

温度密度流による拡散の数値解法

堀口孝男*・平出友信**・川上善久***

1. ま え が き

この計算は、工場地帯の排水口から排出した温度の高い汚染水が、密度流として二層流を形成しながら運動し、臨海工業地帯の水路から外海に流出して、外海の強い乱れで二層流が崩壊するという前提を置いて行なったものである。実際に対象とした海域は、洞海湾から関門海峡にわたる区域で、閉塞された洞海湾と流速の大きい関門海峡という水理特性に対応している。

密度ならびに温度の躍層は、洞海湾においてしばしばみられる現象である。この計算では二層流が形成されながら進行するモデルを設定し、上層の汚染水は躍層に妨げられて直接に下層へは混入せず、一度外海にでて、さらに潮せきの繰返しにより、下層へ汚染水が進入するという方式をとっている。したがってこの場合には、外海に相当する関門海峡の海水と洞海湾の下層の海水は、同一のものとしてとりあつたっている。

2. 密度が変化する二層流の方程式

上層の suffix を (1) とするとき、基本となる運動方程式と連続の式は次のとおりである。

$$\frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial t} + u_1 \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial x} + v_1 \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial y} = -\frac{\partial p_1}{\partial x} + \frac{\partial \tau_1}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial(\rho_1 v_1)}{\partial t} + u_1 \frac{\partial(\rho_1 v_1)}{\partial x} + v_1 \frac{\partial(\rho_1 v_1)}{\partial y} = -\rho_1 g - \frac{\partial p_1}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_1 v_1)}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで x 軸は表面に水平にとり、鉛直上方を y 軸の正方向とする。表面の水位を ζ 、上層と下層との境界面を h_1 、水路の底面を h_2 で表わす。 x 軸方向の流速を u_1 、 y 軸方向の流速は v_1 である。

式 (2) において、加速度項、慣性項を無視すると

$$p_1 = \rho_1 g(\zeta - y) \quad \dots\dots\dots (4)$$

式 (4) を式 (1) に代入し、 h_1 から ζ まで積分すると

$$\int_{h_1}^{\zeta} \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial t} dy + \int_{h_1}^{\zeta} u_1 \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial x} dy + \int_{h_1}^{\zeta} v_1 \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial y} dy$$

$$= \int_{h_1}^{\zeta} \left\{ -g(\zeta - y) \frac{\partial \rho_1}{\partial x} - \rho_1 g \frac{\partial \zeta}{\partial x} + \frac{\partial \tau_1}{\partial y} \right\} dy \quad \dots\dots\dots (5)$$

式 (5) の左辺第 1 項は

$$\int_{h_1}^{\zeta} \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial t} dy = \frac{\partial}{\partial t} \int_{h_1}^{\zeta} \rho_1 u_1 dy - [\rho_1 u_1]_{\zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial t} + [\rho_1 u_1]_{h_1} \frac{\partial h_1}{\partial t} \quad \dots\dots\dots (6)$$

左辺第 3 項は部分積分法により

$$\int_{h_1}^{\zeta} v_1 \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial y} dy = [v_1 \rho_1 u_1]_{\zeta} - [v_1 \rho_1 u_1]_{h_1} - \int_{h_1}^{\zeta} \rho_1 u_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} dy \quad \dots\dots\dots (7)$$

いま式 (3) に u_1 を乗じて、 y 方向に同様な積分を行なえば、

$$\int_{h_1}^{\zeta} u_1 \frac{\partial \rho_1}{\partial t} dy + \int_{h_1}^{\zeta} u_1 \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial x} dy + \int_{h_1}^{\zeta} u_1 \frac{\partial(\rho_1 v_1)}{\partial y} dy = 0$$

これより

$$-\int_{h_1}^{\zeta} \rho_1 u_1 \frac{\partial v_1}{\partial y} dy = \int_{h_1}^{\zeta} u_1 \frac{\partial \rho_1}{\partial t} dy + \int_{h_1}^{\zeta} u_1 \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial x} dy \quad \dots\dots\dots (8)$$

式 (8) を式 (7) に代入すれば、 $\frac{\partial \rho_1}{\partial y} = 0$ であるから

$$\int_{h_1}^{\zeta} v_1 \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial y} dy = [\rho_1 u_1 v_1]_{\zeta} - [\rho_1 u_1 v_1]_{h_1} + \int_{h_1}^{\zeta} u_1 \frac{\partial \rho_1}{\partial t} dy + \int_{h_1}^{\zeta} u_1 \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial x} dy \quad \dots\dots\dots (9)$$

式 (6)、式 (9) を用いれば

$$\begin{aligned} \text{式 (5) の左辺} &= \frac{\partial}{\partial t} \int_{h_1}^{\zeta} \rho_1 u_1 dy - [\rho_1 u_1]_{\zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial t} \\ &\quad + [\rho_1 u_1]_{h_1} \frac{\partial h_1}{\partial t} + 2 \int_{h_1}^{\zeta} u_1 \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial x} dy \\ &\quad + [\rho_1 u_1 v_1]_{\zeta} - [\rho_1 u_1 v_1]_{h_1} \\ &\quad + \int_{h_1}^{\zeta} u_1 \frac{\partial \rho_1}{\partial t} dy \quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

ここで次の関係を利用する。

$$2u_1 \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial x} = u_1^2 \frac{\partial \rho_1}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_1 u_1^2)}{\partial x} \quad \Bigg|$$

* 正会員 運輸省港湾局防災課長

** 正会員 運輸省第二港湾建設局

*** 正会員 運輸省第四港湾建設局

$$\left. \begin{aligned} \int_{h_1}^{\zeta} \frac{\partial(\rho_1 u_1^2)}{\partial x} dy &= \frac{\partial}{\partial x} \int_{h_1}^{\zeta} \rho_1 u_1^2 dy - [\rho_1 u_1^2]_{\zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial x} \\ &\quad + [\rho_1 u_1^2]_{h_1} \frac{\partial h_1}{\partial x} \\ [\rho_1 u_1 v_1]_{\zeta} &= [\rho_1 u_1]_{\zeta} \left[\frac{\partial \zeta}{\partial t} + (u_1)_{\zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right] \\ [\rho_1 u_1 v_1]_{h_1} &= [\rho_1 u_1]_{h_1} \left[\frac{\partial h_1}{\partial t} + (u_1)_{h_1} \frac{\partial h_1}{\partial x} \right] \\ &\dots\dots\dots (11) \end{aligned} \right\}$$

式 (11) の結果を式 (10) に適用すれば,

$$\text{式 (5) の左辺} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{h_1}^{\zeta} \rho_1 u_1 dy + \frac{\partial}{\partial x} \int_{h_1}^{\zeta} \rho_1 u_1^2 dy + \int_{h_1}^{\zeta} u_1 \left\{ \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial \rho_1}{\partial x} \right\} dy \quad (12)$$

再び式 (3) を用いて

$$\text{式 (5) の左辺} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{h_1}^{\zeta} \rho_1 u_1 dy + \frac{\partial}{\partial x} \int_{h_1}^{\zeta} \rho_1 u_1^2 dy - \int_{h_1}^{\zeta} \rho_1 u_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} \right) dy \quad (13)$$

u_1, v_1 の y 方向の平均値を $\bar{u}_1, \bar{v}_1$ と表わせば,

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \bar{u}_1 + u_1' & \int u_1' dy &= 0 \\ v_1 &= \bar{v}_1 + v_1' & \int v_1' dy &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

$\rho_1 = \bar{\rho}_1$ とする。

ここで, u_1', v_1' は $\bar{u}_1, \bar{v}_1$ に比して一次オーダーの高い微小項とみなされる。また潮せき運動においては, $\bar{v}_1$ は $\bar{u}_1$ より一次オーダーの高い微小項である。これらを前提として, 式 (13) の order estimation を行なう。この場合, 一次の微小項までをとり, 二次以上の微小項は省略する。

$$\begin{aligned} \int_{h_1}^{\zeta} \rho_1 u_1 dy &\rightarrow \int_{h_1}^{\zeta} \bar{\rho}_1 \bar{u}_1 dy = \bar{\rho}_1 \bar{u}_1 (\zeta - h_1) \\ \int_{h_1}^{\zeta} \rho_1 u_1^2 dy &\rightarrow \int_{h_1}^{\zeta} \bar{\rho}_1 \bar{u}_1^2 dy = \bar{\rho}_1 \bar{u}_1^2 (\zeta - h_1) \\ \int_{h_1}^{\zeta} \rho_1 u_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} \right) dy &\rightarrow \int_{h_1}^{\zeta} \bar{\rho}_1 \bar{u}_1 \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x} dy \\ &= \bar{\rho}_1 \bar{u}_1 \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x} (\zeta - h_1) \end{aligned}$$

以上の結果を参照すれば, 式 (13) は次のようになる。

$$\begin{aligned} \text{式 (5) の左辺} &= \frac{\partial}{\partial t} \{ \bar{\rho}_1 \bar{u}_1 (\zeta - h_1) \} \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial x} \{ \bar{\rho}_1 \bar{u}_1^2 (\zeta - h_1) \} \\ &\quad - \bar{\rho}_1 \bar{u}_1 \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x} (\zeta - h_1) \quad \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

式 (5) の右辺に関しても式 (14) を考慮して, 同様な order estimation をほどせば,

$$\begin{aligned} \text{式 (5) の右辺} &= -g \frac{(\zeta - h_1)^2}{2} \frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial x} - \bar{\rho}_1 g (\zeta - h_1) \frac{\partial \zeta}{\partial x} \\ &\quad - \bar{\rho}_1 f_1 |\bar{u}_1 - \bar{u}_2| (u_1 - u_2) \dots\dots (16) \end{aligned}$$

ここで $(\tau_1)_{h_1} = \bar{\rho}_1 f_1 |\bar{u}_1 - \bar{u}_2| (\bar{u}_1 - \bar{u}_2)$

式 (15), 式 (16) から上層の運動方程式が求められる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{b} \frac{\partial M}{\partial t} &= - \left\{ \bar{u}_1^2 (\zeta - h_1) + \frac{g}{2} (\zeta - h_1)^2 \right\} \frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial x} \\ &\quad - \bar{\rho}_1 \bar{u}_1 \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x} (\zeta - h_1) - \bar{\rho}_1 g \frac{\partial \zeta}{\partial x} (\zeta - h_1) \\ &\quad - \bar{\rho}_1 \bar{u}_1^2 \frac{\partial}{\partial x} (\zeta - h_1) - \bar{\rho}_1 f_1 |\bar{u}_1 - \bar{u}_2| (\bar{u}_1 - \bar{u}_2) \\ &\dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

ここで $M = b \bar{\rho}_1 \bar{u}_1 (\zeta - h_1)$

b : 幅員

上層の連続方程式は幅員 b の変化を考慮して

$$b \frac{\partial}{\partial t} \{ \bar{\rho}_1 (\zeta - h_1) \} + \frac{\partial M}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (18)$$

下層の運動方程式は次の基本式から出発する。下層の suffix を (2) とするとき,

$$\frac{\partial(\rho_2 u_2)}{\partial t} + u_2 \frac{\partial(\rho_2 u_2)}{\partial x} + v_2 \frac{\partial(\rho_2 u_2)}{\partial y} = - \frac{\partial p_2}{\partial x} + \frac{\partial \tau_2}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$\frac{\partial(\rho_2 v_2)}{\partial t} + u_2 \frac{\partial(\rho_2 v_2)}{\partial x} + v_2 \frac{\partial(\rho_2 v_2)}{\partial y} = - \rho_2 g - \frac{\partial p_2}{\partial y} \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_2 u_2)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_2 v_2)}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (21)$$

式 (20) において, 上層と同様に v_2 の加速度項, 慣性項を無視すると

$$p_2 = \rho_1 g (\zeta - h_1) + \rho_2 g (h_1 - y) \quad \dots\dots\dots (22)$$

式 (22) を式 (19) へ代入して, 上層の場合と同様な操作を行なえば, 運動方程式は次のように表わされる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{b} \frac{\partial N}{\partial t} &= - \left\{ \bar{u}_2^2 (h_1 - h_2) + \frac{g}{2} (h_1 - h_2)^2 \right\} \frac{\partial \bar{\rho}_2}{\partial x} \\ &\quad - g (\zeta - h_1) \frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial x} (h_1 - h_2) \\ &\quad - \bar{\rho}_2 \bar{u}_2 \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x} (h_1 - h_2) - \bar{\rho}_1 g \frac{\partial \zeta}{\partial x} (h_1 - h_2) \\ &\quad - (\bar{\rho}_2 - \bar{\rho}_1) (h_1 - h_2) g \frac{\partial h_1}{\partial x} \\ &\quad - \bar{\rho}_2 \bar{u}_2^2 \frac{\partial}{\partial x} (h_1 - h_2) + \bar{\rho}_1 f_1 |\bar{u}_1 - \bar{u}_2| (\bar{u}_1 - \bar{u}_2) \\ &\quad - \bar{\rho}_2 f_2 |\bar{u}_2| \bar{u}_2 \quad \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

ここで, $N = b \cdot \bar{\rho}_2 \cdot \bar{u}_2 (h_1 - h_2)$

$(\tau_2)_{h_1} = \bar{\rho}_1 f_1 |\bar{u}_1 - \bar{u}_2| (\bar{u}_1 - \bar{u}_2)$

$(\tau_2)_{h_2} = \bar{\rho}_2 f_2 |\bar{u}_2| \bar{u}_2$

連続の方程式は

$$b \frac{\partial}{\partial t} \{ \bar{\rho}_2 (h_1 - h_2) \} + \frac{\partial N}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (24)$$

上層の温水が, 上層内の拡散と表面からの放熱によって冷却される過程は, 温度拡散の式として次のようになる。

$$\frac{\partial T}{\partial x} = -\bar{u}_1 \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{1}{\bar{\rho}_1 b(\zeta - h_1) \cdot c} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ b(\zeta - h_1) K \frac{\partial T}{\partial x} \right\} + \frac{Q_0}{\bar{\rho}_1(\zeta - h_1) \cdot c} \dots\dots\dots (25)$$

K: 拡散係数

T: 水温

c: 上層水の比熱

Q_0 : 表面における単位時間、単位面積あたりの交換熱量

いま水温と密度との間に、次のような一次関係を設定する。

$$\rho_1 = \rho_0 - \alpha(T - T_0) \quad (\rho_0, T_0 \text{ は定数}) \dots\dots\dots (26)$$

このとき式 (25) は次のようになる。

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} = -\bar{u}_1 \frac{\partial \rho_1}{\partial x} + \frac{1}{\bar{\rho}_1 b(\zeta - h_1) \cdot c} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ b(\zeta - h_1) K \frac{\partial \rho_1}{\partial x} \right\} - \frac{\alpha Q_0}{\bar{\rho}_1(\zeta - h_1) \cdot c} \dots\dots\dots (27)$$

式 (27) は上層の温度変化を密度変化に転換したもので、上層の密度はこの式から決定される。

二層流が進行してくる以前の状態は、 ζ から h_2 まで密度が同一の一層として表わせばよい。すなわち、

$$\frac{1}{b} \frac{\partial L}{\partial t} = -\{\bar{u}^2 + g(\zeta - h_2)\} \frac{\partial \zeta}{\partial x} - 2\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{u}^2 \frac{\partial h_2}{\partial x} - f|\bar{u}|\bar{u} \dots\dots\dots (28)$$

$$b \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial L}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots (29)$$

ここで $L = b\bar{u}(\zeta - h_2)$

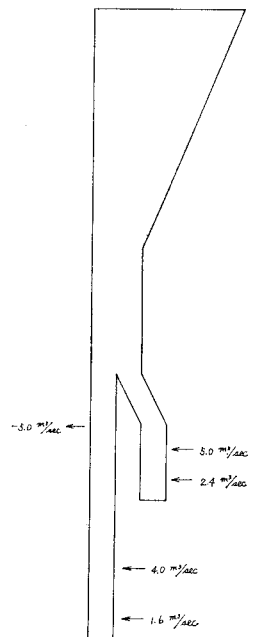
下層流の熱拡散を省略するときは、式 (23), (24) における $\bar{\rho}_2$ の変化は無視することができる。二層流が進行するまえの一層の状態のときの密度を ρ とする。二層流が形成されても下層の密度は変化せず、 $\bar{\rho}_2 = \rho$ と表わして一定のものとすれば、式 (23), (24) は次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{b} \frac{\partial N}{\partial t} = & -g(\zeta - h_1)(h_1 - h_2) \frac{\partial \rho_1}{\partial x} \\ & -\rho \bar{u}_2(h_1 - h_2) \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x} - \bar{\rho}_1 g(h_1 - h_2) \frac{\partial \zeta}{\partial x} \\ & -(\rho - \bar{\rho}_1)g(h_1 - h_2) \frac{\partial h_1}{\partial x} \\ & -\rho \bar{u}_2^2 \frac{\partial}{\partial x} (h_1 - h_2) + \bar{\rho}_1 f_1 |\bar{u}_1 - \bar{u}_2| (\bar{u}_1 - \bar{u}_2) \\ & -\rho f_2 |\bar{u}_2| \bar{u}_2 \dots\dots\dots (30) \end{aligned}$$

$$b \frac{\partial h_1}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \{ b\bar{u}_2(h_1 - h_2) \} \dots\dots\dots (31)$$

以上述べたところにより、二層流が形成されている区域は式 (17), (18) ならびに式 (30), (31) の各式を用

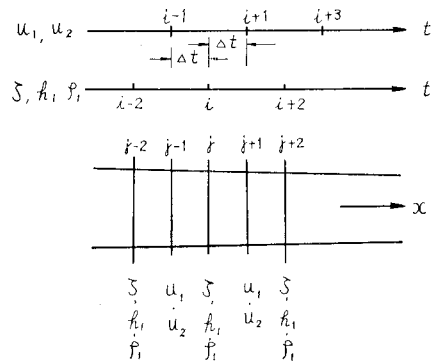
い、一層流の区域は式 (28), (29) を適用する。また上層の密度変化は式 (27) にしたがって算定する。このようにして、周防灘、関門海峡、響灘を含めた海域の潮せきが、洞海湾の入口において境界条件として与えられ、図—1 に示す地点から排水された温水が徐々に進行して二層流となり、tidal cycles の繰返しで、この二層流が定常的な形状となる。この定常的となった二層流のもとに、一つの tidal cycle における水位、流速の変化を用いて汚染の拡散計算を行なった。汚染の拡散計算は前回と同様な方法であるので、説明は省略する。



図—1 洞海湾内の排水と下層よりの取水

3. 数値計算の方法

数値計算には経費節減の面から leap-frog 方式をとった。すなわち、leap-frog 方式では時間に対して、 $\bar{u}_1, \bar{u}_2$ は $(i-1), (i+1)$ のステップで算定し、 $\zeta, h_1, \bar{\rho}_1$ は $(i), (i+2)$ のステップで計算する。また空間に対しては、 $(j-1), (j+1)$ のステップに流量点を定めて $\bar{u}_1, \bar{u}_2$ を計算し、 $\zeta, h_1, \bar{\rho}_1$ は $(j), (j+2)$ のステップにおいて水位点として計算を進める (図—2 参照)。



図—2 Leap-frog の解法

このようにしたとき、二層流の差分化された式は次のように表わされる。ただし、以下においては平均値を示す bar は省略する。

$$h_1^{i,j} = h_1^{i-2,j} - \frac{1}{\rho b j} \frac{dt}{dx} \{ N^{i-1,j+1} - N^{i-1,j-1} \}$$

$$\begin{aligned} N^{i+1,j+1} = & N^{i-1,j+1} + b^{j+1} \cdot 2\Delta t \left[-g \frac{(\zeta - h_1)^{ij} + (\zeta - h_1)^{i,j+2}}{2} \frac{(h_1 - h_2)^{ij} + (h_1 - h_2)^{i,j+2}}{2} \frac{\rho_1^{i,j+2} - \rho_1^{ij}}{2\Delta x} \right. \\ & - \rho \frac{(h_1 - h_2)^{ij} + (h_1 - h_2)^{i,j+2}}{2} \cdot u_2^{i-1,j+1} \frac{1}{2\Delta x} \left\{ \frac{u_2^{i-1,j+3} + u_2^{i-1,j+1}}{2} - \frac{u_2^{i-1,j+1} + u_2^{i-1,j-1}}{2} \right\} \\ & - \frac{\rho_1^{ij} + \rho_1^{i,j+2}}{2} \cdot g \cdot \frac{(h_1 - h_2)^{ij} + (h_1 - h_2)^{i,j+2}}{2} \cdot \frac{\zeta^{i,j+2} - \zeta^{ij}}{2\Delta x} \\ & - \left(\rho - \frac{\rho_1^{ij} + \rho_1^{i,j+2}}{2} \right) \cdot g \cdot \frac{(h_1 - h_2)^{ij} + (h_1 - h_2)^{i,j+2}}{2} \frac{h_1^{i,j+2} - h_1^{ij}}{2\Delta x} \\ & - \rho \frac{(u_2^{i-1,j+1})^2}{2\Delta x} \{ (h_1 - h_2)^{i,j+2} - (h_1 - h_2)^{ij} \} \\ & \left. + \frac{\rho_1^{ij} + \rho_1^{i,j+2}}{2} \cdot f_1^{j+1} |u_1 - u_2|^{i-1,j+1} \cdot (u_1 - u_2)^{i-1,j+1} - \rho f_2^{j+1} |u_2|^{i-1,j+1} u_2^{i-1,j+1} \right] \\ (\zeta - h_1)^{ij} = & (\zeta - h_1)^{i-2,j} - (\zeta - h_1)^{i-2,j} \frac{\rho_1^{ij} - \rho_1^{i-2,j}}{\rho_1^{i-2,j}} - \frac{1}{\rho_1^{i-2,j} b^j} \frac{dt}{dx} \{ M^{i-1,j+1} - M^{i-1,j-1} \} \\ M^{i+1,j+1} = & M^{i-1,j+1} + b^{j+1} \cdot 2\Delta t \left[-\frac{(\zeta - h_1)^{ij} + (\zeta - h_1)^{i,j+2}}{2} \left\{ (u_1^{i-1,j+1})^2 + \frac{g}{2} \cdot \frac{(\zeta - h_1)^{ij} + (\zeta - h_1)^{i,j+2}}{2} \right\} \right. \\ & \times \frac{\rho_1^{i,j+2} - \rho_1^{ij}}{2\Delta x} - \frac{\rho_1^{ij} + \rho_1^{i,j+2}}{2} \frac{(\zeta - h_1)^{ij} + (\zeta - h_1)^{i,j+2}}{2} u_1^{i-1,j+1} \cdot \frac{1}{2\Delta x} \\ & \times \left\{ \frac{u_1^{i-1,j+3} + u_1^{i-1,j+1}}{2} - \frac{u_1^{i-1,j+1} + u_1^{i-1,j-1}}{2} \right\} \\ & - \frac{\rho_1^{ij} + \rho_1^{i,j+2}}{2} \cdot g \cdot \frac{(\zeta - h_1)^{ij} + (\zeta - h_1)^{i,j+2}}{2} \cdot \frac{\zeta^{i,j+2} - \zeta^{ij}}{2\Delta x} \\ & - \frac{\rho_1^{ij} + \rho_1^{i,j+2}}{2} (u_1^{i-1,j+1})^2 \frac{1}{2\Delta x} \{ (\zeta - h_1)^{i,j+2} - (\zeta - h_1)^{ij} \} \\ & \left. - \frac{\rho_1^{ij} + \rho_1^{i,j+2}}{2} f_1^{j+1} |u_1 - u_2|^{i-1,j+1} (u_1 - u_2)^{i-1,j+1} \right] \dots\dots\dots (32) \end{aligned}$$

温度拡散において、 T_0 を大気の温度として 22°C 、 T を液体の温度とし、排水口から落下した直後のそれを $T = 25^\circ\text{C}$ とする。また $\rho_0 = \rho = 1.025$ とし、排水口から落下した直後の密度は $\rho_1 = 1.015$ とした。

一般に

$$Q_0 = \lambda(T - T_0)$$

λ : 熱伝導率

となるが、 λ は大気の流れによって値が大きく変わる。今回の計算では大気はきわめて平穏な状態にあるものとして、次の値を採用している。ただし、放熱の場合であるから計算では負の値となる。

$$\lambda = 30 \text{ Kcal/m}^2 \cdot \text{hour} \cdot ^\circ\text{C}$$

上層の密度を求める式の差分化は次のようになる。

$$\begin{aligned} \rho_1^{ij} = & \rho_1^{i-2,j} + 2\Delta t \left[-\frac{u_1^{i-1,j+1} + u_1^{i-1,j-1}}{2} \cdot \frac{1}{2\Delta x} \right. \\ & \times \left\{ \frac{\rho_1^{i-2,j} + \rho_1^{i-2,j+2}}{2} - \frac{\rho_1^{i-2,j} + \rho_1^{i-2,j-2}}{2} \right\} \\ & + \frac{1}{\rho_1^{i-2,j} \cdot b^j (\zeta - h_1)^{i-2,j} \cdot c} \cdot \frac{1}{2\Delta x} \\ & \times \left\{ b^{j+1} \frac{(\zeta - h_1)^{i-2,j+2} + (\zeta - h_1)^{i-2,j}}{2} - K^{j+1} \right. \\ & \times \frac{1}{2\Delta x} (\rho_1^{i-2,j+2} - \rho_1^{i-2,j}) \\ & \left. \left. - b^{j-1} \frac{(\zeta - h_1)^{i-2,j} + (\zeta - h_1)^{i-2,j-2}}{2} \cdot K^{j-1} \right\} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \frac{1}{2\Delta x} (\rho_1^{i-2,j} - \rho_1^{i-2,j-2}) \Big\} \\ & - \frac{\lambda(\rho - \rho_1^{i-2,j})}{\rho_1^{i-2,j} (\zeta - h_1)^{i-2,j} \cdot c} \Big] \dots\dots\dots (33) \end{aligned}$$

排水口の表現は次のようにして行なった。排水量を q とするとき、水位点 (j) に排水口があるものとし、図-3 にみるように、排水量による上層の表面水位上昇を $\Delta\zeta^j$ と表わした。

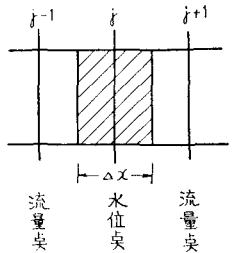


図-3 排水口の表現

$$\Delta\zeta^j = \frac{q \cdot 2\Delta t}{b^j \cdot \Delta x} \dots (34)$$

また、密度は一定で $\rho_1^{ij} = 1.015$ に定める。かかるとき、式 (32) の $M^{i+1,j+1}$ 、 $N^{i+1,j+1}$ の右辺に含まれる ζ^{ij} は $\zeta^{ij} + \Delta\zeta^j$ に置換される。これは $M^{i+1,j-1}$ 、 $N^{i+1,j-1}$ に対しても同様である。

水路の合流点において、次のような条件で計算を行なう。図-4 にみるように水路を (1)、(2)、(3) とするとき、合流点は流量点とし、

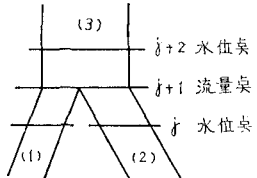


図-4 合流点の表現

$$\left. \begin{aligned} (1)M^{i+1,j+1}+(2)M^{i+1,j+1} &= (3)M^{i+1,j+1} \\ (1)N^{i+1,j+1}+(2)N^{i+1,j+1} &= (3)N^{i+1,j+1} \end{aligned} \right\} \dots\dots (35)$$

また、仮想的に求めるべき合流点の $\zeta^{i,j+1}$, $h_1^{i,j+1}$, $\rho_1^{i,j+1}$ は3水路とも共通の値になる。これらの関係はまだ二層流にならないとき、つまり一層流のときにも同様な関係が成立する。さらに水路(1)からは合流点まで二層流となり、水路(2)ではいまだ合流点まで二層流が進行しないときでも、合流点から水路(2)と(3)に二層流がそれぞれ進行する模様を再現することができる。

上層の水が進行する先端を、計算上からどのように捕えるかは議論のあるところである。この計算は、上層の層厚が1cmをこえるときに二層が形成されると判定している。これは、上述のような差分式の計算では常に計算誤差が含まれるので、層厚が1cmをこえるとき有意なものとなると判定しているからである。

以上に述べた方法で計算を行なった結果は、次のようになる。図-5は二層流の形成過程を示したもので、表面の水位は潮せき運動で下上しているが、見やすくするため共通のレベルに表面を統一してある。図-6は上層、

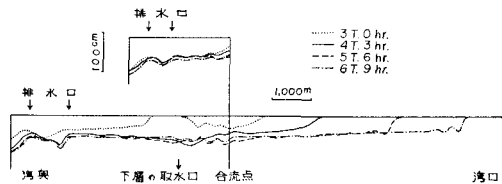


図-5 上層の形成

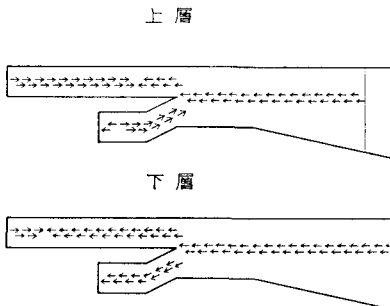


図-6 上下層の流況 (6 tidal cycle 9 hr)

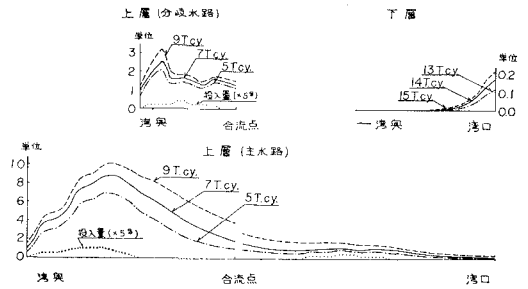


図-7 汚染分布

下層の流況図である。前回でもみられたように、水路の分岐による流れの振動が発生している。図-7は二層流による汚染物質の濃度分布を示したものである。

4. む す び

この計算は、臨海工業地帯の水路に排出される温度の高い汚染水の動向を追跡するために行なったもので、いままで述べてきた結果から、工場排水問題に対し一つの検討手段になり得る。

今回の計算では、上層から下層へ熱量や汚染物質が進入しないものとして計算を行なっているが、この境界に乱れによる混入を仮定して、現実により近い現象を再現して検討を加えることができよう。さらに鉛直方向に密度勾配がある場合でも、理論の展開と計算が可能となるのはそれほど時間を要しないと推察される。しかしながら、これらの問題には、実測によってそのメカニズムに関係する水理諸量を確かめることが必要である。今後、工業地帯の水質汚染を検討する場合、これらの点を調査することが肝要となろう。

この計算は日本 I. B. M. 社の協力をうけている。熱心に討議に参加した、若い Analyst の諸君に深く感謝する次第である。

参 考 文 献

- 1) 堀口孝男・平出友信・川上善久：洞海湾における汚染物質の拡散，第18回海岸工学講演会論文集，土木学会，1971。