

不規則な海の波の防波堤による回折の計算

永 井 康 平*

1. ま え が き

海の波の防波堤による回折については、微小振幅波理論に基づく多くの研究がなされてきた。それらの成果は回折図として港湾構造物の計画や設計に用いられている。しかし現在使われている回折図は規則波を対象としたものである。そこで今回、実際の海の波の不規則性を考慮して回折の計算を行なったところ、いくつかの新しい結果が得られたのでここにその概要を報告する。

不規則波の回折の研究は数少ないが、半無限堤に対する Mobarek 他²⁾の風洞実験と開口防波堤に対する合田他³⁾の現地観測によって、微小振幅のスペクトル成分波の線型重ね合せ計算法がかなり妥当であるとわかってい。本報告においても同計算法を用いて、種々の理論方向スペクトルで表わされる不規則波の完全反射の半無限堤と直線状開口防波堤による回折の計算を行なった。

2. 不規則波の回折の計算法

(1) 不規則波の無次元スペクトル

風波のように不規則な海の波は、周波数 f (周期 T の逆数) と波向 θ に関する成分波に分解して、次式の方法で表わすことができる。

$$D(f, \theta) = F(f, \theta) S(f) \quad (1)$$

ここで、 $F(f, \theta)$ は方向関数、 $S(f)$ は周波数スペクトルである。本報告では、比較的理論的根拠があり、関数形が単純で使いやすい点を考えて、 $S(f)$ としては

$$S^*(f^*) = a f^{*-5} \exp \{-(b f^{*-4})\} \quad (2)$$

の形を用いた。ここで a, b は無次元定数であり、肩記号 $*$ は次のように無次元化した値を意味する。

$$S^*(f^*) = S(f^*) / H_{1/3}^2 = S(f) / (H_{1/3}^2 T_{1/3}) \quad (3)$$

$$f^* = T_{1/3} f = \bar{T} f / 0.9 \quad (4)$$

式 (4) の有義波周期 $T_{1/3}$ と平均周期 $\bar{T}$ との関係は、合田他⁴⁾の実測値と Bretschneider⁵⁾ の示した値等を参考にして仮定した。 a, b の値は Pierson・Moskowitz⁶⁾ のスペクトルと式 (3), (4) の関係から導いた値

$$a = b/4, \quad b = 1/(0.9^4 \pi) \quad (5)$$

を本報告では用いた。一方、方向関数としては、単一方向と次式の $\cos^2 \theta$ 型およびいわゆる SWOP⁷⁾ のもの

$$F(\theta, \theta_{\max}) = \frac{(2l)!!}{(2l-1)!! 2\theta_{\max}} \cos^{2l} \left(\frac{\pi}{2} \frac{\theta}{\theta_{\max}} \right) \quad (6)$$

$$F(f^*, \theta) = [1 + \{0.5 + 0.82 \exp(-0.4419 f^{*4})\} \cos 2\theta + 0.32 \exp(-0.4419 f^{*4}) \cos 4\theta] / \pi \quad (7)$$

を用いた。ここで $l=1, 2, 3, \dots, t!! = t \cdot (t-2) \cdots 4 \cdot 2$, $\theta_{\max}$ は卓越波向 θ から測った成分波の方向 θ の最大値、 $|\theta| \leq \theta_{\max}$ である。 l が大きいほど方向分布幅は狭まる。たとえば $l=4$, $\theta_{\max} = \pi/2$ では

$$F(\theta) = 128/(35\pi) \cos^8 \theta \quad (8)$$

となる。本報告では式 (8) を用いた計算結果を示す。式 (7) の SWOP の方向関数は、原式の風速が海面上約 5 m の高さでの値なので、Pierson・Moskowitz のスペクトルの風速測定点の高さ 19.5 m にそろえて、式 (4) および海面抵抗係数 $C_{10} = 1.6 \times 10^{-3}$ の仮定の下に導いたものである。式 (7) の最低周波数成分の方向分布は式 (6) の $\cos^4 \theta$ にほとんど一致し、平均的には $\cos^2 \theta$ に近い。

(2) スペクトルの分解法

スペクトルの各成分波の回折を計算するために、以下に述べる方法で無次元方向スペクトル $D^*(f^*, \theta)$ を成分波に分解した。まず周波数分割数 m_f が小さくても波高と周期が正確に計算できるように、第一に各成分波が等エネルギーをもつ $S^*(f^*)$ の分割周波数 f_n^* , $n=1, 2, \dots, m_f$; ($f_{m_f}^* = \infty$) を次式で決定した。

$$f_n^* = \sqrt[4]{b/\ln(m/n)} \quad (9)$$

第二に f_{n-1}^* と f_n^* の間の第 n 成分波を代表する周波数 f_{cn}^* を、その成分エネルギーと f_{cn}^{*2} の積が成分帯域の $S^*(f^*)$ の $f^*=0$ に対する 2 次モーメントに等しくなるように

$$f_{cn}^* = \sqrt{\frac{8am}{\sqrt{b/\pi}} \left[\Phi \left\{ \sqrt{2 \ln \left(\frac{m}{n-1} \right)} \right\} - \Phi \left\{ \sqrt{2 \ln \left(\frac{m}{n} \right)} \right\} \right]} \quad (10)$$

で決定した。ここで $\Phi(t)$ は誤差関数 (標準正規確率密度関数の $0 \sim t$ の積分) で関数表に値が出ている。次に方向関数 F の方向 θ は、計算の能率を考えて方向分割幅 $\Delta\theta$ を単純に一定とし、 m_θ 個に分割した。

実際に用いた m_f, m_θ はそれぞれ 15, 36 ($\Delta\theta = 5^\circ$) である。これらの値については 4. で検討を加える。

(3) 不規則波の回折の計算式

正弦波の回折係数 K_a は、森平他⁸⁾に紹介されている計算理論により、図-1の変数を使って関数表示し

$$K_a \equiv H_a/H_i = G(\gamma, \delta, r/L) \quad \dots\dots\dots (11)$$

で求められる。ここで H は波高、 L は波長、添字 d は回折波、 i は入射波を意味する。 δ と入射角 θ とは $\delta = \theta - \psi$ の関係にある。式(11)は半無限堤の場合で、開口防波堤に対しては、高井⁹⁾にくわしく説明されている左右 ($j=1, 2$) の半無限堤による速度ポテンシャルの重ね合せ法により、開口幅を B とすると次式で求められる。

$$K_a = G(\gamma_j, \delta_j, r_j/L, B/L), \\ j=1, 2 \quad \dots\dots\dots (12)$$

さて前節で求めたスペクトル成分波を式(11)、(12)に適用するには、成分波の r/L と B/L を知らなくてはならない。このために、 r, δ, r, B および水深 d と入射波の有義波周期 $(T_{1/3})_i$ は与えられているとし、まず不規則波の基準の波長 $L_{1/3}$ と与条件の無次元量を

$$L_{1/3} = g(T_{1/3})_i^2 \tanh(2\pi d/L_{1/3}) / (2\pi) \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$d^* = d/L_{1/3}, \quad r^* = r/L_{1/3},$$

$$B^* = B/L_{1/3} \quad \dots\dots\dots (14)$$

により計算する。次に式(14)より導いた次の関係式

$$2\pi d^* f^* \tanh 2\pi d^* \\ = 2\pi d^*/L^* \tanh 2\pi d^*/L^* \quad \dots\dots\dots (15)$$

を用いて、注目している成分波の周波数 f^* に対する $L^* = L/L_{1/3}$ を求めれば、式(14)を用いて必要な $r/L = r^*/L^*$ と $B/L = B^*/L^*$ が決められる。

こうして各成分波の回折係数 K_a が得られれば、点 $P(r^*, \gamma)$ の不規則波の回折係数 K_a と周期比 K_T は、Longuet-Higgins と Rice の理論および式(4)より

$$K_a \equiv \frac{H_{1/3}}{(H_{1/3})_i} = 4\sqrt{\int_0^\infty S_a^*(f^*) df^*} = 4\sqrt{m_0} \\ K_T \equiv \frac{T_{1/3}}{(T_{1/3})_i} = \sqrt{m_0 / \left\{ \sqrt{\pi b} \int_0^\infty f^{*2} S_a^*(f^*) df^* \right\}}$$

$$S_a^*(f^*) = \int_{\theta_1}^{\theta_2} K_a^2 D_i^*(f^*, \theta) d\theta \quad \dots\dots\dots (16)$$

で求められる。式(16)の θ_1 は図-2(1)の網目の波向(直接入射方向領域)に対して、後に述べる通り三通りの扱い方があり、 θ_2 は同図(2)の場合

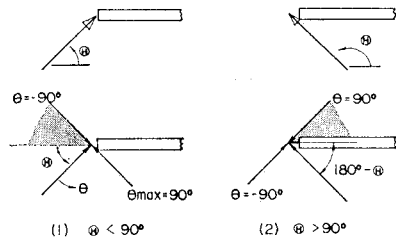


図-2 波の方向関数の取扱い(半無限堤)

網目の波向をカットし、 $\theta_2 = 180^\circ - \theta$ とした。

3. 不規則波の回折の計算結果とその検討

(1) 半無限堤による回折

最初に式(6)、(7)の方向関数の違いによって、回折係

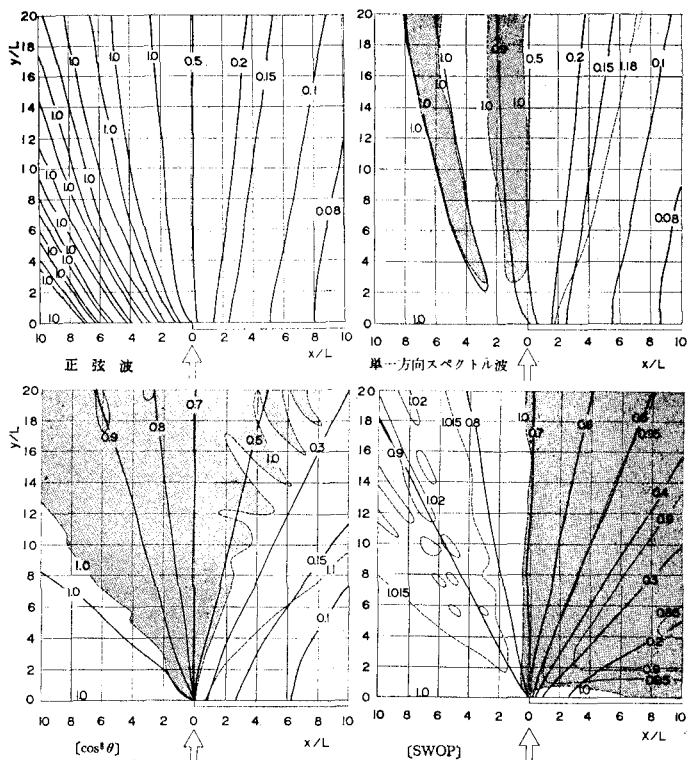


図-3 方向関数による回折図の差 ($d^*=0.15$)

数 K_a と周期比 K_T がどのような値をとるか調べてみる。図-3は水深 $d^*=0.15$ で直角入射の場合の計算結果で、網目部分は $K_T \leq 1$ の領域を示している。 K_a (実線)をみると正弦波と単一方向スペクトル波との間に大きな差はない。しかし方向分布幅をもつ $\cos^2 \theta$ と SWOP では、入射波向延長上で K_a が 0.5 ではなく 0.7 に増加している。同時に方向分布幅が広いほどしゃへい領域

内の波高が高くなっていく。正弦波と SWOP では K_a の値が約 5 倍、 $\cos^2 \theta$ と SWOP では約 1.5 倍の差が生じる領域がある。次に K_T (点線) をみると、正弦波では当然すべての領域で $K_T=1$ であるが、単一方向波では放射状に $K_T < 1$ の領域がある。この $K_T < 1$ の領域は一般に方向分布幅が広いものほどその範囲が広まり、SWOP では防波堤裏側に達する。このように周期が減少する理由は、正弦波の等回折係数曲線が弓形にわん曲しているの、入射波向 θ が $\theta < \gamma$ である方向成分波の伝達関数 $K = S_a^*/S_i^*$ が S_i^* の高周波成分ほど大きくなるためと方向分布幅が広いほどその効果が増大するためである。

次に水深 d^* の影響をみるために、図-3 の SWOP の回折図を防波堤に平行な断面で切って、 $d^* = \infty$ (点線) と 0.15 (1 点鎖線) とで比較したのが 図-4 である。これには比較のため正弦波 (実線) の値も示した。同図より防波堤の背面近く以外では、水深の影響は特に K_a に対してはきわめて少いことがわかる。なお $d^* = 0.05$ の場合にも 図-4 とほとんど差がなかった。これは水深の効果で式 (11) の波長が変化しても平均的には K_a の変化が小さいことを意味しており、図-3 で K_T が高々 15% しか変化しないことにも符合している。なお不規則波と正弦波では、前者の K_a が f^* と θ の幅の効果で後者の K_a を平均化した分布となっていること、その相

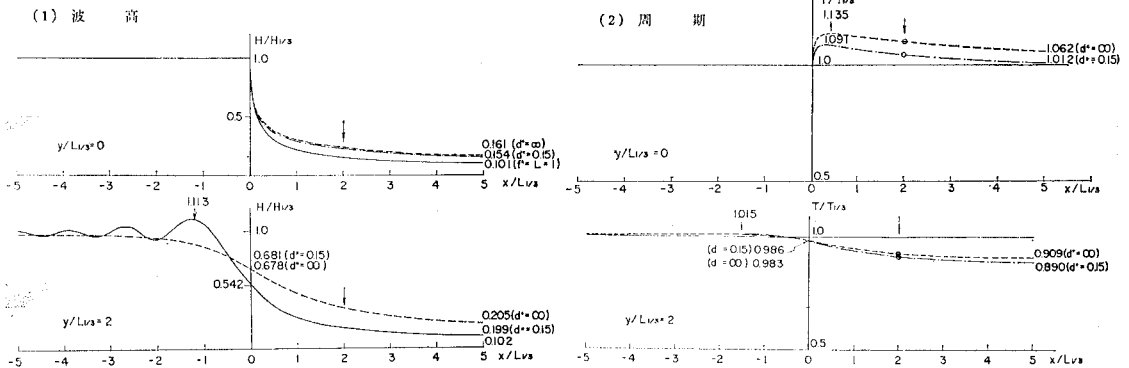


図-4 水深の影響と正弦波 (実線) との比較 (半無限堤, 直角入射, [SWOP])

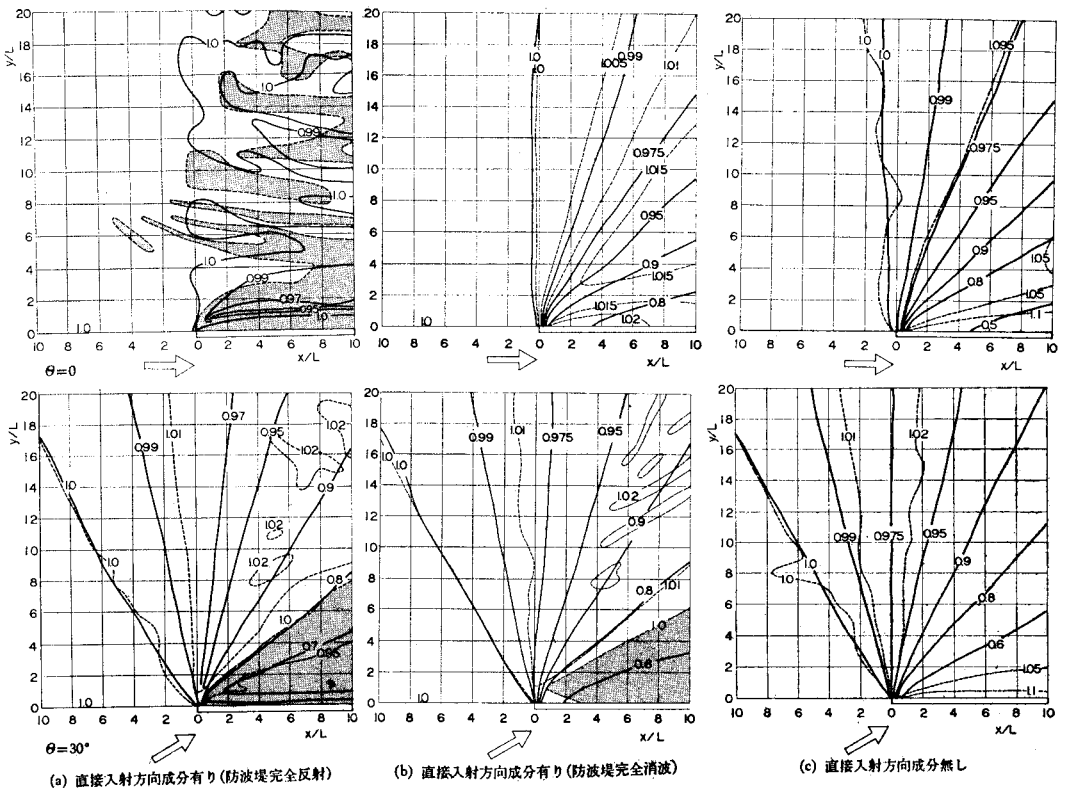
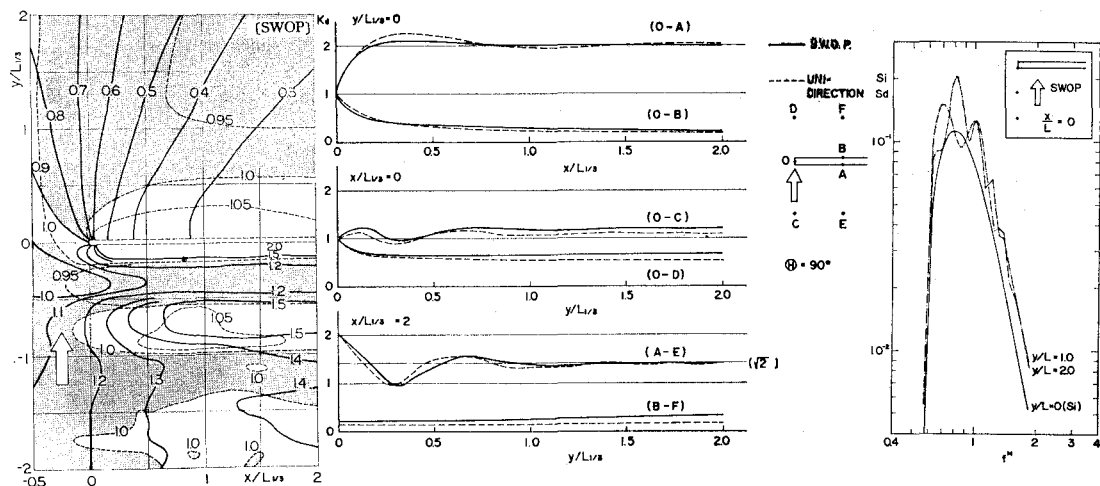


図-5 直接入射方向成分の扱い方による差 ([SWOP], $d^* = 0.15$)



図—6 半無限堤前面の回折図, 回折係数, 周波数スペクトル ($d^*=0.15$)

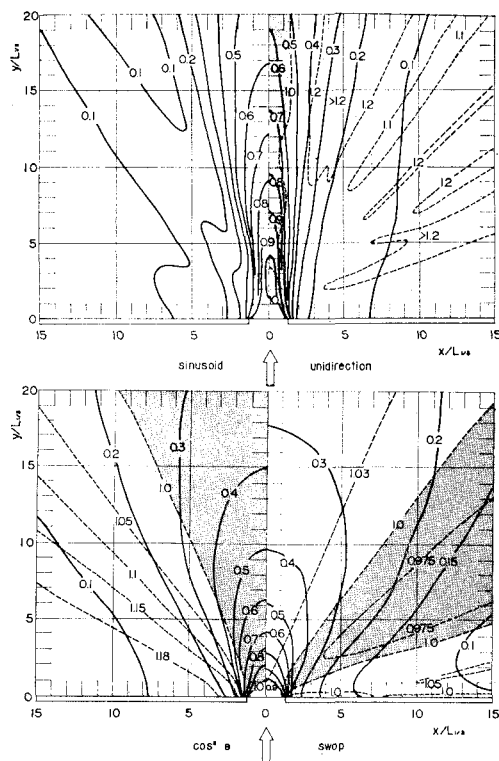
対的な差は防波堤から離れるほど大きいことがわかる。

図—5 に不規則波の入射角が $\theta < 90^\circ$ の場合に, 図—2 で指摘した直接入射方向成分の扱い方によって生じる差を示した。(a) は半無限堤裏面を完全反射とし直接入射波を考慮したもの, (b) は裏面を完全消波として直接入射成分の K_a を 1 としたもの, (c) は堤内域が狭く直接入射成分は存在しないと考えたものである。他の条件は同じであるにもかかわらず入射角 $\theta=0$ の場合, 回折図の様相に大きな差が現われる。 K_a の分布は (a) ではきわめて複雑であるが, (b), (c) では整っており, (a) ~ (c) の順で相対的に堤内側の値が小さくなる。周期 (点線) はほぼその逆で, 直接入射波を入れ反射を考えると周期は短くなる。しかし $\theta=30^\circ$ となると, 波高にほとんど差がなく, 防波堤裏面付近の周期が (a) ~ (c) の順でわずかに長くなっているだけである。すなわち $\theta \geq 30^\circ$ では直接入射成分波の扱いはあまり問題とならない。

最後に防波堤前面の波を $m_f=36$ と精密にして計算した結果を図—6 に示した。よく知られているように正弦波では防波堤前面反射波は入射波と重って重複波を形成し $1/4$ 波長ごとに波の山と谷が現れるが, 不規則波ではそれが明瞭ではない。また単一方向スペクトルと SWOP の波高分布を比較してもいくらか差がある。一般的に防波堤前面では先端から離れるにつれ波高比が 2 に, 裏面では 0 に収束すること, $x^*=0$ では前面 $y^*=0.125, 0.75$ において波高比のピークが現れること, $x^*=2$ では前面 $y^*=0.75$ で 1 つの比較的大きなピークがありさらに十分離れると $\sqrt{2}$ (入射波と反射波の単純なエネルギー和) に近づくこと等がわかる。また成分波の重複波形成により, 当然スペクトルには防波堤からの距離の関数としての変動が起こっている。しかしその変動は方向関数の平均化効果により完全重複波ほど大きくない。

(2) 開口防波堤による回折

まず各種スペクトル (正弦波, 単一方向, $\cos^2 \theta$ および SWOP) による回折図の差を図—7 に示した。回折係数 K_a は方向分布幅の広いもののほど, 緩やかな変化を示し, 入射波方向の値は小さく, 堤内奥のしゃへい領域で大きくなる。すなわち SWOP の方向関数の波では, 入射波方向の K_a の値は正弦波あるいは単一方向波の約半分, $x^*=y^*=10$ の点や $x^*=10, y^*=0$ の点では約 2 倍



図—7 方向関数による差 ($B^*=2.5, d^*=0.15$)

となっている。SWOP と $\cos^8 \theta$ の波では、入射波方向で SWOP の方が約2割小さい値となっている。なお SWOP の場合、等回折係数曲線が防波堤裏面に沿って開口部から遠い方へ流れる現象がみられるが、これは入射角の小さい成分波の回折係数の分布が同じ特徴をもっていることに起因している。一方、周期比 K_T (点線) をみると、方向分布幅が広い波で入射方向に $K_T < 1$ の領域が拡大し、SWOP ではしゃへい領域の中央に現われている。逆に $K_T > 1$ の大きな値は、単一方向の波で開口部から放射状に 1.20, $\cos^8 \theta$ では防波堤背後に 1.18, SWOP では 1.05 があり、方向関数の分布幅が狭いものほど大きい。

次に水深 d^* の影響を示したのが 図-8 である。同図の SWOP の波では d^* が変わっても K_d にほとんど差がない。 K_T (点線) は $d^*=0.15$ よりも ∞ の場合の方が不規則な分布をしているが、後者の分布を平均化すれば $d^*=0.15$ の K_T の分布と似てくることが読み取れる。これらの特性は半無限堤での結果から当然予想されたことで、他の方向関数についても同じことがいえる。要するに不規則波の回折に対する水深の影響は無視し得るほど小さい。

最後に、図-9 に開口幅と入射波向の違いによる K_d の差を示した。開口幅が狭まると当然 K_d の値は落ちるが、図-7 で指摘したとおり、防波堤裏面に沿う波高は

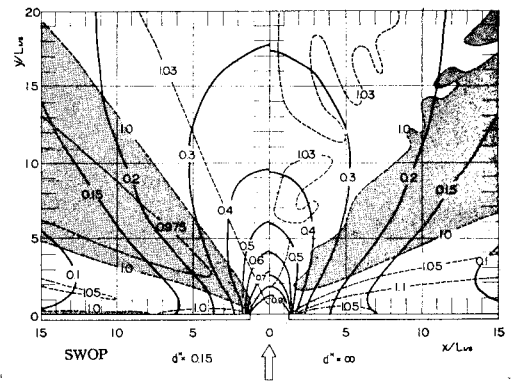


図-8 水深の影響 ($B^*=2.5$, [SWOP])

相対値としては高くなることに注意されたい。次に同じ開口幅で入射波向が 90° と 45° と異なる回折図の入射方向をそろえた点に注目すると、右半領域では両者の K_d の分布が合わない。左半領域では両者が約3波長以内の差に収まっている。 K_d の絶対値としては両入射方向で左半領域では 0.05 以内の誤差であり、開口幅が広いほどその差は少ない。右半領域においても防波堤の近くを除けば 0.1 程度の差で収まっている。したがってこれらの特性を考慮すれば、直角入射の回折図を斜め入射の場合に応用できる。なお 45° 入射の場合に開口幅を広げて直角入射のものと比較してみたが、よりよく似た回折図は得

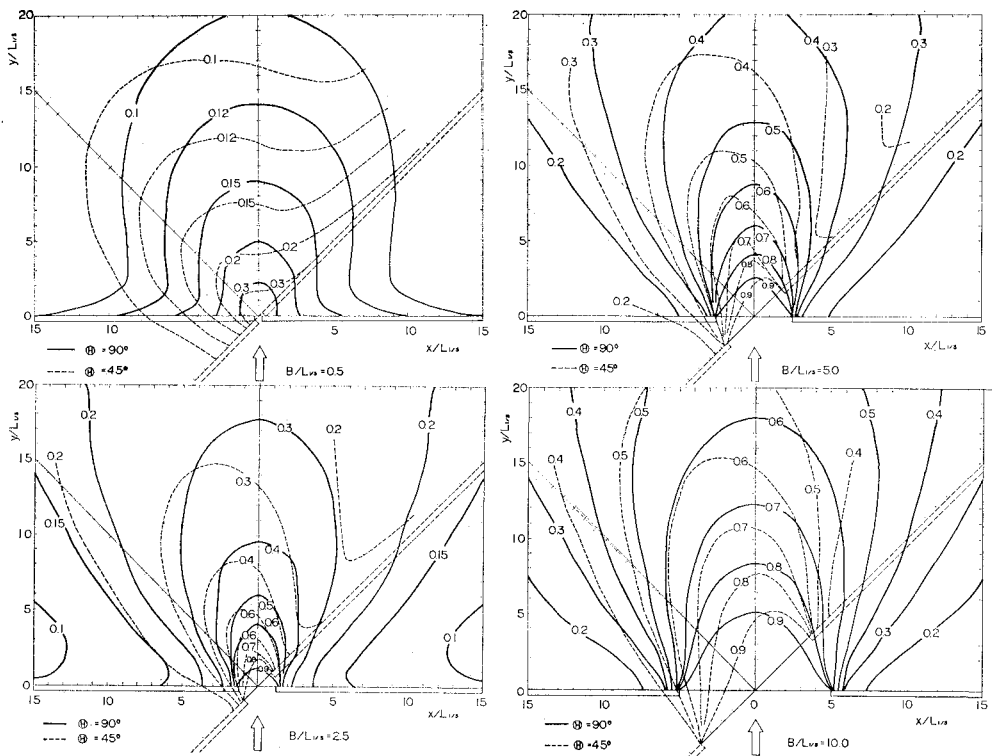
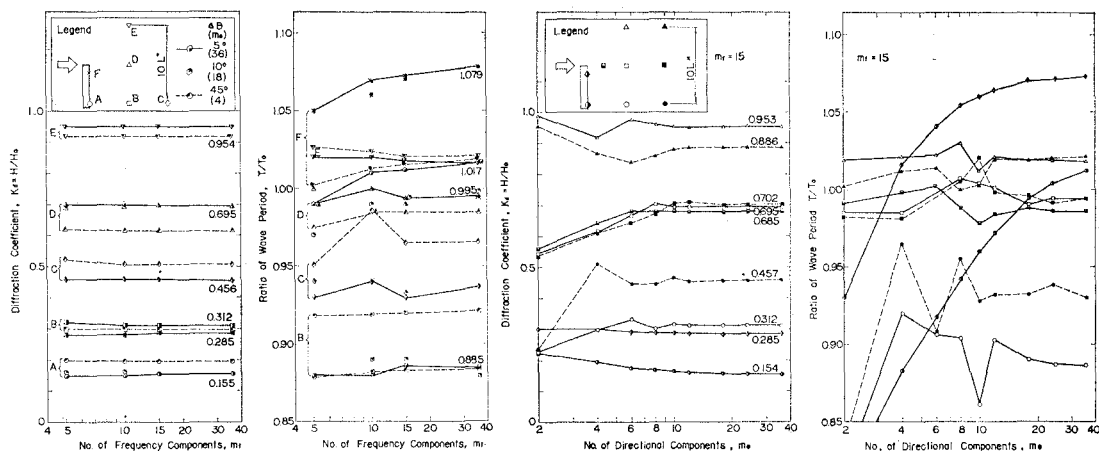


図-9 開口幅と入射波向の違いによる差 ([SWOP], $d^*=0.15$)



図—10 スペクトル分割数 m_f , m_θ と計算精度 ([SWOP], $d^*=0.15$)

られなかった。これは正弦波の回折図の特徴と相容れない不規則波の回折図の特性の一つである。

4. 計算精度と計算時間の短縮法の検討

以上の計算はスペクトルの分割数を $m_f=15$, $m_\theta=36$ ($\Delta\theta=5^\circ$) として行なったものである。終りにこれらの分割数で計算した結果の精度が十分であるか、分割数をもっと減らして計算所要時間を短縮できないか検討する。

図—10 は種々の m_f と、 $m_f=15$ のときの m_θ に対する半無限堤の回折係数 K_a および周期比 K_t を図中に示した各点で計算した結果である。当然 m_f , m_θ が大きいほどより正確な値になるはずである。まず m_f の影響をみると、各点の K_a は 5 以上の m_f に対してきわめて安定である。すなわち $m_f=15$ は波高に関する限り十分な精度を与えるものといえよう。もっとも周期は m_f を 15 よりもふやすと多少変わるが、その誤差は 1% 以内と考えられる。次に $m_f=15$ での m_θ に対しては、波高に注目すれば $m_\theta=36$ は十分すぎるほど正確かつ安定した値を与えることがわかる。周期に関しては、防波堤裏面 $x^*=5$ (半黒丸印) の点で、 m_θ を 36 からさらにふやすと周期もまだ増加する可能性がある以外、まず正確な値が得られている。以上の結果、本報告の計算は少なくとも $r^*<10$ の領域では十分正確であるといえる。

なお Mobarek 他の実験では、 $m_f=9$, $m_\theta=5$ を採用している。その結果、計算波高はかなり実験と合っていたが、周期の差が大きかった。この一因としては、上の解析からいって m_θ の値が小さすぎるものがあげられ、計算値の精度の方に問題があったと考えられる。

さて、計算所要時間を短縮するためには m_f , m_θ を減らすのが最も効果的である。もし波高だけに關心があれば (周期は高々 15% 程度しか変化しない)、図—10 により 5% 程度の相対誤差を許すとして、 $m_f=10$, $m_\theta=8$ ($\Delta\theta=22.5^\circ$) まで減らしうるといえよう。もし回折係数

の絶対値の偏差が 0.05 まで許されたとしたら、 $m_f=5$, $m_\theta=6$ ($\Delta\theta=30^\circ$) としても良いと考えられる。しかし、あえて周期の計算も 5% 以内の相対誤差を保つものとするれば、 $m_f=15$, $m_\theta=12$ が限度となろう。周期比の偏差を 0.05 と与えても同じである。

5. む す び

以上、不規則な海の波を Pierson・Moskowitz のスペクトルと各種方向関数で表わし、半無限防波堤および防波堤開口部による回折の計算を行なって得られた結論を以下にまとめておく。

(1) 半無限防波堤による不規則波と正弦波の回折係数には大きな差があり、不規則波の方が正弦波の場合よりも、回折係数の分布はなめらかであるが、約 2 倍の大きさの値となる領域がある。したがって正弦波の回折係数で不規則波の場合の値とするのは危険である。不規則波の周期は回折によっても高々 15% 程度の変化しか起こさない。方向関数の効果は、方向分布幅の広い方が大きな回折係数を与える。ほかの条件が同じであれば、ある地点の回折係数は水深にほとんど影響されない。なお、入射角が小さいときは、直接入射方向成分の扱い方によって回折図の様相がかなり変わってくる。

(2) 防波堤開口部における回折においても不規則波と正弦波の回折係数にはかなりの差があり、不規則波の方がその分布はなめらかであるが、大きさが正弦波の値の半分に落ちる領域がある。したがって正弦波の回折値で不規則波の場合に置き替えることはできない。周期比は高々 10% 程度の変化しかない。回折係数に対する方向関数の影響は比較的大きく、水深の影響は小さい。一方、入射方向の変化によって、不規則波の回折係数の分布はかなり異なってくるので、直角入射の場合の図面での波向の回折係数を推定するには十分注意する必要がある。

(3) 不規則波の回折計算の精度を検討した結果、回折係数に5%程度の相対誤差を許すならば、周波数分割数を $m_f=10$ 、方向分割数を $m_\theta=8$ に落して、計算所要時間を短縮できることがわかった。なお、計算範囲が10波長以上にわたり、本報告のスペクトル分割法によらない場合には改めて検討する必要がある。

最後に、本報告の作成に当って、当所波浪研究室合田良実室長から、数々の有益な助言を頂いたことに対し深く感謝申し上げます。また同研究室岸良安治技官には計算結果の整理等をお手伝い頂いたことに対し感謝致します。

参 考 文 献

- 1) 永井康平: 不規則な海の波の屈折および回折の計算, 港湾技研報告第11巻第2号, 1972, pp. 47~119.
- 2) Mobarek, I. E. and R. L. Wiegel: Diffraction of wind generated water waves, *Proc. 10th Conference on Coastal Engineering*, Vol. 1, Part 1, Chapt. 13, 1966, pp. 185~206.
- 3) 合田良実・永井康平・伊藤正彦: 名古屋港における波浪観測 第3報, 港湾技研資料 No. 120, 1971, 24 pp.
- 4) 合田良実・永井康平: 名古屋港内における波浪観測 第2報, 港湾技研資料 No. 61, 1968, 64 pp.
- 5) Bretschneider, C. L.: Significant waves and wave spectrum (Fundamentals of Ocean Engineering—Part 7), *Ocean Industry*, Feb. 1968, pp. 40~46.
- 6) Pierson, W. J., Jr. and L. Moskowitz: A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of S. A. Kitaigorodskii, *J. G. R.*, Vol. 69, No. 24, 1964, pp. 5181~5190.
- 7) Cote, L. J. et al.: The directional spectrum of a wind generated sea as determined from data obtained by the Stereo Wave Observation Project, *Meteorological Papers*, Vol. 2, No. 6, New York Univ., 1960, 88 pp.
- 8) 森平倫生・奥山育英: 海の波の回折計算法と回折図, 港湾技研資料 No. 21, 1966, 44 pp.
- 9) 高井俊郎: 防波堤開口部に斜めに入射する波の回折図, 港湾技研資料 No. 66, 1969, 42 pp.