

湾水振動問題における開口部の境界条件について

堀 川 清 司*・西 村 仁 嗣**

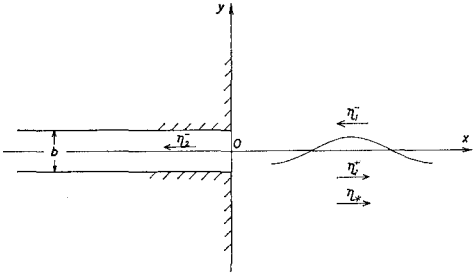
1. 緒 論

長波の湾内変形の理論的な解明に際し、最も重要かつ困難な問題は開口部における境界条件の決定にある。特に、1次元モデルを設定して問題を単純化する場合、湾内領域と外海領域の接点にあたる湾口部の境界条件は全領域の波動を解析する鍵となる。湾水振動を線的な近似で考えず、平面的な拡がりをもった領域の問題として厳密にとり扱う場合、境界条件を与えることはむしろ容易である。ただし、このような解析は理想的な条件の下でのみ可能であり、また一方ではきわめて煩雑であるため、かえって実用性を欠くことが多い。実際、一次元的なとり扱いでかなりの成果が得られることは、従来の現地観測、もしくは室内実験においてしばしば見られたところである。

本論文においては、湾口部を通過する個々の波の挙動をより明確にとらえ、湾水振動のメカニズムの解明を試みる。すなわち、外海部を進行して来た波が水路に進入する現象、および水路内を進行する波が開口端で反射する現象を別個に調べる。湾内の波動をこれらの波の線形的な重ね合わせとして考えることにより、波高の増幅率ならびに湾水の固有振動周期が求められる。以下の各節においては、その詳細に関し実験的な検証を加えながら議論を進める。なお、過去に類似の研究例として早川¹⁾ならびに山田・石田²⁾らの実験的あるいは理論的な研究がある。

2. 水路に進入する長波

半無限の外海領域に水路が直結している状態を考える。水深は全領域で一様とする。外海領域を沖から岸に向かって進行する波は大部分岸で反射して沖に戻る。かりに水路がないものとすれば、外海には一様な重複波が生じることになる。水路が存在すれば岸に達した波の一部は水路内に透過してそのまま進行するので、水路口部からはある種の擾乱波が外海に伝播し、上述の重複波に重なる。合田³⁾はフーリエ変換によってこの擾乱波を求めている。また、桃井⁴⁾は級数を用いてこの問題を解き、水路内外の波動を詳細に計算している。ここでは前者に



図—1

準じて波の透過率を求めることにする。以下において外海および水路内の諸量をそれぞれ添字 1, 2 で区別し、複素数は特に太字で表示する。

図—1 に示すように座標軸をとり、さらに z 軸を静水面から鉛直上方にとる。速度ポテンシャル ϕ に関する Laplace の方程式

$$\nabla^2 \phi = 0 \dots\dots\dots (1)$$

を基本式として用いる。

$$\phi = i\sigma \cdot \eta(x, y, t) \cdot Z(z) \dots\dots\dots (2)$$

のごとく変数を分離すれば、

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} &= k^2 Z \dots\dots\dots (3) \\ \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} + k^2 \eta &= 0 \dots\dots\dots (4) \end{aligned} \right.$$

ここに k は波数である。

底面 $z = -h$ で z 方向の流速 $w = 0$ なる境界条件の下に方程式 (3) を解いて、

$$Z = \frac{\cosh k(h+z)}{k \sinh kh} \dots\dots\dots (5)$$

時間的には正弦波を仮定すれば、以上によって η は静水面から測った水位を表わすことになる。

さて、外海部を x 軸方向負の向きに伝播する入射波を $\eta_1^- = a_1^- e^{i(\sigma t + kx)}$ とし、水路内への透過率を T とすれば、水路内の波動は $\eta_2 = T a_1^- e^{i(\sigma t + kx)}$ で表わされ、これに対応する流速の x 軸方向成分は $u_2 = -T k \sigma Z a_1^- e^{i(\sigma t + kx)}$ となる。ただし、ここでは水路幅員 b が波長 L に比して小さいものとし、したがって水路内の波動は幅員方向に一様と考えている。

一方、 $x = 0$ で完全反射して沖向きに進む波は $\eta_1^+ = a_1^- e^{i(\sigma t - kx)}$ であり、これに入射波 η_1^- と水路口部からの擾乱波 η_* が加わるから、結局外海部の水位 η_1 およ

* 正会員 工博 東京大学教授 工学部土木工学科
** 正会員 工修 東京大学講師 工学部土木工学科

び x 軸方向の流速 u_1 は、それぞれ

$$\eta_1 = 2a_1 - \cos kx \cdot e^{i\omega t} + \eta_* \dots\dots\dots (6)$$

$$u_1 = -2ik\sigma Z a_1 - \sin kx \cdot e^{i\omega t} + i\sigma Z \frac{\partial \eta_*}{\partial x} \dots\dots (7)$$

となる。 η_* は水路口部で u_1 が一定値をとること、および $x=0$ における固定壁に沿って $u_1=0$ 、無限遠点で $\eta_*=0$ となることから解かれ³⁾、

$$\eta_* = C \left[\frac{2i}{\pi} \int_0^1 \frac{\sin(\xi kb/2) \cos \xi ky}{\xi \sqrt{1-\xi^2}} e^{-i\sqrt{1-\xi^2} kx} d\xi \right. \\ \left. - \frac{2}{\pi} \int_1^\infty \frac{\sin(\xi kb/2) \cos \xi ky}{\xi \sqrt{\xi^2-1}} e^{-i\sqrt{\xi^2-1} kx} d\xi \right] e^{i\omega t} \dots\dots\dots (8)$$

とくに、 $x=y=0$ では

$$\eta_*(0, 0) = C \left[\frac{2i}{\pi} \int_0^1 \frac{\sin(\xi kb/2)}{\xi \sqrt{1-\xi^2}} d\xi \right. \\ \left. - \frac{2}{\pi} \int_1^\infty \frac{\sin(\xi kb/2)}{\xi \sqrt{\xi^2-1}} d\xi \right] e^{i\omega t} \\ = C(i\phi_1 - \phi_2) e^{i\omega t} \dots\dots\dots (9)$$

$$u_1 = ik\sigma C Z e^{i\omega t} \dots\dots\dots (10)$$

となる。 ϕ_1 および ϕ_2 は L/b のみの関数であり、その性状は図-2 に示すとおりである。水路内外の解を接続するために、 $x=y=0$ で $\eta_1=\eta_2$ 、 $u_1=u_2$ なる条件を与えると、積分定数 C を消去することができて、透過率 T が次のように定まる。

$$T = Te^{i\theta_T} = \frac{2}{1 + \phi_1 + i\phi_2} \dots\dots\dots (11)$$

当然のことながら、 T もまた L/b の関数であって、その絶対値および位相はそれぞれ図-3(a), (b)に実線で示したようになる。図中の丸印は実験値であるが、位相差 θ_T については実験データからの判定が困難であり、湾水の振動特性に対しても大きな意味を持たないので、計算値のみを示した。実験においては水深 10 cm、水路幅員 20 cm とし、また波高は 1 cm 以内とした。図-3(a)を見ると実験値はかなりばらついているが、計算値がほぼ妥当であることがわかる。

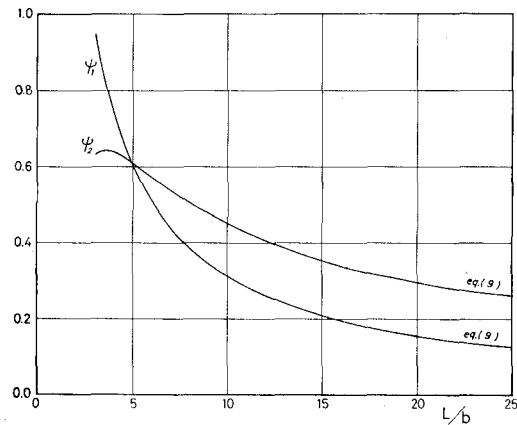
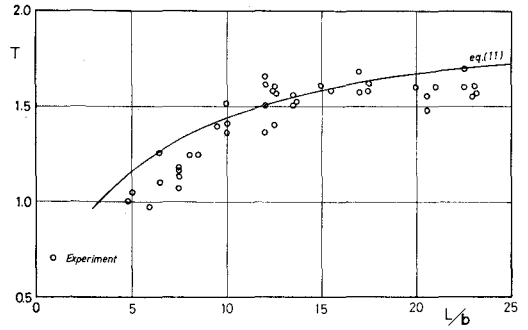
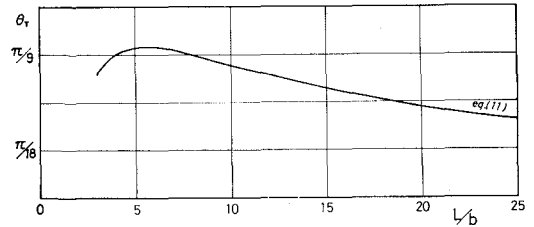


図-2



(a)



(b)

図-3

3. 水路内を進行する長波の開口端における反射

地形および座標軸の設定は、図-4 に示したように前節と全く同様である。本節においては水路内を伝播する波 $\eta_2^+ = a_2^+ e^{i(\omega t - kx)}$ が開口端で一部反射して水路内を逆行し、他はそのまま外海に散逸するという状況を考える。

水路開口部における反射率を R とすれば、反射波は $\eta_2^- = R \cdot a_2^+ e^{i(\omega t + kx)}$ で表わされる。これを η_2^+ に重ね合せると水路内の波動は

$$\eta_2 = \eta_2^+ + \eta_2^- = a_2^+ (e^{-ikx} + R e^{ikx}) e^{i\omega t} \dots\dots (12)$$

なる不完全重複波となり、対応する水平流速の x 軸方向成分は

$$u_2 = k\sigma a_2^+ (e^{-ikx} - R e^{ikx}) Z e^{i\omega t} \dots\dots\dots (13)$$

となる。

外海領域の散逸波については前節の η_* がそのまま使用できるから、再び開口端 $x=0$ で水位 η と流速 u を

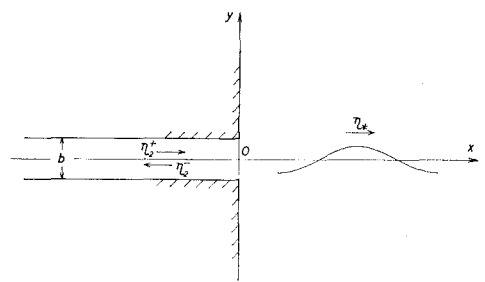


図-4

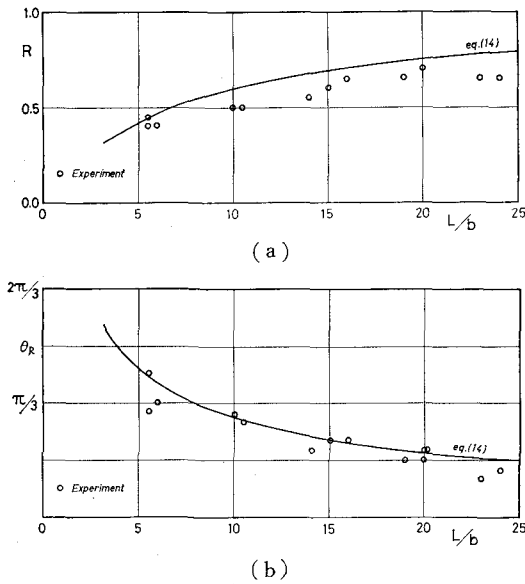


図-5

接続することにより、

$$R = -Re^{-i\theta_R} = \frac{\phi_1 - 1 + i\phi_2}{\phi_1 + 1 + i\phi_2} \quad \text{.....(14)}$$

を得る。 R および θ_R はそれぞれ 図-5(a), (b) に実線で示され、実験値と比較されている。位相差 θ_R が一般に 0 とならないことは注意すべき点であって、湾水の固有振動周期を求めるときに湾長の補正が必要となる直接の原因はここにある。実験条件は透過率を測定した場合と全く同じであるが、水路内の重複波形を描いて反射率を求めたので大きな労力を要し、実験データは豊富とはいえない。また実験の精度も満足すべきものではないが、この結果から見る限りでは、実測された反射率が常に計算値より小さくなっている。位相差 θ_R については妥当な結果と考えてよいであろう。

梶浦は 1 次元的な解析のために、外海部の有効幅員 b_e

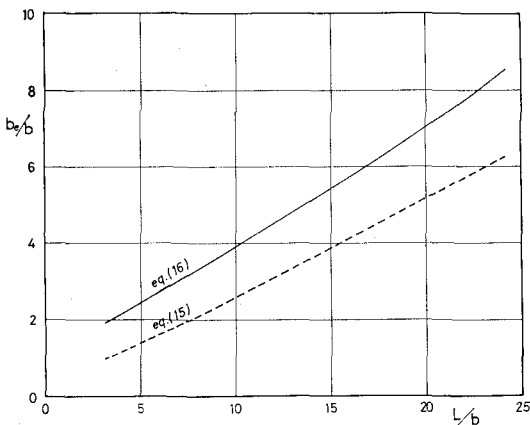


図-6

を導入することを提案した⁵⁾。これによって透過率 T および反射率 R はそれぞれ

$$T = \frac{2}{1 + (b/b_e)} \quad \text{.....(15)}$$

$$R = \frac{1 - (b/b_e)}{1 + (b/b_e)} \quad \text{.....(16)}$$

そこで式(11), (14)より算出された T , R を用い、式(15), (16)から b_e/b を逆算すると図-6 のようになる。両者が一致しない点は注意を要する。

4. 湾水の共振特性

湾内における波高の増幅率は 2., 3. 節の結果から容易に推定される。外海部から入射する水面変動を $a_1 e^{i(\omega t + kx)}$ とすれば、これが湾内では $Ta_1 e^{i(\omega t + kx)}$ となり、さらに湾奥で完全反射するものとして、湾口に向かう波は $Ta_1 e^{i(\omega t - kx - 2kl)}$ となる。ただし、 l は湾長である。これが湾口部で再び反射すると $RTa_1 e^{i(\omega t + kx - 2kl)}$ となる。すなわち波は入射後一往復して再び湾奥に向かうまでに $Re^{-i \cdot 2kl}$ 倍になるわけで、定常状態においてはこれらをすべて重ね合わせた水位変動が生じるから、結局湾奥の重複波は

$$\begin{aligned} \eta_2 &= 2Ta_1 e^{i(\omega t - kl)} \sum_{n=0}^{\infty} R^n e^{-i \cdot 2nkl} \\ &= 2Ta_1 e^{i(\omega t - kl)} / (1 - Re^{-i \cdot 2kl}) \quad \text{.....(17)} \end{aligned}$$

波高増幅率 M は

$$M = \left| \frac{\eta_2}{a_1} \right| = \frac{2T}{\sqrt{1 + R^2 + 2R \cos(2kl + \theta_R)}} \quad \text{.....(18)}$$

で与えられる。上式の形から明らかなように湾長の補正量 Δl は $\Delta l = \theta_R / 2k$ によって近似的に得られることになる。

筆者らは過去に L 字型湾内の海水振動に関する実験的な研究を行ない、その成果を発表した⁶⁾。実験によって得られた湾内振動の周波数特性は 図-7 に再録されている。

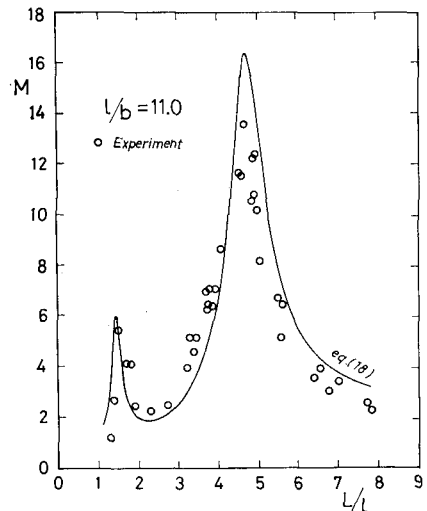


図-7

る。長波の場合、湾の屈曲によって大きな影響を受けることはないで、中心線に沿って湾長を測り、直線状の湾と同様に扱うことができる。図—7 中に同一条件下における計算結果をも示したが、実験値との間には定性的にかなり良好な一致が見られる。計算上の波高増幅率の第1のピークは実測値よりかなり大きくなっているが、これは3.節で述べたように反射率を過大評価している以上当然の結果というべきである。一般に、実験における波高増幅率は極大値付近で計算値より小さく、逆に極小値付近で大きくなる傾向がある。すなわち、計算値のように鋭い共振特性は得られないわけで、その理由としては実験室の波が必ずしも単一の正弦波ではないこと、また現実にはとくに湾口部において大なり小なりエネルギー損失を生じること等があげられる。本節の議論からわかるように、たとえば湾口の局地形を変え等の方法によって湾内波の反射率を小さくすることが可能であれば、これは透過率の低下以上に波高増幅の緩和に有効であると思われる。

5. 湾口防波堤の存在

以上の各節で、最も単純な形状の港湾内における波高増幅の水理学的な機構が明らかにされた。ここでは湾口部に防波堤が存在する場合について二、三考察を加える。

防波堤の開口幅が大きいときは、湾口部近傍に幅員の小さい領域が存在するものとして、上述の議論に Green の定理を併用すれば、振動状況の概略が知られる。ただし、湾口部におけるエネルギー損失が考慮されないで波高増幅率のピーク値が若干過大評価されることは当然予測される。開口幅が湾幅に比して小さいときは、理論的には $T=1$ となる。しかしながら、開口幅がきわめて小さくなると、本論文において述べたような線型現象としての解析はもはや意味を持たない。このときは防波堤の内外に顕著な水位差 $\Delta\eta$ が生じるので、湾口部の流速

$u_0 = K\sqrt{2g\Delta\eta}$ なる公式にしたがうのが穏当である⁷⁾。現象は準定常と考えることが可能であり、流量係数 K としては定常流に対する値をそのまま転用して差し支えないものと思われる。

幅員もしくは水深の漸変に対して Green の定理が有効であることは広く知られているが、地形の急変あるいは障害物の存在にともなう長波の変形に関してはいまだ十分な知識が得られていない。この点については今後さらに検討を進める必要がある。

本研究の遂行にあたり、運輸省港湾技術研究所水工部 合田良実波浪研究室長より貴重な御教唆を頂いた。また実験に際しては、東京大学工学部 黒田正文技官に御協力を願った。ここに記して謝意を表する。

最後に、この研究が文部省科学研究費補助金(特定研究)によるものであることを付記する。

参 考 文 献

- 1) 早川正巳：津波の研究(第一～三報)，海と空，第21巻，第7, 9, 12号，1941.
- 2) 山田彦児・石田駿一：港湾水理に於ける湾口条件とエネルギーの散逸，九州大学応用力学研究所報，第26号，1967.
- 3) Ippen, A. T. and Goda, Y.: Wave Induced Oscillations in Harbors, Report No. 59, Hydrodynamics Lab., M. I. T., 1963.
- 4) Momoi, T.: A Long Wave in the Vicinity of an Estuary [I~VI], Bull. Earthq. Res. Inst., Vol. 43~47, 1965~1969.
- 5) 梶浦欣二郎：湾水振動におよぼす防波堤の効果，東京大学地震研究所彙報，第41号，1963.
- 6) 堀川清司・首藤伸夫・西村仁嗣：L字形湾の振動特性について(2)，第15回海岸工学講演会講演集，1968.
- 7) 堀川清司・首藤伸夫・西村仁嗣：津波防波堤の効果について(2)，第17回海岸工学講演会論文集，1970.