

柱状構造物の波力応答計算

伊藤喜行*・谷本勝利**・小舟浩治**

1. まえがき

杭式シーバースのように波の作用を受ける所での柱状構造物では、波力に対する強度の検討が必要となる。類似のものとしては、海底資源掘削のためのいわゆる海洋構造物に例が多い。そうした構造物の波力に対する静的設計による失敗例の教訓から、動的解析による検討の必要性が指摘され、主として米国において多くの研究が実施されつつある。

現在、筆者らは 50 万トンタンカーを対象として具体的なシーバースの波力問題について、総合的研究を推進中であるが、本論文ではそのうち不規則、動的取り扱いによる波力応答の特性を把握するために行なった基本的な 4 脚柱プラットフォームに対する計算結果をとりまとめたものである。

2. 解析法の概要

構造物としての安全性を真に検討しようとするれば、波一構造一地盤の三位一体の総合的取り扱いが必要であることは言うまでもない。しかし、ただちにそれら全部を厳密に取り扱うのは、むやみに解析を煩雑にし、問題点の本質を見損う恐れもある。したがって、ここでは総合的観点に立ちながらも、段階的目的にあった取り扱いの簡略化を行なっている。

地盤を含めた三位一体の取り扱いによる応力計算では、基本的要因として波浪、構造、地盤があり、波浪条件と構造条件から波力が定まり、構造条件と地盤条件から構造モデルが定まる。これから応力計算が遂行されるが、実際には一体とした計算式を導くから、おのおのを分離できるものではない。もちろん、これらの式の中には、波の不規則性および構造物運動の動的効果が含まれる。

こうした不規則、動的系が線型であれば、スペクトル解析手法がきわめて有効である。すなわち、各周波数成分ごとの入力一応答間の伝達関数がわかれば、その応答スペクトルを容易に知ることができ、それから実際に必要な統計的性質を知ることができる。

ここでは、まずこうした線型系に対するスペクトル解析手法を用いた応答計算を実施した。問題を線型化する

にあたっては、次の取り扱いを行なっている。1) 波力は慣性力のみを対象とする。2) 根入れ柱の横抵抗は、いわゆる「Chang の方法」による。3) 構造部材は完全弾性体とする。

次に、非線型性を含めた場合には、解析的扱いは困難である。ここでは、非線型抗力を含めた計算を、与えられた波浪スペクトルからシミュレートして得られる波の時間的変化に対し、応答を逐次求めていく方法で行なった。これを、波浪シミュレーション法による波力応答計算と呼んでいる。この場合、柱は海底固定とした。

3. 波浪スペクトルと波力公式

(1) 波浪スペクトルと極値分布

本論文では、波浪スペクトルとして、次式で与えられる Pierson-Moskowitz のスペクトルを用いる。

$$S_{\eta\eta}(\omega) = \alpha g^2 \omega^{-5} \exp \{-\beta(\omega_0/\omega)^4\} \cdots \cdots \cdots (1)$$

ここに、 $\alpha = 8.10 \times 10^{-3}$ 、 $\beta = 0.74$ 、 $\omega_0 = g/U_{19.5}$ 。また、風速 $U_{19.5}$ と有義波高との間には一義的關係があるので、有義波高を与えれば、スペクトルの形が定まることになる。

スペクトルが与えられると、その n 次モーメントおよびパラメーター ϵ を用いて、元の波形の統計的性質を知ることができる。ただし、ある期間中の最大値は確率的にしか与えられない。後で示す結果では、一応通常の波高におけると同様に求めた値を示している。

(2) 波力公式と係数値

静止円柱に作用する波力は、次のように与えられる。

$$dF = C_D \frac{w}{2g} Du |u| dz + C_M \frac{w}{g} \frac{\pi D^3}{4} \frac{\partial u}{\partial t} dz \cdots \cdots \cdots (2)$$

抗力係数 C_D は経験的係数で、Reynolds 数によって値が異なる。通常 1.0 が用いられているが、ここでは作用高についても微小振幅波動的取り扱いをするため、最大波による全波力がほぼ等しくなるように 2.0 の値を用いている。

慣性力係数 C_M は、理想流体の速度ポテンシャルを解いて求められる。複素ポテンシャルの解では、係数は複素関数となり、その絶対値が D/L の関数となるとともに、粒子加速度に対して位相差を持つことに注意しなければならない。円柱の径 D が波長 L に比べて小さけれ

* 正会員 工博 運輸省港湾技術研究所 水工部長
** 正会員 運輸省港湾技術研究所 水工部

ば、係数値は2.0となり、位相差も生じない。ここでは、ほぼこうした範囲を計算の対象としているので、全周波数成分にわたってこの値を用いている。

波力は、式(2)からわかるように粒子速度の2乗に比例する抗力を含むため、一般には非線型であるが、次に示すスペクトル解析手法による計算では、前述のごとく線型の慣性力のみを対象とする。非線型抗力を含んだ計算は、あとの波浪シミュレーション法による計算で行なう。

4. スペクトル解析手法による波力応答計算

(1) 対象とする構造物と計算の方法

水深 30 m の海域における3本の根入れ鋼管と上部工から成るプラットフォームを計算の対象とする。計算上、上部工は完全に剛であり、鋼管はそれに剛結されているものとする。4脚柱は間隔 20 m の正方形配置である。上部工は波力が作用しないように十分高いものとし、柱は長杭と見なす。

ここでは、もっぱら単一方向不規則波が柱列方向に一致して進行する場合のみ扱うので、実際計算の解析は図-1に示すように半分の2本柱構造物として行なう。上部工重量、ばね定数等以下の諸数値はすべてこの値である。

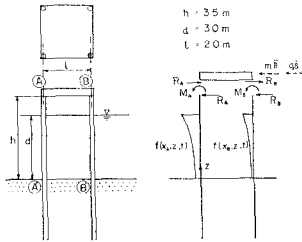


図-1 対象とする柱状構造物

計算式は、波力が分布荷重であることと柱により位相差を持つため煩雑となるので、ここでは基本式のみを示す。たわみについての弾性方程式は、波力を $f(x, z, t)$ で表わして、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^4 y}{dz^4} &= \frac{1}{EI} f(x, z, t), \quad h \geq z \geq 0 \\ \frac{d^4 y}{dz^4} &= -\frac{E_s}{4EI} y, \quad z \leq 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 E_s : 地盤の弾性係数, EI : 鋼管の曲げ剛性

これらの弾性方程式を、頭部埋込み条件等の境界条件および次式で与えられる上部工のつり合い条件のもとに解けばよい。

$$R_A + R_B = m \frac{d^2 \delta}{dt^2} + q \frac{d \delta}{dt} \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 R_A, R_B : 柱 A, B の柱頭反力, m : 上部工質量
 q : 部材粘性抵抗係数, δ : 上部工変位
 ただし、この動的取り扱いでは、上部工の質量のみ考慮して、かつ基本振動のみ考えている。

最終的には、上部工変位や応力の伝達関数が求められ、与えられた波浪スペクトルに対し、そうした応答スペクトルを計算できる。

(2) 計算結果

実際の計算に用いた諸数値と構造物のばね定数および固有振動数を表-1にまとめて示した。本節における計算は、対象角周波数域を $0 \sim 2.81 \text{ rad/sec}$ としたものであり、結果の図はすべて最大値が 10 になるように換算して示してある。極値分布の特性については、次章に合せて示すことにする。

図-2に波浪スペクトル、変位伝達関数および変位スペクトルを示す。上部工変位は2本柱に作用する全波力に関係し、その全波力は位相差のため0になる周波数があるので、変位スペクトルでもそれが生じている。図-3に、静的に計算した変位スペクトルと比較してあるが、同図に合せ示されている変位増幅率の効果によって、固有振動数付近のスペクトル密度が大きく増幅されていることがわかる。

変位スペクトルから求めた継続時間2時間中の最大変位は、動的な場合 10.9 cm, 静的な場合 6.8 cm となる。

図-4に、柱頭応力スペクトルを波浪スペクトルおよび伝達関数と合せて示した。この場合、スペクトル密度

表-1 計算に使用する諸数値

鋼管	ヤング率 E	$2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$
	直 径 D	1.5 m
	肉 厚 b	2.0 cm
上部工重量 W		500 ton
減衰定数 $\zeta (=q/q_{cr})$		0.05
地盤の横方向反力係数* K		3.5 kg/cm^3
構造物	固有角振動数 ω_n	$2.08 \text{ rad/sec} \quad (T_n = 3.0 \text{ sec})$
	ばね定数 C_z	208 ton/m
慣性力係数 C_M		2.0
有義波高 H_s		5.0 m
継続時間 t_d		2時間

* 地盤弾性係数は $E=KD$ の関係にある

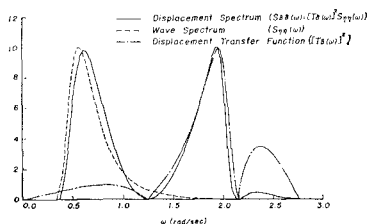


図-2 変位スペクトルの伝達関数

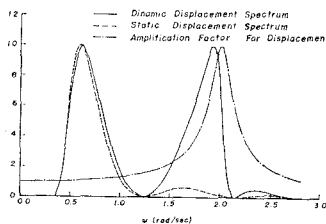


図-3 動的変位スペクトルと静的変位スペクトルの比較

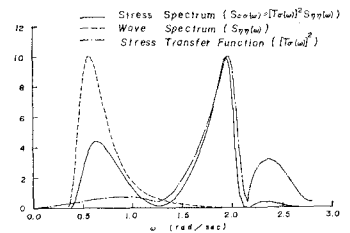


図-4 柱頭応力スペクトルと伝達関数

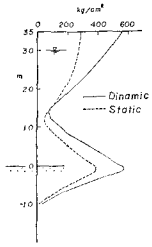


図-5 応力の軸方向分布

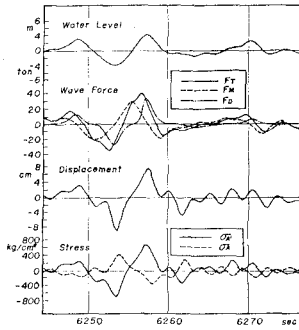


図-6 各量の時間的変化

の主要部は明らかに構造物の固有振動数附近に移っている。図-5 は、柱の各高さで応力スペクトルを求めて、それから計算した最大応力の分布を示すものである。静的計算によるものも合せて示してあるが、動的効果は特に柱頭付近で著しいことがわかる。

5. 波浪シミュレーション法による波力応答計算

(1) 計算の方法

海底固定条件を除き、前章で扱ったものと同じ4脚柱構造物を対象とする。

この計算では、非線型抗力を含めるため、Pierson-Moskowitz のスペクトルを N 個の成分波に分割し、その和として不規則波をシミュレートする。分割は、それぞれ全エネルギーの 0.2% に相当する低周波側および高周波側を省いた $\omega_1 \sim \omega_2$ 間を $\Delta\omega$ で等分割し、代表角周波数を各区分で一樣確率ランダムに選定することにした。この場合、 n 番目の成分波の振幅は次のように与えられる。

$$a_n = \sqrt{2 \int_{(n-1)\Delta\omega}^{n\Delta\omega} S_{\eta}(\omega) d\omega} \quad \dots\dots\dots (5)$$

不規則波の粒子速度および加速度は、微小振幅波理論の関係から容易に求められる。したがって、不規則波力の時間的変化も式 (2) から求められ、これに対し逐次数値計算を行なって、上部工変位および応力が計

算される。

計算は、次の初期条件から出発し

$$\delta = 0, \quad \frac{d\delta}{dt} = 0$$

0.1886 秒の時間間隔で 7500 秒分を行なった。そのうち計算開始後 300 秒は初期条件の影響を避けるために除き、残りの 7200 秒を有効計算とした。

なお、この場合の構造物のばね定数は 299 ton/m、固有角振動数は 2.42 rad/sec ($T_n = 2.6$ 秒) である。

(2) 計算結果

a) 各量の時間的変化

図-6 に、水位、波力、上部工変位および柱端応力の時間的変化の一例を示す。これから、抗力の非線型の特徴および高周波成分が増幅される変位、応力波形の特徴がよく認められる。

b) 発生波のスペクトル

図-7 は、シミュレーションにより発生させた水位データからスペクトルを求め、もとの Pierson-Moskowitz のスペクトルと比較したものである。高周波数域に振動が生じているが、全体的にはよく合っている。

実現水位から直接求めた統計的性質は、実現スペクトルおよび Pierson-Moskowitz のスペクトルから求めたものとよく一致する。

c) 発生波力の特性

図-8 は、実現波力データから求めた単柱に作用する全抗力、慣性力およびそれらの和としての総波力のスペ

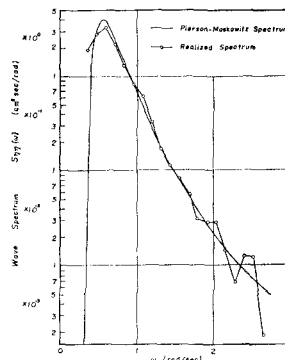


図-7 波浪スペクトル

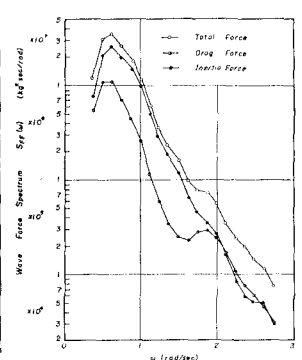


図-8 波力スペクトル

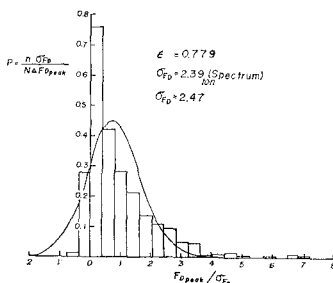


図-9 抗力極大値の確率分布

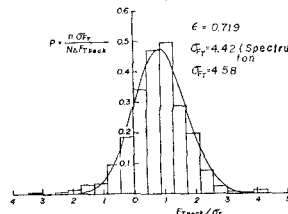


図-10 慣性力極大値の確率分布

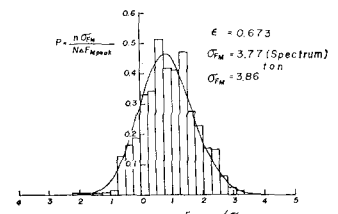


図-11 総波力極大値の確率分布

クトルを示すものである。主要周波数域では慣性力が抗力を上回っていることが認められる。

図-9~11 は、それぞれ抗力、慣性力、総波力の極大値の頻度分布を、実現スペクトルから機械的に求めた理論曲線と合せ示したものである。抗力については、理論ではその非線型性を考慮していないため全く違っている。それにもかかわらず、総波力では線型慣性力が卓越しているためほぼ一致していることが認められる。これは、以下の上部工変位、応力についても同様である。

d) 上部工変位

図-12 は、実現上部工変位から求めたスペクトルである。顕著な三つのピークが認められ、高周波側のものは固有振動数付近に現われている。

表-2 に、スペクトルおよび極大値の特性値を、前章で求めたものと合せて示した。

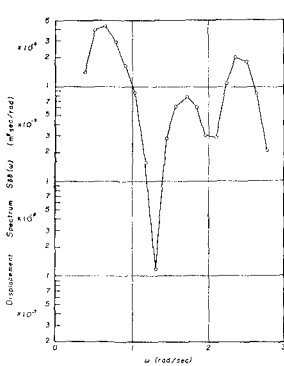


図-12 上部工変位スペクトル

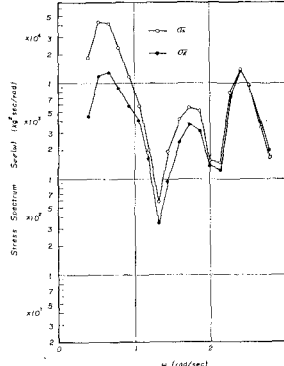


図-13 柱端応力スペクトル

表-2 変位スペクトルと極大変位の特性値

	実 現 値	実現スペクトル	スペクトル解析 (慣性力のみ)
標準偏差 σ (cm)	1.79	0.742	0.625
最大変位* (cm)	8.83	1.79	2.83
平均極大変位 (cm)	1.47	6.90	10.9
極大変位の平均周期** (sec)	2.89 (2515)	1.50	2.8
zero-up crossing 平均周期** (sec)	2.89 (2515)	2.86 (2519)	3.5 (2044)
	4.22 (1705)	4.26 (1689)	4.5 (1596)

* 継続時間2時間の場合のいわゆる最大値

** () 内は継続時間2時間の場合の波数

e) 柱端応力

柱上下端での実現応力データから求めたスペクトルを図-12 に示す。低周波側では下端応力の方が大きい密度となっているが、動的効果が顕著な領域では、両者ほぼ等しい。

表-3 は、スペクトルおよび極大応力の特性値を前章の結果と合せて示したものである。条件の違いにもかかわらず、両者に大差はない。

6. あとがき

以上、基本的柱状構造物に対して「スペクトル解析法」および「波浪シミュレーション法」による波力応答計算例を示した。これらの例から以下の事項が結論としてまとめられる。

(1) スペクトル解析手法からもわかるように、不規則、動的扱いの必要性が明らかである。たとえば、固有周期3秒の構造物における2時間中の最大応力は、有義波高5mの場合、動的計算では556 kg/cm²、静的計算では286 kg/cm²である。

(2) スペクトル解析手法による計算は、柱間間隔とか動的増幅率等各要因の効果が伝達関数として明示されるので、通常の場合最適設計のための概略把握にきわめて有効な方法である。

(3) 非線型性を含む場合には、波浪シミュレーション法による計算がきわめて有効である。ここで示した計算例では、慣性力が抗力に

比較して卓越しているため、スペクトル解析手法による結果と大差はないが、こうした結果は波浪と構造条件の組み合わせによる。

(4) 抗力に関する計算結果の極値分布は、スペクトル解析したものから機械的に求めたものと異なる。それにもかかわらず、総波力および応答結果の変位、応力の

表-3 柱上下端応力のスペクトルと極大応力の特性値

	柱 上 端 の 応 力			柱 下 端 の 応 力	
	実 現 値	実現スペクトル	スペクトル解析 (慣性力のみ)	実 現 値	実現スペクトル
標準偏差 σ (kg/cm ²)	115	0.662	0.536	165	0.789
最大応力* (kg/cm ²)	538	114	145	772	627
平均極大応力 (kg/cm ²)	108	107	153	125	126
極大応力の平均周期** (sec)	2.77 (2596)	2.75 (2623)	3.4 (2094)	2.98 (2419)	2.96 (2435)
zero-up crossing 平均周期** (sec)	3.63 (1983)	3.66 (1967)	4.1 (1768)	4.82 (1490)	4.81 (1498)

* 継続時間2時間の場合のいわゆる最大値

** () 内は継続時間2時間の場合の波数

極値分布はほぼ一致している。これは、慣性力が抗力より卓越しているためであり、そうでない場合には抗力と同様な結果になるはずである。こうした非線型現象の確率分布についての理論的検討は、本報告では行っていない。

柱状構造物の波力応答解析上の取り扱い方には、変化が多い。ここでは、きわめて基本的な扱いを行なったが主として波の取り扱い方による今後の計算として、考えられるものを次に列挙する。

- 1) 斜め入射の不規則波に対する立体解析による計算
- 2) 波の方向分散性を考慮した計算
- 3) 作用波力の有限振幅性を考慮した計算
- 4) 波と構造部材の相対運動を考慮した計算
- 5) 上部工に作用する波力を考慮した計算

これらのうち大部分はただちに実施できるが、基本的

検討を要するものもある。たとえば、上部工に作用する波力は、ほとんど未解決である。そのほか、抗力係数のとり方も問題である。これらについては、取りあえず実験的検討を計画している。

構造解析上の取り扱いとしては、斜杭をとり入れた計算、地盤や部材の非弾性的性質を考慮した計算があげられる。これらをどこまで厳密に考えなければならないかは、結果における総合的観点に立ったその重要性から決まるもので、今後具体的問題に対する模型実験と平行して、検討していきたい。

なお、参考文献として特にあげなかったが、関連文献は以下の雑誌や会議論文集に多い。

Jour. Waterways and Harbors Division, Proc. ASCE
Offshore Technology Conference
Proc. Civil Engineering in the Ocean