

護岸に沿う走り波の研究

吉 澤 正*

1. 結 言

重複波を対象として護岸・海岸に対して波が斜めに入射する時は、それらの付近あるいは沿い流速を増大させたり、波による質量輸送により海浜流を起こしたりもする。このような護岸・海岸に沿う走り波によって生ずる海浜流などは、漂砂の問題や海岸構造物の設計に関連する海岸工学上・海洋物理学上重要な事柄である。

そこで本研究において、護岸に沿う走り波の水理現象を知ろうと、護岸に波（浅水表面波）が斜めに入射した場合、護岸前面においての同一面内に含まれない進行方向の異なる2つの波の干渉、すなわち斜め重複波により一般化し、護岸前面における反射率・波形・流速・質量輸送について、有限振幅波理論により解析するとともに実験も行ない、それらの相関関係・適合性・特性などについて研究したものである。

2. 有限振幅の浅水波に基づく理論解

単一周期の波について Skjelbreia によって求められた3次近似式を用い、護岸に対し斜めに波が入射する場合として考える。座標・入射角などを図-1のようにとると、有限振幅波が z 軸と α の角度をもって斜めに入射するときの入射波および反射波の速度ポテンシャル(ϕ_i , ϕ_r)・表面波形(η_i , η_r)は、それぞれ次式で与えられる。

$$\begin{aligned}\phi_i &= \phi_i^{(1)} + \phi_i^{(2)} + \phi_i^{(3)} \\ &= c/k \{ F_1 \cosh k(h+y) \cdot \sin k(x \sin \alpha - z \cos \alpha - c_0 t) \\ &\quad + 1/2 \cdot F_2 \cdot \cosh 2k(h+y) \cdot \sin 2k(x \sin \alpha - z \cos \alpha - c_0 t) \\ &\quad + 1/3 \cdot F_3 \cdot \cosh 3k(h+y) \cdot \sin 3k(x \sin \alpha - z \cos \alpha - c_0 t) \} \dots\dots\dots (1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\eta_i &= \eta_i^{(1)} + \eta_i^{(2)} + \eta_i^{(3)} \\ &= 1/2 \cdot k a_i^2 f_1(kh) + a_i \cos k(x \sin \alpha - z \cos \alpha - c_0 t) \\ &\quad + 1/2 \cdot a_i^3 k f_2(kh) \cos 2k(x \sin \alpha - z \cos \alpha - c_0 t) \\ &\quad + 1/4 \cdot a_i^3 k^2 f_3(kh) \cos 3k(x \sin \alpha - z \cos \alpha - c_0 t) \dots\dots\dots (2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\phi_r &= c/k \{ F_1' \cosh k(h+y) \cdot \sin k(x \sin \alpha + z \cos \alpha - c_0 t) \\ &\quad + 1/2 \cdot F_2' \cdot \cosh 2k(h+y) \cdot \sin 2k(x \sin \alpha + z \cos \alpha - c_0 t) \\ &\quad + 1/3 \cdot F_3' \cdot \cosh 3k(h+y) \cdot \sin 3k(x \sin \alpha + z \cos \alpha - c_0 t) \} \dots\dots\dots (3)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\eta_r &= 1/2 \cdot k a_r^2 f_1(kh) + a_r \cos k(x \sin \alpha + z \cos \alpha - c_0 t) \\ &\quad + 1/2 \cdot a_r^3 k f_2(kh) \cdot \cos 2k(x \sin \alpha + z \cos \alpha - c_0 t) \\ &\quad + 1/4 \cdot a_r^3 k^2 f_3(kh) \cdot \cos 3k(x \sin \alpha + z \cos \alpha - c_0 t) \dots\dots\dots (4)\end{aligned}$$

ただし、 a_i , a_r : 入射波および反射波の半波高, c_0 : 波速, L : 波長, $k=2\pi/L$

$$\begin{cases} F_1 = k a_i / \sinh kh, & F_2 = 3(k a_i)^3 / 4 \sinh^4 kh, \\ F_3 = 3(k a_i)^3 (11 - 2 \cosh 2kh) / 64 \sinh^7 kh, \\ H_i = 2a_i + a_i^3 k^2 f_3(kh) / 2, & a_r = a_i K_R \\ F_1' = k a_r / \sinh(kh), & F_2' = 3(k a_r)^3 / 4 \sinh^4 kh, \\ F_3' = 3(k a_r)^3 (11 - 2 \cosh 2kh) / 64 \sinh^7 kh, \\ c_0^2 = g/k \cdot \tanh kh [1 + (k a_i)^2 (\cosh 4kh + 8) / 8 \sinh^4 kh], \\ f_3(kh) = 3(8 \cosh^6 kh + 1) / 16 \sinh^6 kh \end{cases}$$

である。

したがって、合成波（斜め重複波と呼ぶこととする）の速度ポテンシャル・波形は、 $\phi = \phi_i + \phi_r$, $\eta = \eta_i + \eta_r$ で求められ、 x , z 軸に平行な断面の波形に対する波数をそれぞれ m および n と書き、また波の入射波または反射方向に沿って考えた断面の波形に対する波数を r と書くと、 r , m , n は次式で与えられる。

$$\begin{cases} r = k \\ m = k \sin \alpha \\ n = k \cos \alpha \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} r^2 = m^2 + n^2 \\ c = c_0 / \sin \alpha \end{array} \right. \quad K_R: \text{反射率}$$

そして、 ϕ , η は、

$$\begin{aligned}\phi &= c \sin \alpha / r \cdot [\cosh r(h+y) \{ (F_1 + F_1') \sin m(x-ct) \cdot \cos nz + (F_1' - F_1) \cos m(x-ct) \sin nz \} \\ &\quad + 1/2 \cdot \cosh 2r(h+y) \{ (F_2 + F_2') \sin 2m(x-ct) \cdot \cos 2nz + (F_2' - F_2) \cos 2m(x-ct) \sin 2nz \} \\ &\quad + 1/3 \cdot \cosh 3r(h+y) \{ (F_3 + F_3') \sin 3m(x-ct) \cdot \cos 3nz + (F_3' - F_3) \cos 3m(x-ct) \sin 3nz \}] \\ &\quad \dots\dots\dots (5)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\eta &= 1/2 \cdot (1 + K_R^2) a_i r f_1(rh) \\ &\quad + (1 + K_R) a_i \cos m(x-ct)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\cdot \cos nz + (1 - K_R) a_i \sin m(x - ct) \sin nz \\ &+ 1/2 \cdot a_i^2 r f_2(rh) \{ (1 + K_R)^2 \\ &\times \cos 2m(x - ct) \cos 2nz \\ &+ (1 - K_R^2) \sin 2m(x - ct) \sin 2nz \} \\ &+ 1/4 \cdot a_i^3 r^2 f_3(rh) \{ (1 + K_R)^3 \cos 3m \\ &\times (x - ct) \cos 3nz \\ &+ (1 - K_R^3) \sin 3m(x - ct) \sin 3nz \} \dots (6) \end{aligned}$$

のように表わされる。次に各軸方向流速成分 u, v, w は、

$$\begin{aligned} u &= \partial \phi / \partial x = c \sin^2 \alpha [\cosh r(h + y) \{ (F_1 + F_1') \\ &\cdot \cos m(x - ct) \cos nz - (F_1' - F_1) \sin m(x - ct) \\ &\cdot \sin nz \} + \cosh 2r(h + y) \{ (F_2 + F_2') \cos 2m \\ &\times (x - ct) \cdot \cos 2nz - (F_2' - F_2) \sin 2m(x - ct) \\ &\cdot \sin 2nz \} + \cosh 3r(h + y) \{ (F_3 + F_3') \\ &\cdot \cos 3m(x - ct) \cos 3nz - (F_3' - F_3) \sin 3m \\ &\times (x - ct) \sin 3nz \}] \\ v &= \partial \phi / \partial y = c \sin \alpha [\sinh r(h + y) \{ (F_1 + F_1') \\ &\cdot \sin m(x - ct) \cos nz + (F_1' - F_1) \cos m \\ &(x - ct) \sin nz \} + \sinh 2r(h + y) \\ &\times \{ (F_2 + F_2') \sinh 2m(x - ct) \cos 2nz \\ &+ (F_2' - F_2) \cos 2m(x - ct) \sin 2nz \} \\ &+ \sinh 3r(h + y) \\ &\times \{ (F_3 + F_3') \sinh 3m(x - ct) \cos 3uz \\ &+ (F_3' - F_3) \cos 3m(x - ct) \sin 3nz \}] \\ w &= \partial \phi / \partial z = -c \sin \alpha \cosh r(h + y) \{ (F_1 + F_1') \\ &\cdot \sin m(x - ct) \sin nz \\ &- (F_1' - F_1) \cos m(x - ct) \cos nz \} \\ &+ \cosh 2r(h + y) \\ &\times \{ (F_2 + F_2') \sin 2m(x - ct) \sin 2nz \\ &- (F_2' - F_2) \cos 2m(x - ct) \cos 2nz \} \\ &+ \cosh 3r(h + y) \\ &\times \{ (F_3 + F_3') \sin 3m(x - ct) \sin 3nz \\ &- (F_3' - F_3) \cos 3m(x - ct) \cos 3nz \} \dots (7) \end{aligned}$$

質量輸送については、一般に流体内のある領域における波形流による運動量と一様な流れによる運動量との差は進行波による運動量に等しく、その進行波の流線 $\phi = ch$ に沿う水分子の前進速度の1波長間の平均値 $\bar{U}$ は式(8)で表わされ、この流速は表面で最大で、水底で最小 $\bar{U}_h$ であり式(9)で表わされる¹⁾。

$$\bar{U} = ck^2 H^2 \cosh 2k(h - h') / 8 \sinh^2 kh \dots (8)$$

$$\bar{U}_h = ck^2 H^2 (\coth^2 kh - 1) / 8 \dots (9)$$

また、この波による水の漂いの一波長間の水深全体についての平均速度 U_m は、

$$U_m = k^2 H^2 c \coth kh / 8 kh \dots (10)$$

である¹⁾。そこで斜め重複波による護岸沿いに発生する流れの平均流速を導く。護岸から z だけ離れた点の波の諸元は、入射波の諸元にそれぞれ添字 0 をつけると次の

ごとくなる。

$$\left\{ \begin{aligned} \text{波高: } H &= H_0 \sqrt{(1 + K_R)^2 + 2K_R \cos 2nz} \\ &\dots\dots\dots \text{微小振幅波} \\ \text{波長: } L &= 2\pi / k_0 \sin \alpha = L_0 / \sin \alpha \\ &\text{or } k = k_0 \sin \alpha = m \\ \text{周期: } T &= 2\pi / \sigma = T_0 \\ \text{波速: } c &= \sigma \operatorname{cosec} \alpha / k_0 = c_0 / \sin \alpha \end{aligned} \right.$$

これを式(10)に代入し、 x 軸に平行な流れの一波長間の平均質量輸送速度 U_{mx} は、

$$U_{mx} = \frac{k_0^2 c_0 \sin \alpha \coth(k_0 h \sin \alpha)}{8 k_0 h} \cdot H_0^2 \{ (1 + K_R)^2 + 2K_R \cos 2nz \} \dots (11)$$

となり、この波は z 軸方向にも波打つので次に z 軸方向の平均をとれば平均流速 U_{mzx} は、

$$U_{mzx} = \frac{k_0^2 \{ H_0^2 (1 - K_R) \}^2 c_0 \sin \alpha + 2k_0^2 H_0^2 K_R c_0 \coth(k_0 h \sin \alpha)}{8 k_0 h} \dots (12)$$

となる。また、水底における流れのそれら平均流速 U'_{mx}, U'_{mzx} は同様にして、

$$U'_{mx} = k_0^2 c_0 \sin \alpha \{ H_0^2 (1 + K_R^2) + 2H_0 K_R \cos(2k_0 z \cos \alpha) \} \{ \coth^2(k_0 h \sin \alpha) - 1 \} / 8 \dots (13)$$

$$U'_{mzx} = k_0^2 c_0 \sin \alpha \{ H_0^2 (1 + K_R^2) \} \{ \coth^2(k_0 h \sin \alpha) - 1 \} / 8 \dots (14)$$

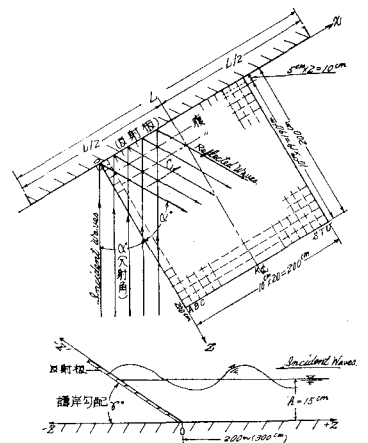
となる。

3. 実験研究について

(1) 実験装置および実験方法

本実験は、幅 7 m × 長さ 11 m、深さ 0.6 m の平面水槽において Flap-Type 造波機により水深 $h = 15$ cm とし浅水面波 ($T_0 = 0.94$ sec, $c_0 = 108.9$ cm/sec, $L_0 = 102.3$ cm, $H_0 = 5.6$ cm) を造波させ、反射率・波形・水底における各軸方向流速および質量輸送速度に関する測定を行った。

測定範囲、座標、入射角 α° 、護岸勾配 γ° 、反射板の配置については図—1 のごとくであり、実験ケースは $\alpha = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, (75^\circ), \gamma = 20^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$ の組み合わせ数である。反射率の測定お



図—1 Test Arrangement

よび各軸方向波高分布は温度補正付電気抵抗線式波高計により、水底における各軸方向正負流速分布は正逆流速計（＝一波長あたりの平均流速測定）により、各軸方向 5～10 cm 間隔にて必要最小限と思われる範囲内について測定を行なった。次に、水底における斜め重複波の進行方向（ x 軸）への質量輸送については、水底において z 軸と平行の方向に反射板前面より 200 cm の長さに染料（過マンガン酸カリウム）を配置し、造波させ斜め重複波形成開始（0 sec）から一定間隔（5 sec）でその染料の移動状況を写真にとり、その写真を各ケースごとに移動状況を 1 枚の紙にまとめる方法を用いた。

(2) 実験結果および考察

a) 反射率と入射角および護岸勾配との関係は 図-2 のごとくである。

b) 波形に関して

① 護岸勾配を一定として、入射角と z 軸に平行な断面の波長との関係を Z/L_0 をもって表わした結果(図-3) 一般にいわれている $L_z = L_0 / \cos \alpha$ の関係が反射率が極度に小さい場合でない限りにおいて立証された。

② 入射角を一定として、護岸勾配と Z 軸に平行な断面の波長との関係を Z/L_0 をもって表わした結果(図-4)、護岸勾配が $\gamma = 90^\circ$ から減少するに従って各腹節の位置もそれに比例して、ある規則性をもって Z/L_0 の小さい方に移動すること、そしてその移動状況は入射角 $\alpha = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ においてほぼ同じであるが、 $\alpha = 60^\circ$ においては大部異なった結果（直線の変化）を示すことが確かめられた。

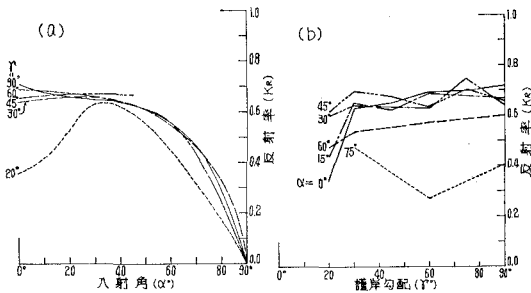


図-2

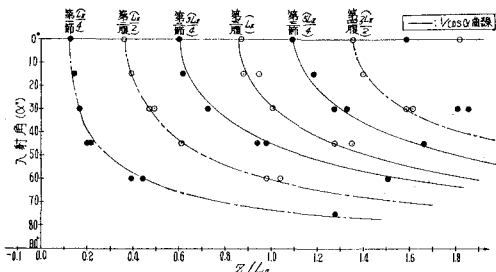


図-3 α と Z 軸に平行な断面の波長との関係（一例： $\gamma = 60^\circ$ ）

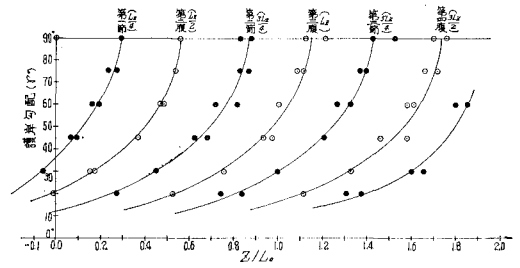


図-4 γ と Z 軸に平行な断面の波長との関係（一例： $\alpha = 30^\circ$ ）

c) 流速については、一波長間の正負各軸方向流速（ $\pm u, \pm w$ ）を測った結果 $|+u| = |-u|, |+w| = |-w|$ であったので、正負流速の絶対値の平均値でなおかつその最大流速を $|u_{\max}|, |w_{\max}|$ とし、これをもって次のことが検討された。

① $\gamma = \text{const.}$ $\alpha - |u_{\max}|/C_0, |w_{\max}|/C_0$ の関係を図-5 に示してある。この図より γ に関係なく $\alpha = 45^\circ$ において両軸方向流速は等しく、 $|u_{\max}|$ は α の増大ともない $\alpha = 55^\circ \sim 60^\circ$ までほぼ直線的に増加し、それから逆に K_R の減少と関連して減少し、 $\alpha = 90^\circ$ で進行波の流速となる。一方 $|w_{\max}|$ は、 $\alpha = 90^\circ$ のとき 0 であり、これから $\alpha = 30^\circ$ までほぼ直線的に、 $\alpha = 30^\circ \sim 0^\circ$ まではやや直線をなして増加している。

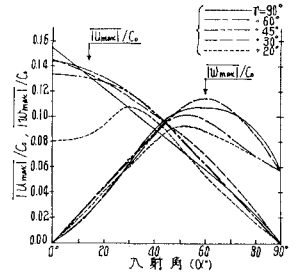


図-5 $\alpha - |u_{\max}|/C_0, |w_{\max}|/C_0$

② $\alpha = \text{const.}$ $\gamma - |u_{\max}|/C_0, |w_{\max}|/C_0$ の関係を図-6 に示してある。この図より、 γ が $0^\circ \sim 90^\circ$ まで増大するに従って $|u_{\max}|$ は $0^\circ < \alpha < 30^\circ$ において減少あるいは進行波の流速より遅くなり、 $30^\circ < \alpha < 90^\circ$ において α が大きくなるほど速くなる傾向がある。一方 $|w_{\max}|$ は $0^\circ \leq \alpha < 60^\circ$ において α が小さくなるほど速くなり、 $60^\circ < \alpha < 90^\circ$ においては減少あるいは進行波の流速より遅くなる傾向がある。

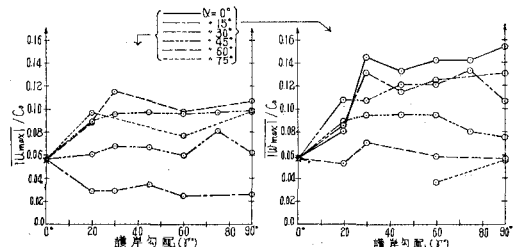


図-6 $\gamma - |u_{\max}|/C_0, |w_{\max}|/C_0$

d) 質量輸送については、質量の移動状況図より $nL_x/2$ ($n=0, 1, 2, \dots$) において最も大きい輸送を呈することが判明した。その図より最大質量輸送速度($M_{\max}$)を求め、そして $M_{\max}/C_0$ と α および γ との関係を表わしたのが 図-7, 8 である。これらより、次の事柄が判断される。

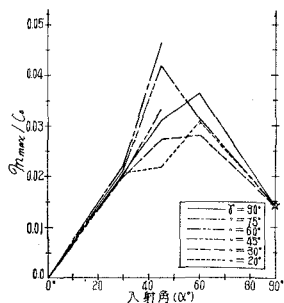


図-7 $\gamma - M_{\max}/C_0$

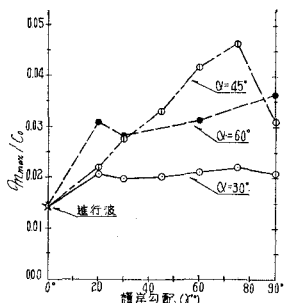


図-8 $\alpha - M_{\max}/C_0$

① $\alpha = \text{const}$, $\gamma - M_{\max}/C_0$ の関係 (図-7) より、進行波の質量輸送速度より γ が大きくなるにしたがって速くなること、 $\alpha = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ において判断される。そして α によりその速さの増す割合が異なり、 $\alpha = 45^\circ > 60^\circ > 30^\circ$ の順となっている。

② $\gamma = \text{const}$, $\gamma - M_{\max}/C_0$ の関係 (図-8) より、 $\alpha = 0^\circ$ において $M_{\max}/C_0 = 0$ から $\alpha = 45^\circ \sim 60^\circ$ において最大値を示すまで増大し、 $\alpha = 60^\circ \sim 90^\circ$ (進行波) になるまで減少する。そしてこの変化は γ によって異なる。

e) 最後に各実験結果の相関関係として

① α と K_R , $|u_{\max}|$, $M_{\max}$ との相関関係については、 $\alpha = 60^\circ$ 前後において $K_R \approx 0.5$ となり、 $\alpha > 60^\circ$ となると K_R も $|u_{\max}|$ も $M_{\max}$ も低下する。また $|u_{\max}| \approx 3M_{\max}$ の関係のもとに、 α の増加にともなう両速度の増減は同じ変化を示し、 $\alpha = 45^\circ \sim 60^\circ$ においてともに最大値となる。

② γ と K_R , $|u_{\max}|$, $M_{\max}$ との相関関係については、 K_R の大きさにより $|u_{\max}|$ および $M_{\max}$ は変わり、 $K_R = 1.0$ より低下するにしたがい両速度は遅くなる。また $|u_{\max}| \approx 3M_{\max}$ の関係のもとに γ の変化にと

もなう両速度の増減は似た変化を呈し、 $\alpha = 30^\circ$ のあたりで両速度とも進行波のそれらの値で γ の小さいかにかかわらずほぼ一定値を示す。……………などがあげられる。

4. 結 語

(1) 式 (7) より水底における各軸方向流速成分を求め、実験結果 (図-5) に対応する各軸方向正負平均最大流速 $|U_{\max}|$, $|W_{\max}|$ は次式で示される。

$$\begin{cases} |U_{\max}| = \frac{1}{\pi} \cdot \sin \alpha \cdot c_0 \left\{ \frac{kH_0}{\sinh kh} (1 + K_R) - \frac{k^3(11 - 2 \cosh 2kh)}{256 \sinh^7 kh} \cdot H_0^3(1 + K_R^3) \right\} \\ |W_{\max}| = \frac{1}{\pi} \cdot \cos \alpha \cdot c_0 \left\{ \frac{kH_0}{\sinh kh} (1 + K_R) - \frac{k^3(11 - 2 \cosh 2kh)}{256 \sinh^7 kh} \cdot H_0^3(1 + K_R^3) \right\} \end{cases} \quad (15)$$

式 (15) を用いて本実験に対応する $\alpha - |U_{\max}|/C_0$, $|W_{\max}|/C_0$ の関係を示したものが 図-9 である。この図により実験時の反射率を考慮して、実験結果 (図-5) との適合性を検討してみたところ、曲線変化の相似性はみられるが一致はせず実験値の方が小さい値を示す。これは本実験に用いた流速計の精度の点に問題点の一部あったことが考えられる。

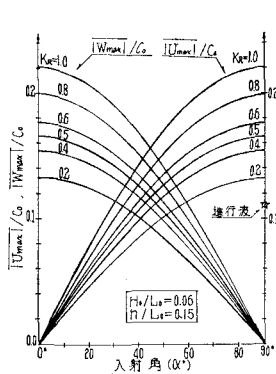


図-9 $\alpha - |U_{\max}|/C_0$, $|W_{\max}|/C_0$ (理論式より)

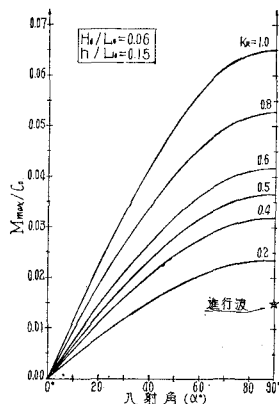


図-10 $\alpha - M_{\max}/C_0$ (理論式より)

(2) 斜め重複波での水底における x 軸に平行な流れの一波長間の平均質量輸送速度は式 (13) で与えられた。ここで本実験結果として示した 図-8 に対応する式を導くと、式 (13) において $\cos 2n\pi = 1$ のとき U'_{mx} は最大値を示すことより、

$$\begin{aligned} M_{\max} &= U'_{mx} \\ &= k_0^2 c_0 \sin \alpha H_0^2 (1 + K_R)^2 / 8 \sinh^2 mh \end{aligned} \quad (18)$$

となる。しかしこの式によると $\alpha = 0$ に近づくと $M_{\max}$

は ∞ となり本実験とはまったく一致しなくなる。そこで式 (18) において $\sinh^2 mh$ を $\sinh^2 rh$ とした場合、本実験条件に対応する $\alpha - M_{\max}/C_0$ は 図-10 のごとくなり、この図により実験時の反射率を考慮して実験結果 (図-8) との適合性を検討してみたところ、この式によった方が一致することがうかがわれた。

(3) 同一入射角において

$$\frac{|U_{\max}|}{M_{\max}} = \frac{4}{\pi^2} \cdot \frac{L_0}{H_0(1+K_R)} \sinh k_0 h + \frac{(11-2 \cosh 2k_0 h)}{16 \sinh^4 k_0 h} \cdot \frac{H_0}{L_0} \frac{(1+K_R^3)}{(1+K_R)^2}$$

の関係が成り立つ。

なお、本論文の研究、草稿にあたってご指導を賜りました東洋大学工学部の本間仁教授、荻原国宏助教授に深く感謝し、また同大学を卒業された吉牟礼君、菊地君、一字君の協力に謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 本間仁・安芸校一編：物部水理学，岩波書店
- 2) 佐藤清一：漂砂に関する研究 (4) —浅水表面波について—
- 3) 佐藤清一・岸 力：苫小牧港模型実験—主として防波堤によって生ずる流れについて—