

円筒形浮体と浅海波の相互作用

堀 川 清 司*・渡 辺 晃**

1. 緒 言

浅海波により海中構造物が受ける波力を理論的に求める試みは数多くなされてきた。固定した直円柱に対しては MacCamy & Fuchs¹⁾ のものが有名であり、構造物が水底に達していない場合については Garrett²⁾, Miles³⁾, Black⁴⁾ によって研究されている。また大楠⁵⁾ は複数円柱に作用する波力を求めている。一方、浮体の運動を扱ったものとして、球体に対する Barakat⁶⁾ の研究、矩形断面浮体に対する井島ら⁷⁾ の研究、大型ポンツーンに対する本間・萩原⁸⁾ の研究などがある。

本論文では繫留されていない円筒形浮体を対象とし、ポテンシャル流としての扱いを基に井島らと同様の手法で浅海波と浮体の相互作用を検討する。一様水深浅海域において円筒形浮体がいかなる運動を示すか、また浮体の運動によりいかなる散乱波を生じるかを理論的に解析し、浮体に対する質量係数についても考察を加える。

2. 理論式の展開

(1) 回折散乱波の速度ポテンシャル

図-1 に示すように一様水深 h の領域を x の正の方向に進行する角周波数 σ の入射波による、半径 a 、きつ水 qh の円筒形浮体の運動を考える。波および浮体の運動はともに微小で線形の扱いが可能である場合を対象とし、流体は非粘性、図-1 浅海波による円筒形浮体の運動非圧縮性で、浮体は剛とする。

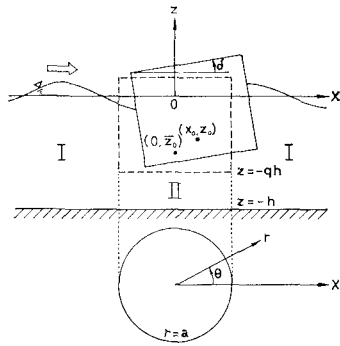


図-1 浅海波による円筒形浮体の運動

速度ポテンシャル $\Phi(r, \theta, z; t) = \phi(r, \theta, z)e^{-i\sigma t}$ は円筒座標で表わした Laplace の方程式および水底での条件、

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\phi = 0 \dots (1)$$

$$\partial\phi/\partial z = 0 \quad (z = -h) \dots (2)$$

を満足しなければならず、さらに外部領域 $I (r > a)$ に対しては、

$$\partial\phi/\partial z = \sigma^2\phi/g \quad (z = 0) \dots (3)$$

なる水面条件、および無限遠方 ($r \rightarrow \infty$) での Sommerfeld の条件が課される。したがって領域 I に対する速度ポテンシャル $\Phi_I = \phi_I e^{-i\sigma t}$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} \phi_I = & \sum_{m=0}^{\infty} \cos m\theta \left[\left\{ A_m \frac{J_m(kr)}{J_m(ka)} + B_m \frac{H_m(kr)}{H_m(ka)} \right\} \right. \\ & \times \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} C_{nm} \frac{K_m(k_n r)}{K_m(k_n a)} \\ & \left. \times \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \right] \dots (4) \end{aligned}$$

ただし A_m は入射波、 B_m, C_{nm} は浮体運動による回折散乱波に対応し、 J_m, H_m, K_m はそれぞれ Bessel 関数、第 1 種の Hankel 関数、第 2 種変形 Bessel 関数である。入射波の振幅を ζ_0 で表わせば、

$$\begin{aligned} A_m = & -\frac{g\zeta_0}{\sigma} \varepsilon_m J_m(ka), \\ \varepsilon_m = & \begin{cases} 1 & (m=0) \\ 2im & (m=1, 2, 3, \dots) \end{cases} \dots (5) \end{aligned}$$

となり、 k, k_n は次式で定まる固有値である。

$$\sigma^2 h/g = kh \tanh kh = -k_n h \tan k_n h \dots (6)$$

一方、静止位置 $(0, z_0)$ からの浮体重心 (x_0, z_0) の水平 (sway) および鉛直変位 (heave) と回転 (roll) の角 δ の振幅をそれぞれ ξ, η, ω とすると、

$$x_0 = \xi e^{-i\sigma t}, \quad z_0 = \bar{z}_0 + \eta e^{-i\sigma t}, \quad \delta = \omega e^{-i\sigma t} \dots (7)$$

となり、内部領域 $(r < a)$ II での速度ポテンシャルは、式 (1), (2) の他に次のような非同次境界条件を満たす必要がある。

$$\partial\phi_{II}/\partial z = -i\sigma(\eta + \omega r \cos \theta) \quad (z = -qh) \dots (8)$$

したがって ϕ_{II} は第 1 種変形 Bessel 関数 I_m を用いて次のように表わせる。

$$\begin{aligned} \phi_{II} = & \sum_{m=0}^{\infty} \cos m\theta \left[E_m \cdot \left(\frac{r}{a}\right)^m + \sum_{l=1}^{\infty} D_{lm} \right. \\ & \times \frac{I_m(\kappa_l r)}{I_m(\kappa_l a)} \cos \kappa_l(z+qh) \left. \right] - \frac{i\sigma}{2qh} \\ & \times \left[\eta \left\{ (z+h)^2 - \frac{1}{2}r^2 \right\} \right] \end{aligned}$$

* 正会員 工博 東京大学教授 工学部土木工学科
** 正会員 工博 東京大学助手 工学部土木工学科

$$+ \omega r \cos \theta \left\{ (z+h)^2 - \frac{1}{4} r^2 \right\} \dots\dots\dots (9)$$

ただし $\kappa_i = l\pi/\bar{q}h$, $\bar{q} = 1-q$ である。

(2) 円筒浮体の応答

浮体の側面および底面に作用する圧力を p_r , p_z とすると, 質量 M , 重心のまわりの慣性モーメント I なる浮体の sway, heave, roll に対する運動方程式は,

$$M \frac{d^2 x_0}{dt^2} = - \int_{-qh}^0 \int_0^{2\pi} p_r a \cos \theta d\theta dz \dots\dots\dots (10)$$

$$M \frac{d^2 z_0}{dt^2} = \int_0^a \int_0^{2\pi} p_z r d\theta dr - Mg \dots\dots\dots (11)$$

$$I \frac{d^2 \delta}{dt^2} = \int_{-qh}^0 \int_0^{2\pi} p_r (z - \bar{z}_0) a \cos \theta d\theta dz$$

$$+ \int_0^a \int_0^{2\pi} p_z r^2 \cos \theta d\theta dr \dots\dots\dots (12)$$

で与えられる。流体の密度を ρ とし,

$$M = \pi \rho a^2 qh, \quad I = \gamma (\pi/4) \rho a^4 qh \dots\dots\dots (13)$$

とおくと, $p = -\rho \partial \Phi / \partial t - \rho g z$ で与えられることから, 式(4), (9)~(13)より,

$$\left. \begin{aligned} X &\equiv \xi \sigma a = i [f_0 (A_1 + B_1) + \sum_{n=1}^{\infty} f_n C_{n1}] \\ Z &\equiv \eta \sigma h = i a [E_0 + \sum_{l=1}^{\infty} L_{0l} \cdot D_{l0}] \\ \Omega &\equiv \omega \sigma a h = i \beta [g_0 (A_1 + B_1) + \sum_{n=1}^{\infty} g_n C_{n1} \\ &\quad + E_1 + \sum_{l=1}^{\infty} L_{1l} \cdot D_{l1}] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

となる。ここで,

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= 1 / \left[-q + \frac{g}{\sigma^2 h} - \frac{\bar{q}}{2} \left\{ 1 - \frac{1}{4} \left(\frac{a}{\bar{q}h} \right)^2 \right\} \right] \\ \beta &= 1 / \left[-r q + \frac{g}{\sigma^2 h} - \frac{\bar{q}}{2} \left\{ 1 - \frac{1}{6} \left(\frac{a}{\bar{q}h} \right)^2 \right\} \right] \\ f_0 &= \frac{\sinh \lambda_0 - \sinh \bar{\lambda}_0}{q \lambda_0 \cosh \lambda_0}, \quad f_n = \frac{\sin \lambda_n - \sin \bar{\lambda}_n}{q \lambda_n \cos \lambda_n} \\ g_0 &= -4 \left(\frac{h}{a} \right)^2 \frac{1}{\lambda_0 \cosh \lambda_0} \left[\frac{\bar{z}_0}{h} (\sinh \lambda_0 - \sinh \bar{\lambda}_0) - q \sinh \bar{\lambda}_0 + \frac{\cosh \lambda_0 - \cosh \bar{\lambda}_0}{\lambda_0} \right] \\ g_n &= -4 \left(\frac{h}{a} \right)^2 \frac{1}{\lambda_n \cos \lambda_n} \left[\frac{\bar{z}_0}{h} (\sin \lambda_n - \sin \bar{\lambda}_n) - q \sin \bar{\lambda}_n - \frac{\cos \lambda_n - \cos \bar{\lambda}_n}{\lambda_n} \right] \\ L_{0l} &= \frac{2}{\kappa_l a} \cdot \frac{I_1(\kappa_l a)}{I_0(\kappa_l a)}, \quad L_{1l} = \frac{4}{\kappa_l a} \cdot \frac{I_2(\kappa_l a)}{I_1(\kappa_l a)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

であり, $\lambda_0 = kh$, $\lambda_n = k_n h$, $\bar{\lambda}_0 = \bar{q} \lambda_0$, $\bar{\lambda}_n = \bar{q} \lambda_n$, また $q=0.0$ に対しては $f_0 = f_n = 1$ である。

(3) 領域 I, II の接続と係数の決定

浮体の側面に垂直な流速成分は, 浮体の運動と一致しなければならないから,

$$\partial \phi_I / \partial r = -i \sigma [\xi - \omega(z - \bar{z}_0)] \cos \theta \quad (r=a, 0 > z > -qh) \dots\dots\dots (16)$$

となり, 一方, 領域 I, II の境界における圧力と流速の

連続条件は,

$$\phi_I = \phi_{II} \quad (r=a, -qh > z > -h) \dots\dots (17)$$

$$\partial \phi_I / \partial r = \partial \phi_{II} / \partial r \quad (r=a, -qh > z > -h) \dots\dots (18)$$

で表わされる。式(4), (9)を式(16)~(18)に代入し, さらに $\cosh k(z+h)$ と $\cos k_n(z+h)$ は $0 > z > -h$ で, $\cos \kappa_l(z+qh)$ は $-qh > z > -h$ で完全直交系であることを利用して変形すると次式を得る。ただし E_m を新たに D_{0m} で表わす。

$$P_{0m} A_m + Q_{0m} B_m - \sum_{l=0}^{\infty} S_{0lm} D_{lm} = \begin{cases} i b_0 Z & (m=0) \\ -i a_0 X - i c_0 \Omega & (m=1) \\ 0 & (m \geq 2) \end{cases} \dots\dots\dots (19)$$

$$P_{nm} C_{nm} - \sum_{l=0}^{\infty} S_{nlm} D_{lm} = \begin{cases} i b_n Z & (m=0) \\ -i a_n X - i c_n \Omega & (m=1) \\ 0 & (m \geq 2) \end{cases} \quad (n=1, 2, 3, \dots\dots) \dots\dots\dots (20)$$

$$R_{0l} (A_m + B_m) + \sum_{n=1}^{\infty} R_{nl} C_{nm} - D_{lm} = \begin{cases} -i d_l Z & (m=0) \\ -i e_l \Omega & (m=1) \\ 0 & (m \geq 2) \end{cases} \quad (l=0, 1, 2, \dots\dots) \dots\dots\dots (21)$$

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= \frac{\sinh \lambda_0 - \sinh \bar{\lambda}_0}{k a}, \quad a_n = \frac{\sin \lambda_n - \sin \bar{\lambda}_n}{k_n a} \\ b_0 &= \frac{a}{2h} \cdot \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\bar{\lambda}_0}, \quad b_n = \frac{a}{2h} \cdot \frac{\sin \bar{\lambda}_n}{\bar{\lambda}_n} \\ c_0 &= \frac{1}{k a} \left[-q \sinh \bar{\lambda}_0 + \frac{\cosh \lambda_0 - \cosh \bar{\lambda}_0}{\lambda_0} + \frac{1}{2q} \left\{ \frac{(2 + \bar{\lambda}_0^2) \sinh \bar{\lambda}_0 - 2 \bar{\lambda}_0 \cosh \bar{\lambda}_0}{\lambda_0^2} - \frac{3}{4} \left(\frac{a}{h} \right)^2 \sinh \bar{\lambda}_0 \right\} \right] + \frac{\bar{z}_0}{h} a_0 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned}
 c_n &= \frac{1}{k_n a} \left[-q \sin \bar{\lambda}_n - \frac{\cos \lambda_n - \cos \bar{\lambda}_n}{\lambda_n} + \frac{1}{2\bar{q}} \left\{ \frac{(\bar{\lambda}_n^2 - 2) \sin \bar{\lambda}_n + 2\bar{\lambda}_n \cos \bar{\lambda}_n}{\lambda_n^2} - \frac{3}{4} \left(\frac{a}{h} \right)^2 \sin \bar{\lambda}_n \right\} \right] + \frac{\bar{z}_0}{h} a_n \\
 d_l &= e_l = 2\bar{q}/(l\pi)^2 \quad (l \geq 1), \quad d_0 = \frac{\bar{q}}{6} - \frac{1}{4\bar{q}} \left(\frac{a}{h} \right)^2, \quad e_0 = \frac{\bar{q}}{6} - \frac{1}{8\bar{q}} \left(\frac{a}{h} \right)^2 \\
 P_{0m} &= N_0 \cdot J_m^*, \quad Q_{0m} = N_0 \cdot H_m^*, \quad P_{nm} = N_n \cdot K_m^* \\
 N_0 &= (\sinh 2\lambda_0 + 2\lambda_0)/4 \cosh \lambda_0, \quad N_n = (\sin 2\lambda_n + 2\lambda_n)/4 \cos \lambda_n \\
 J_m^* &= \frac{J_m'(ka)}{J_m(ka)}, \quad H_m^* = \frac{H_m'(ka)}{H_m(ka)}, \quad K_m^* = \frac{K_m'(k_n a)}{K_m(k_n a)} \\
 R_{0l} &= \begin{cases} \frac{2}{\bar{\lambda}_0} \cdot \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\cosh \lambda_0} \cdot \frac{1}{[1 + (l\pi/\bar{\lambda}_0)^2]} & (l \geq 1) \\ \frac{1}{\bar{\lambda}_0} \cdot \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\cosh \lambda_0} & (l=0) \end{cases}, \quad R_{nl} = \begin{cases} \frac{2}{\bar{\lambda}_n} \cdot \frac{\sin \bar{\lambda}_n}{\cos \lambda_n} \cdot \frac{1}{[1 - (l\pi/\bar{\lambda}_n)^2]} & (l \geq 1) \\ \frac{1}{\bar{\lambda}_n} \cdot \frac{\sin \bar{\lambda}_n}{\cos \lambda_n} & (l=0) \end{cases} \\
 S_{0lm} &= \begin{cases} \frac{l\pi}{\bar{\lambda}_0} \cdot \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{[1 + (l\pi/\bar{\lambda}_0)^2]} \cdot J_m^* & (l \geq 1) \\ \frac{m}{ka} \sinh \bar{\lambda}_0 & (l=0) \end{cases}, \quad S_{nlm} = \begin{cases} \frac{l\pi}{\bar{\lambda}_n} \cdot \frac{\sin \bar{\lambda}_n}{[1 - (l\pi/\bar{\lambda}_n)^2]} I_m^* & (l \geq 1) \\ \frac{m}{k_n a} \sin \bar{\lambda}_n & (l=0) \end{cases} \\
 I_m^* &= \frac{I_m'(\kappa_l a)}{I_m(\kappa_l a)}
 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

上式(19)~(21)右辺の X, Z, Ω に式(14)を代入し各項を A_m で除してやれば, $B_m/A_m, C_{nm}/A_m$ ($n=1, 2, \dots$), D_{lm}/A_m ($l=0, 1, \dots$) を未知数とする連立方程式が得られる。なお個々の m に対する連立方程式はそ

れぞれ独立であり, A_m は式(5)によって与えられるから, 係数 B_m, C_{nm}, D_{lm} の値はすべて求まることとなる。

(4) 浮体の運動と波力および波の変形

以上のようにして係数の値が定まると, 浮体の運動は式(5), (7), (14)より次式のように表現できる。

$$\left. \begin{aligned}
 A_x e^{i\beta_x} &= \frac{x_0}{\zeta_0 e^{-i\sigma t}} = \frac{2g}{\sigma^2 a} J_1(ka) \cdot \left[f_0 \left(1 + \frac{B_1}{A_1} \right) + \sum_{n=1}^{\infty} f_n \frac{C_{n1}}{A_1} \right] \\
 A_z e^{i\beta_z} &= \frac{z_0 - \bar{z}_0}{\zeta_0 e^{-i\sigma t}} = -i\alpha \frac{g}{\sigma^2 h} J_0(ka) \sum_{l=0}^{\infty} L_{0l} \frac{D_{l0}}{A_0} \\
 A_\delta e^{i\beta_\delta} &= \frac{\delta \cdot a}{\zeta_0 e^{-i\sigma t}} = 2\beta \cdot \frac{g}{\sigma^2 h} \cdot J_1(ka) \left[g_0 \left(1 + \frac{B_1}{A_1} \right) + \sum_{n=1}^{\infty} g_n \frac{C_{n1}}{A_1} + \sum_{l=0}^{\infty} L_{1l} \frac{D_{l1}}{A_1} \right]
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

A_x, A_z, A_δ は入射波の振幅 ζ_0 を用いて無次元化された各運動成分の振幅, $\beta_x, \beta_z, \beta_\delta$ はそれぞれの位相角を意味する。また, $L_{00} = L_{10} = 1$ とする。

一方, 円筒浮体に作用する全波力の水平成分 P_x , 鉛直成分 P_z および重心に関するトルク T は次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{P_x}{\pi \rho g a^2 q h} \Big/ \zeta_0 e^{-i\sigma t} &= -\frac{\sigma^2 a}{g} \cdot A_x e^{i\beta_x} \\
 \frac{P_z}{\pi \rho g a^2 q h} \Big/ \zeta_0 e^{-i\sigma t} &= -\frac{\sigma^2 a}{g} \cdot A_z e^{i\beta_z} + \frac{a}{\zeta_0 e^{-i\sigma t}} \\
 \frac{T}{\pi \rho g a^2 q h} \Big/ \zeta_0 e^{-i\sigma t} &= -\frac{\gamma}{4} \cdot \frac{\sigma^2 a}{g} A_\delta \cdot e^{i\beta_\delta}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

浮体の運動に伴う回折散乱後の水面変動 $\zeta(r, \theta) e^{-i\sigma t}$ は次式で表現され, 浮体円筒周囲の波高分布は $2|\zeta|$ として計算できる。ただし ε_m は式(5)の値をとる。

$$\begin{aligned}
 \frac{\zeta}{\zeta_0} &= -i \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m \cos m\theta \left[J_m(kr) + J_m(ka) \right. \\
 &\quad \times \left. \left\{ \frac{B_m}{A_m} \cdot \frac{H_m(kr)}{H_m(ka)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_{nm}}{A_m} \cdot \frac{K_m(k_n r)}{K_m(k_n a)} \right\} \right]
 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (25)$$

(5) 補 足

領域IIにおける非同次境界条件, 式(8)の右辺を $r < a$ の範囲で Fourier-Bessel 展開すれば,

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \phi_{II}}{\partial z} &= -2i\sigma \sum_{l=1}^{\infty} \left[\frac{\eta}{\mu_l a} \cdot \frac{J_0(\mu_l r)}{J_1(\mu_l a)} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\omega a \cos \theta}{\nu_l a} \cdot \frac{J_1(\nu_l r)}{J_2(\nu_l a)} \right] (z = -qh) \dots (26)
 \end{aligned}$$

となる ($\mu_l a, \nu_l a$ はそれぞれ J_0, J_1 の第 l 番目の0点)。この表現を出発点として式(9)以下に相当する式の展開を行なうことも可能である。しかしながら両者に対する数値計算を試みたところ, 解の精度に著しい差はなく, 式(26)を用いることの利点は認められなかった。

3. 計算結果および考察

連立方程式(19)~(21)は無限級数を含んでいるが, 解の収束性から判断して n, l に関する級数はともに第10項までで打ち切り, 各 m に対して22元連立方程式として解いた。また本論文に図示された結果は, すべて式(13)の γ を1.0とし, 静止時の浮体重心の位置を $z_0 = -3/4 \cdot qh$ とした場合である。

(1) 円筒浮体の運動

図—2~4 に浮体の sway, heave, roll の振幅 A_x , A_z , A_θ および位相角 β_x , β_z , β_θ が示されている。(a)~(c) はおのおの $h/a=1.0, 2.0, 4.0$ に対応する。また位相角 β の図で実線部分は左側座標, 破線部分は右側座標の値をとる。 $\sigma^2 h/g$ は深海波長を用いた相対水深に比例し, $\sigma^2 h/g \geq 3$ は深海条件, $\sigma^2 h/g \leq 0.1$ はほぼ長波条件に相当する。

きつ水がある程度以上になると sway, heave, roll のすべての運動に対して顕著な極大値が認められる。peak の値はきつ水深が大きい (q が大) ほど, また浮体の径が小さい (h/a が大) ほど大きくなる。なお, 図ではカットしてある peak も, そこで無限大になるわけではなく有限値をとる。ただし線形理論であるから, あまり大きい振幅について論じるのは工学的には意味が薄いと思われる。特に sway に対しては振幅が0となるような相対水深が存在し, そこで位相角 β_x に π だけの不連続があることがわかる。

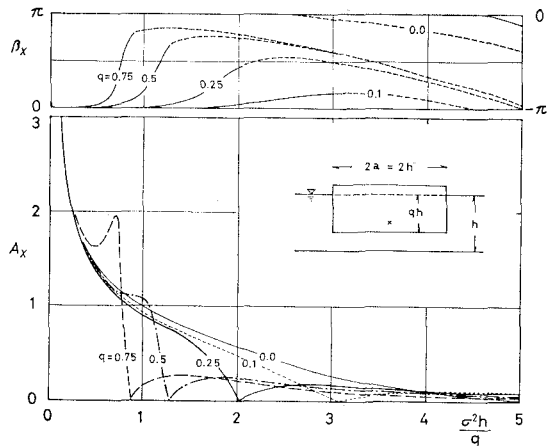
相対水深が大になると一般に sway の振幅は小さくなるが, 径およびきつ水深が小さくなると, ($h/a=4.0$, $q \leq 0.1$), 深海条件においても入射波の振幅と同程度の水平運動を生じる。この傾向は heave に対しても同様であり, $h/a=4.0$, $q=0.1$ の場合には深海域に heave の peak があらわれる。roll の位相 β_θ は $\sigma^2 h/g$ が小さい範囲では β_x と完全に一致するが, 位相の不連続はあらわれないので相対水深が大きくなると $\beta_\theta = \beta_x + \pi$ の関係が成立つ。

矩形浮体に対して井島らが求めた結果⁷⁾ との最も著しい相違は, 本計算の結果では 1) sway についても顕著な極大値が存在することと, 2) roll の振幅は $\sigma^2 h/g$ が 0 に近づくにつれて常に 0 に漸近することの二点である。 $\sigma^2 h/g \leq 0.1$ の領域は長波に相当することから, 圧力はほぼ静水圧分布となり浮体にはトルクはほとんど作用しなくなる。これは矩形浮体についても全く同様にいえることで, 相違点のうちの後者については井島らの結果は明らかにおかしい。彼らの論文中の式(18)に与えられている g_0, g_n の表示に $1/(\sigma^2 h/g)$ という不要な項を含んでいることに起因するものと思われる。sway, roll の効果をとるに含む連立方程式を解くわけであるから, roll の表示式の誤りは sway の計算結果にも影響し, このために彼らの計算で sway に極大値があらわれないのではなかろうか。

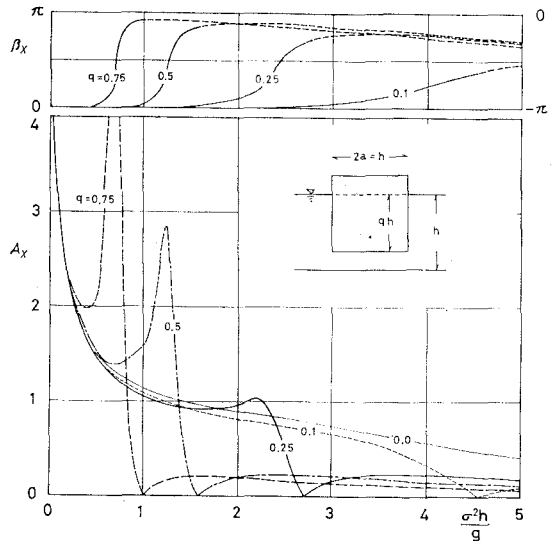
$\sigma^2 h/g$ が 0 に近づくとき式(25)中の各係数の値は,

$$\left. \begin{aligned} \alpha &\sim \beta \sim \sigma^2 h/g, \quad f_0 \sim 1, \\ g_0 &\sim -4(h/a)^2 q(\bar{z}_0/h + q/2) \\ E_0/A_0 &= E_1/A_1 \sim 1, \\ B_1/A_1 &= C_{n1}/A_1 = D_{10}/A_0 = D_{11}/A_1 \sim 0 \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

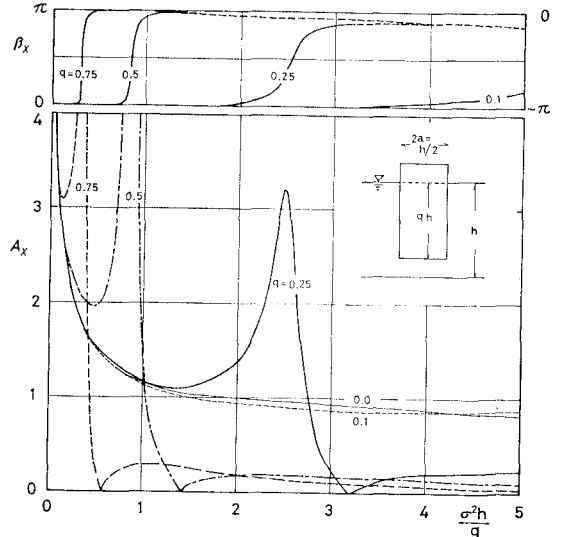
となり, 浮体の運動に対する漸近表示は,



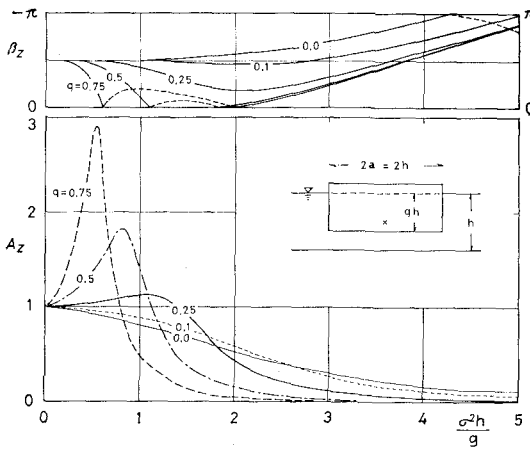
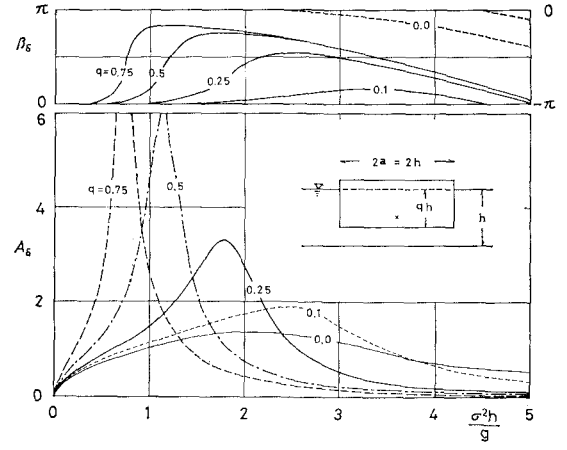
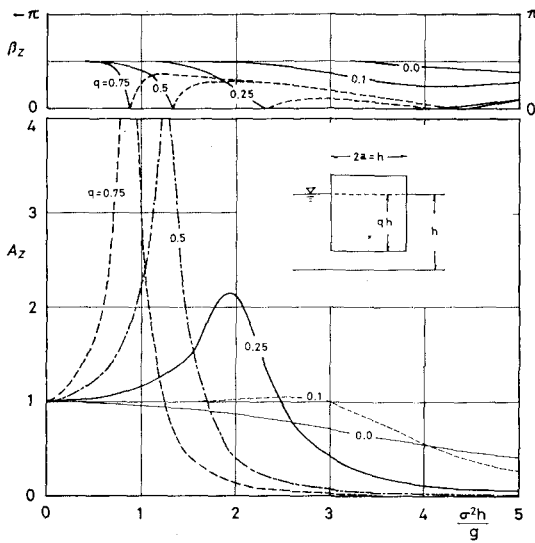
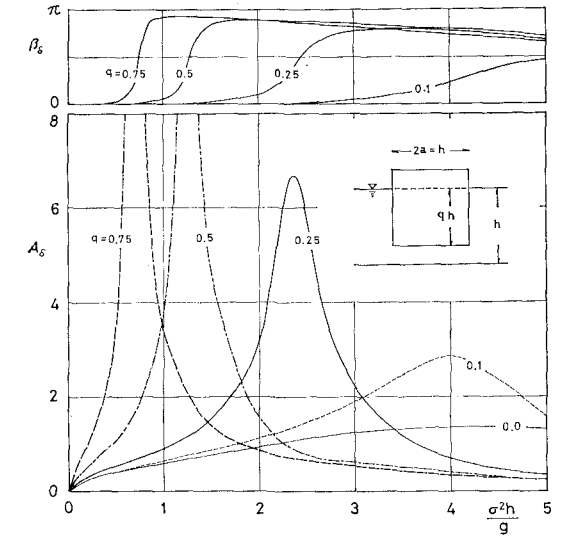
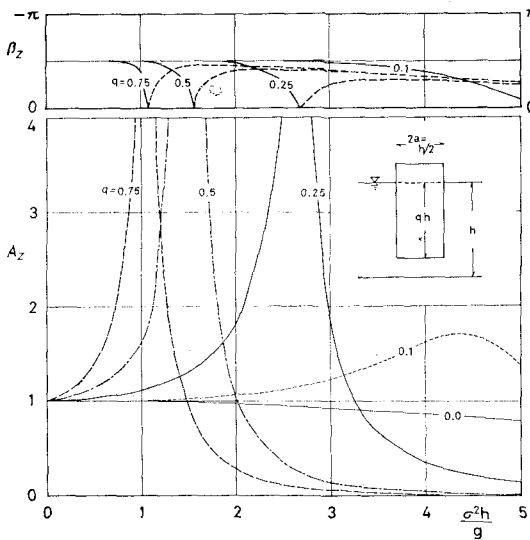
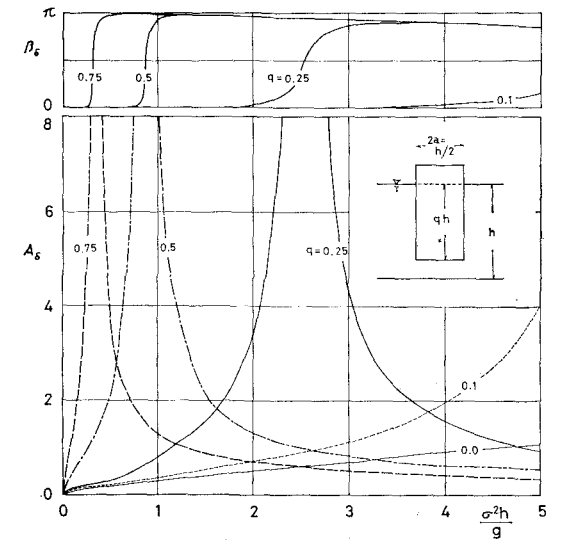
図—2(a) 浮体の水平運動の振幅と位相角 ($h/a=1.0$)



図—2(b) 浮体の水平運動の振幅と位相角 ($h/a=2.0$)



図—2(c) 浮体の水平運動の振幅と位相角 ($h/a=4.0$)

図-3(a) 浮体の鉛直運動の振幅と位相角 ($h/a=1.0$)図-4(a) 浮体の回転運動の振幅と位相角 ($h/a=1.0$)図-3(b) 浮体の鉛直運動の振幅と位相角 ($h/a=2.0$)図-4(b) 浮体の回転運動の振幅と位相角 ($h/a=2.0$)図-3(c) 浮体の鉛直運動の振幅と位相角 ($h/a=4.0$)図-4(c) 浮体の回転運動の振幅と位相角 ($h/a=4.0$)

$$A_x e^{i\beta_x} \sim \frac{2g}{\sigma^2 a} J_1(ka), \quad A_z e^{i\beta_z} \sim -i J_0(ka),$$

$$A_\delta e^{i\beta_\delta} \sim 2J_1(ka)(1+g_0) \dots\dots\dots (28)$$

で与えられる。特に本論文で扱っている例では $\sigma^2 h/g \rightarrow 0$ で $ka \rightarrow 0$ であるから、

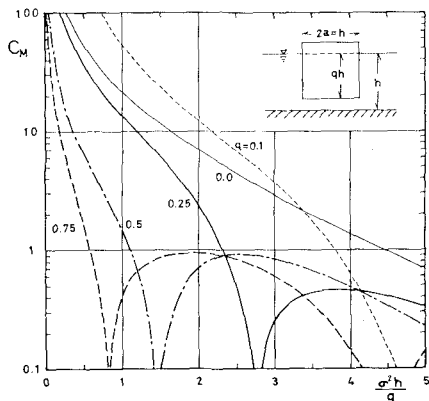
$$A_x \sim (\sigma^2 h/g)^{-1/2}, \quad \beta_x \sim 0$$

$$A_z \sim 1, \quad \beta_z \sim -\pi/2$$

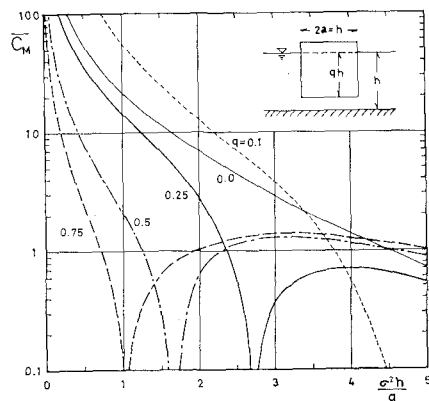
$$A_\delta \sim (\sigma^2 h/g)^{1/2} [a/h - 4q(h/a)(\bar{z}_0/h + q/2)]$$

$$\beta_\delta \sim 0$$

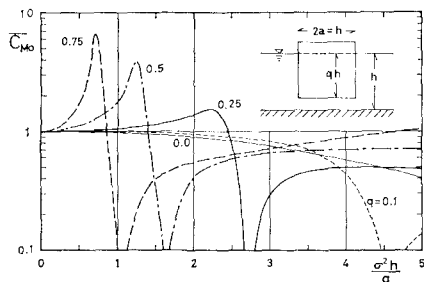
$$\dots\dots\dots (29)$$



図—5(a) 重心位置波圧合力と相対加速度による質量係数



図—5(b) 平均波力と相対加速度による質量係数



図—5(c) 平均波力と入射波水平加速度による質量係数

となり、浮体は水粒子と一致した動きをするという妥当な結果を得る。

(2) 質量係数の評価

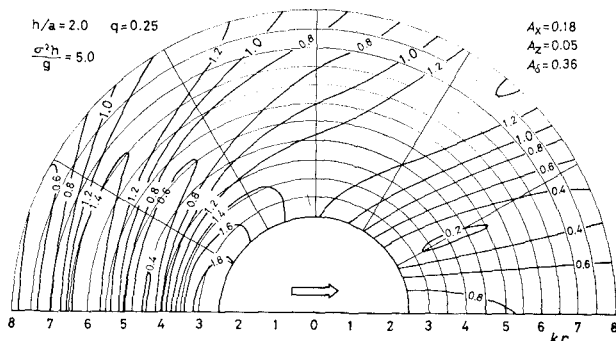
浮体に作用する波圧およびトルクは図示されていないが、式(24)を用いれば容易に計算できる。さて、ここで扱った浮体はきわめて簡単な形状をしている場合であるので、浮体の運動や波力について理論的な解が求められたのであるが、複雑な形状になるとこの手法は適用できず、一般には質量係数を用いた表示式によって慣性力が評価される。その際、質量係数の値をいかに定めるか、また加速度はどのように評価するかが問題となる。ここで得られた結果から、水平方向の慣性力に対する質量係数を3種類の方法で評価し、上記の問題を考えていく上での参考にしたい。

i) C_M : 水平力としては重心の高さに働く波圧合力を、加速度は重心の高さにおける入射波の水粒子加速度と浮体重心の水平加速度の差を用いて評価した質量係数。

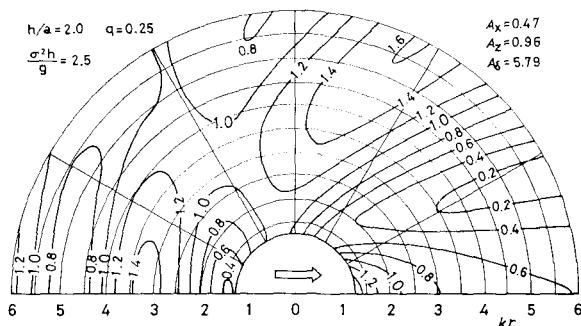
ii) $\bar{C}_M$: 水平力として浮体側面に作用する全波力をきつ水深で平均したものを用い、水平加速度は i) と同じ。

iii) $\bar{C}_{M0}$: 水平力は ii) と同じで、水平加速度は入射波の水粒子加速度のみを用いた場合。

計算の結果は 図—5(a)~(c) に示されている。相対加



図—6(a) 浮体運動による回折散乱波の振幅分布 (浮体運動が微小な場合)



図—6(b) 浮体運動による回折散乱波の振幅分布 (浮体運動が顕著な場合)

速度を用いた C_M と $\bar{C}_M$ の値はほぼ一致しており、相対水深が小さくなるとともにきわめて大きい値となる。これに対し $\bar{C}_{M0}$ の値はきつ水深が小さい範囲では、浅海域で 1.0 前後の値を与える。繫留索などの拘束を受けている場合や、複雑な形状の浮体についても相対加速度を用いない方が妥当なのか否かはさらに検討を要する。

(3) 回折散乱波の振幅

浮体の運動に伴って浮体周囲に生じる回折散乱波の振幅は式(25)から計算でき、その平面的な分布の例が、図—6(a), (b) に示されている。ただし m は第11項($m=10$)で打ち切って計算した。図—6(a) は深海条件に対するもので、浮体の運動はきわめて小さい場合である。円筒前面に重複波性の波が生じており、全体のパターンは MacCamy ら¹⁾ の固定円柱に対する解と定量的にもきわめて近い。一方、図—6(b) は $\sigma^2 h/g=2.5$ で、浮体の運動、とくに roll motion が著しい場合に相当する。この場合は逆に浮体前面の近傍で波高がかなり小さくなるという一見奇妙な結果が得られた。これは cushion barrier の前面が node になるという Penny & Price⁹⁾ の解析結果に符合するものである。 $\sigma^2 h/g$ つまり ka が小さい場合は図示していないが、 $\sigma^2 h/g=0.2$ ($ka=0.23$) の場合を計算したところ、当然のことながら入射波は浮体運動の影響をほとんど受けず、回折散乱波は入射波の振幅の 2% 以下 ($0.98 < |\zeta|/\zeta_0 < 1.02$) であった。

4. 結 語

浅海波のもとでの円筒浮体と水面波の相互作用について、ポテンシャル理論による計算結果に基づき考察を加

えた。以上の扱いは粘性を無視しており、また水面波と浮体の運動はともに微小であると仮定しているの、その結果の適用範囲にはおのずから限界がある。とくに浮体の運動を微小とおく仮定は相当に厳しい制約であると考えられ、さらに高次の項まで入れた非線形の取扱いが必要となろう。今後は非線形の扱いを進めるとともに、上記の計算結果に対する実験的検証を行なう予定である。

参 考 文 献

- 1) MacCamy, R. C. and R. A. Fuchs: Wave Forces on Piles; a Diffraction Theory, B.E.B. Tech. Memo., No. 69, p. 17, 1954.
- 2) Garrett, C.J.R.: Wave Forces on a Circular Dock, Jour. Fluid Mech., Vol. 46, pp. 129-139, 1971.
- 3) Miles, J.W.: A Note on Variational Principles for Surface-Wave Scattering, Jour. Fluid Mech., Vol. 46, pp. 141-149, 1971.
- 4) Black, J.L., C.C. Mei and M.C.G. Bray: Radiation and Scattering of Water Waves by Rigid Bodies, Jour. Fluid Mech., Vol. 46, pp. 151-164, 1971.
- 5) 大楠 丹: 複数本の鉛直円柱に働く波力について, 日本造船学会論文集, 第131号, pp. 101-112, 1972.
- 6) Barakat, R.: Vertical Motion of a Floating Sphere in a Sine-Wave Sea, Jour. Fluid Mech., Vol. 13, pp. 540-556, 1962.
- 7) 井島武士・田淵幹修・湯村やす: 矩形断面をもつ浮体の浅海波による自由運動—1. 理論—, 第18回海岸工学講演会論文集, pp. 173-180, 1971.
- 8) 本間 仁・荻原国宏: 大型ボンソーンの運動, 第18回海岸工学講演会論文集, pp. 181-187, 1971.
- 9) Penny, W.G. and A. T. Price: The Diffraction Theory of Sea Waves and the Shelter Afforded by Breakwaters, Phil. Trans. Roy. Soc. London, Ser. A, Vol. 244, pp. 236-253, 1952.