\begin{vmatrix} \frac{3}{2}(m+n) & v_0 \\ \frac{3}{2}(m^2+n^2) - (m+n)a & -\left[\frac{g}{B}\zeta_0 + \frac{\beta'}{\rho h}(v_0' + v_0)\right] \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2}(m+n) & \frac{\sqrt{3}}{2}(m-n) \\ \frac{3}{2}(m^2+n^2) - (m+n)a & -\sqrt{3}\left(\frac{m+n}{2} + \frac{a}{3}\right)(m-n) \end{vmatrix}} \quad \dots\dots\dots (24')$$

$$c_3 = -c_1 = -\frac{\begin{vmatrix} v_0 & \frac{\sqrt{3}}{2}(m-n) \\ -\left[\frac{g}{B}\zeta_0 + \frac{\beta'}{\rho h}(v_0' + v_0)\right] & -\sqrt{3}\left(\frac{m+n}{2} + \frac{a}{3}\right)(m-n) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2}(m+n) & \frac{\sqrt{3}}{2}(m-n) \\ \frac{3}{2}(m^2+n^2) - (m+n)a & -\sqrt{3}\left(\frac{m+n}{2} + \frac{a}{3}\right)(m-n) \end{vmatrix}} \quad \dots\dots\dots (25')$$

式 (19') より,

$$v = c_1 \left(m + n - \frac{a}{3}\right) e^{(m+n-a/3)t} \\ - \left(\frac{m+n}{2} + \frac{a}{3}\right) e^{-((m+n)/2+a/3)t} \left[c_2 \sin \frac{\sqrt{3}}{2}(m-n)t + c_3 \cos \frac{\sqrt{3}}{2}(m-n)t \right] \\ + e^{-((m+n)/2+a/3)t} \left[c_2 \frac{\sqrt{3}}{2}(m-n) \cos \frac{\sqrt{3}}{2}(m-n)t - c_3 \frac{\sqrt{3}}{2}(m-n) \sin \frac{\sqrt{3}}{2}(m-n)t \right] \quad \dots\dots\dots (26')$$

$$\dot{v} = c_1 \left(m + n - \frac{a}{3}\right)^2 e^{(m+n-a/3)t} \\ + \left(\frac{m+n}{2} + \frac{a}{3}\right)^2 e^{-((m+n)/2+a/3)t} \left[c_2 \sin \frac{\sqrt{3}}{2}(m-n)t + c_3 \cos \frac{\sqrt{3}}{2}(m-n)t \right] \\ - 2 \left(\frac{m+n}{2} + \frac{a}{3}\right) e^{-((m+n)/2+a/3)t} \left[c_2 \frac{\sqrt{3}}{2}(m-n) \cos \frac{\sqrt{3}}{2}(m-n)t - c_3 \frac{\sqrt{3}}{2}(m-n) \sin \frac{\sqrt{3}}{2}(m-n)t \right] \\ + e^{-((m+n)/2+a/3)t} \left[-c_2 \frac{3}{4}(m-n)^2 \sin \frac{\sqrt{3}}{2}(m-n)t - c_3 \frac{3}{4}(m-n)^2 \cos \frac{\sqrt{3}}{2}(m-n)t \right] \quad \dots\dots\dots (27')$$

$x, v, \dot{v}$ の値を式 (7'') に代入して v' が求められる。

v, v' がわかればその値を式 (5) に代入して ζ が求められる。

いま、工学上の仮想質量を M' とすると、

$$\frac{1}{2}(M + M_0)v_0^2 = \frac{1}{2}kx_{\max}^2 \quad \dots\dots\dots (7)$$

ただし、 $M_0 = \rho h B$

いわゆる、厳密な意味で、水理学上の仮想質量を M'

とすると,

$$\frac{1}{2}(M+M_0)v_0^2 = \frac{1}{2}kx_{\max}^2 + \rho gh' \int_0^t c' v'^2 dt$$

ただし, t_0 : $x_{\max}$ なるまでの時間。

でなければならない。

3. 解析例

われわれはいま, 上記理論についての正当性を確かめるために, 図-2 に示すような模型船で実験を行なう予定である。

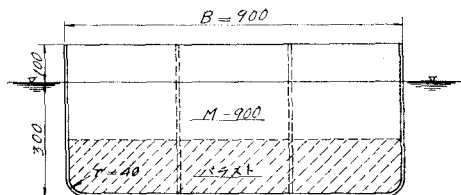


図-2

いま, この模型船で, $h=30$ cm, $B=90$ cm に対して $h'=10$ cm の場合について解析してみる。

$v_0=4$ cm/sec として実験条件を列記すると,

$h=30$ cm

$B=90$ cm

$h'=10$ cm

$v_0=4$ cm/sec

$k=5.25$ gr/cm (船の単位長当り)

である。

また, 数値計算上, 摩擦抵抗係数について,

$$c' = \frac{v_0' + v_0}{2g} \left(1 + f_e + f' \frac{B}{h'} \right)$$

としているが, 実際は, この c' の値は v' , v が減少するにつれて小さくなるはずであるから, ここでは

$$c' \doteq \frac{1}{2} \cdot \frac{v_0' + v_0}{2g} \left(1 + f_e + f' \frac{B}{h'} \right)$$

とした。 β' も同様とする。また, $f_e=0.3$ とした。

基本運動方程式とその解については, 前節で述べたとおりであるが, 船底流の慣性力, 摩擦抵抗等が全体の運動機構にどのように関与しているかを明確にするために, 表-1 に示す4ケースについて数値計算を行なってみた。

ケース1, ケース2では x についての微分方程式は2

表-1 比較した4ケース

	船底流の慣性	磨 擦	備 考
ケース1	×	×	$\rho B \dot{v}'=0, c'=0, \beta'=0$
2	×	○	$\rho B \dot{v}'=0, c' \neq 0, \beta' \neq 0$
3	○	×	$\rho B \dot{v}' \neq 0, c'=0, \beta'=0$
4	○	○	$\rho B \dot{v}' \neq 0, c' \neq 0, \beta' \neq 0$

ただし, ○印は考慮, ×印は無視を示す。

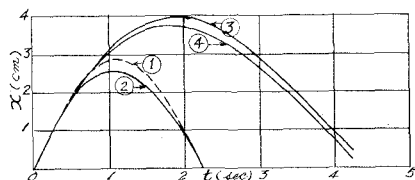


図-3

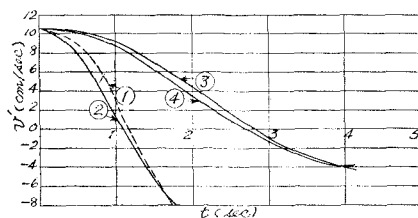


図-4

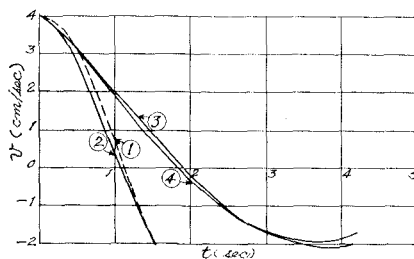


図-5

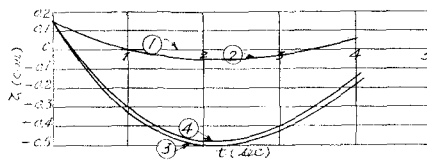


図-6

次の線型微分方程式になる。

それぞれのケースについて, 初速 $v_0=4$ cm/sec とした場合, x, v, v', t の経時変化を求めると 図-3~図-6 に示す結果となった。

この結果から, 工学上の仮想質量 M と, 水理学上の仮想質量 M' を求めると, 次のようになる。

ケース1: $M=0$ $M'=0$

ケース2: $M=-0.555$ $M'=-0.498$

ケース3: $M=2.410$ $M'=2.410$

ケース4: $M=1.945$ $M'=2.062$

ただし, $M_0=2.720$ (船の単位長当り)

この計算で, ケース1, ケース2はあり得ないことであるから, 仮想質量は, c' すなわち摩擦抵抗係数に, 著しく左右されることがわかる。本例では船底と海底とのクリアランス h' が比較的大きくともっているため, ケース4での M と M' の差が小さくなっている。

そこで, 次節で h' を変化した場合について検討を行なってみる。

4. 船底と海底とのクリアランスと仮想質量

前節では、きつ水 $h=30$ cm に対しクリアランス $h'=10$ cm の場合について、船底流慣性力と摩擦抵抗の効き方について調べたが、ここでは、実際に起こっている現象を示すケース4について、海底クリアランス $h'=5$ cm, $h'=3$ cm の場合の計算を行ない、海底クリアランスの変化につれて、 M , M' がどのように変化するかを求めてみた。

まず、それぞれの場合について、これを解き、 x , v , v' を求めると、図-7～図-10 のようになる。

この結果から、それぞれの M , M' を求めると

$h'=10$ cm ($h'/h=1/3$) のとき: $M=1.945$ $M'=2.062$

$h'=5$ cm ($h'/h=1/6$) のとき: $M=1.339$ $M'=1.500$

$h'=3$ cm ($h'/h=1/10$) のとき: $M=0.192$ $M'=0.363$

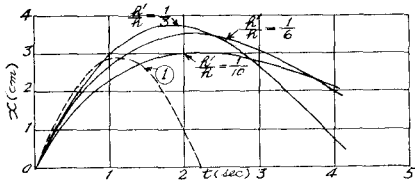


図-7

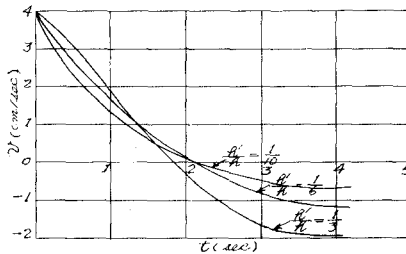


図-8

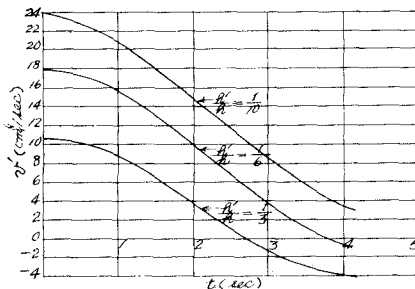


図-9

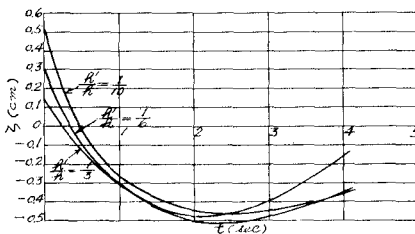


図-10

となる。

すなわち、 M は船底クリアランスが減少すると急激に減少する傾向を示している。

5. 結 言

接岸時のタンカーの仮想質量を研究する場合、この船舶の減速の結果から生ずる段波、船底の流れ、船舶の抵抗など、いろいろな要素が重なり合っているの、これらの影響を一つ一つ解きほぐして考慮しなければならないと考え、一応2次元的にとり扱える範囲内で考えられるすべての現象の要素を取り入れて解析を行ない、個々の要素のおよぼす影響を研究した。

この解析にとり入れられた仮定は、かなり保守的なもので問題となりそうな仮定はないと思うので、この理論はかなりの程度信頼し得るものと考えている。しかし、この妥当性の検討のためには実験が必要であり、現在実験を進めている。

今後、この理論に基づいて種々検討のうえ、仮想質量についての一般的関係について研究を進めてゆきたいと考える。

なお、本文中の数値計算に協力された大成建設(株)技術研究所員 小寺秀則氏に謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 肥後春生: 繫船岸の防衛工について, 土木学会, 昭和33年10月
- 2) Eggink, A.: Paper S. II-Q, 2 (No title of the paper), Proc. of the Eighteenth Navigation Congress, 1953, pp. 167-187.
- 3) 2)の中に紹介されているPageの論文(Annales des Ponts et Chausses, 1952)
- 4) Callet, P.: Paper S. II-Q, 2 (No title of the paper), Proc. of the Eighteenth Navigation Congress, 1953, pp. 87-109
- 5) Angles, P.: d'Auriac, Les pare-chocs d'accostage Proc. of the Fifth Conference on Coastal Engineering, Sep. 1954, pp. 642-655
- 6) 長沢 準: 接岸時の船体損傷防止に関する研究, (第1報, 接岸時の船体運動と接岸圧力), 造船協会論文集, 第106号, 1960.
- 7) Minikin, R. R.: Winds, Waves and Maritime Structures, 1950. (Griffin, London), pp. 165
- 8) Cornick, H.F.: Dock and Harbour Engineering, Vol. 12, The design of harbours. 1959. (Griffin, London)
- 9) 元良誠三: 船体運動学, 共立出版, 1957
- 10) 林 泰造・白井増次郎: 接岸時船舶の衝撃力について, 第8回海岸工学講演会講演集, 1961.
- 11) Hayashi, T. and Shirai, M.: Force of impact at the moving collision of a ship with the mooring construction, Coastal Engineering in Japan, Vol. 6, 1963.
- 12) Vasco Costa, F.: The effect of impact on the design of fenders and berthing structures, The Dock and Harbour Authority, Vol. XLV, May, June & July, 1964.