

潜堤の効果に関する理論的研究 (2)

—透 過 潜 堤—

井 島 武 士*・田 淵 幹 修**・湯 村 や す***

1. は し が き

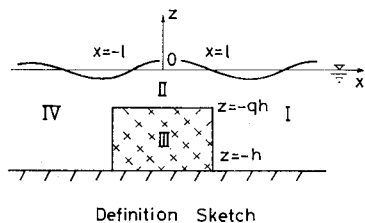
前論文¹⁾ (1971)では、一定水深の海域に矩形断面の不透過潜堤がある場合の波の変形と潜堤に対する波の圧力などについて述べたが、本文では透過性の潜堤について理論的な解析を行なった結果を述べることにする。この結果を用いて不透過な海底面上に任意の厚さの透水層がある場合の波の減衰や、不透過な鉛直壁体の前面に透過性のマウンドがある場合についても簡単に計算することができる。

透水性の海底面上を進行する波の減衰については、Putnam(1949)²⁾ および Reid-Kajiura³⁾ (1957)の研究があり、前者では不透水底面上に有限厚さの透水層がある場合を取り扱っているが、透水層内の流れを定常な Darcy の流れとし (加速度項を省略している) 上層の流体運動との相互作用は厳密ではない。後者は上層流体と透水層内の流体運動の相互作用は力学的に厳密であるが、透水層は無限厚さで、透水係数が小さく従って波長は透水層の存在に影響されない場合に限られる。

本文はこれらの制限のない一般の場合を含むもので、透水層が有限厚さで、またその幅が有限の場合として、透過潜堤を解析するものである。

2. 理論式の誘導

図-1 に示すように、一定水深 h の不透水の海底上



Definition Sketch

図-1

に幅 $2l$ 深さ $qh(1>q>0)$ の矩形断面の一樣な透過性をもつ潜堤があり、その空けき率を V とする。静水面に座標原点をおき、水平に x 軸、鉛直上方に z 軸をとり、周波数 $\sigma(=2\pi/T; T$ は周期) の入射波による 2 次元の流体運動を考える。

流体域は $x=\pm l$ と $z=-qh$ によって堤体外域 I, II, IV

と内域 III に区分され、外域では非圧縮性完全流体の運動を行ない、内域では流速に比例した抵抗をうける Darcy の法則に従う運動を行なうものとする、各領域の運動はそれぞれ速度ポテンシャル $\Phi_i(x, z; t) = \phi_i(x, z) e^{i\sigma t} (i=1, 2, 3, 4)$ をもつことになり、 $\phi_i(x, z)$ は次の Laplace の方程式を満足する。

$$\partial^2 \phi_i / \partial x^2 + \partial^2 \phi_i / \partial z^2 = 0, (i=1, 2, 3, 4) \dots\dots\dots (1)$$

$$(1) \quad \phi_1(x, z) \text{ および } \phi_4(x, z)$$

領域 I と IV での $\phi(x, z)$ に対する水面と水底の条件は次のようである。

$$z=0 \text{ で } \partial \phi_i / \partial z = \sigma^2 \phi_i / g;$$

$$z=-h \text{ で } \partial \phi_i / \partial z = 0 (i=1, 4) \dots\dots\dots (2)$$

この条件を満足する式 (1) の解は次のようである。

$$\begin{aligned} \phi_1(x, z) = & (A e^{ik(x-l)} + B e^{-ik(x-l)}) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{-k_n(x-l)} \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_4(x, z) = & F e^{ik(x+l)} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} G_n e^{k_n(x+l)} \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

上式で A, B および F はそれぞれ入射波、反射波および通過波を表わし、 C_n, G_n は散乱波を表わす積分定数で k および k_n は次式で決まる固有値である (g は重力の加速度である)。

$$\begin{aligned} kh \tanh kh = & -k_n h \tanh k_n h = \sigma^2 h / g \\ (n=1, 2, 3, \dots\dots\dots) & \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

$$(2) \quad \phi_2(x, z) \text{ および } \phi_3(x, z)$$

領域 III では堤体の空けき率を V 、堤体内の流体運動による単位体積の流体に対する抵抗を流速に比例するとして、その係数を μ とすると、運動は速度ポテンシャル $\Phi_3 = \phi_3(x, z) e^{i\sigma t}$ をもち、水平方向と鉛直方向の流速 u, w 、および流体圧力 p は次式で表わされる (ρ は流体密度)。

$$\begin{aligned} u = & \frac{\partial \Phi_3}{\partial x}, \quad w = \frac{\partial \Phi_3}{\partial z} \\ p / \rho = & -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial \Phi_3}{\partial t} + \mu V \Phi_3 \right) - gz \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

この $\phi_3(x, z)$ と領域 II の速度ポテンシャル $\phi_2(x, z)$ に対する境界条件は水面と $z=-qh$ および水底において次のように表わされる (係数 μ は動粘性係数を Darcy

* 正会員 工博 九州大学教授 工学部水工土木教室
** 正会員 九州大学助手 工学部水工土木教室
*** 九州大学助手 工学部水工土木教室

の流れにおける透水係数で割ったものに相当するのである。

$$\begin{aligned} z=0 \quad & \partial \phi_2 / \partial z = \sigma^2 \phi_2 / g; \\ z=-h \quad & \partial \phi_2 / \partial z = 0 \quad \dots\dots\dots (7) \\ z=-qh \quad & \partial \phi_2 / \partial z = \partial \phi_3 / \partial z \end{aligned}$$

$$\phi_2 = \beta \phi_3, \left(\beta = \frac{1-iV\mu/\sigma}{V} \right) \dots\dots (8)$$

式(8)は領域IIとIIIの境界での鉛直方向の mass flux および energy flux の連続性を規定するものである。

式(7)を満足する式(1)の解として次式を仮定する。

$$\begin{aligned} \phi_2(x, z) = & (D^{(1)} \cos \nu x + E^{(1)} \sin \nu x) \\ & \times \left(\cosh \nu z + \frac{\gamma}{\nu h} \sinh \nu z \right) \quad \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_3(x, z) = & (D^{(2)} \cos \nu x + E^{(2)} \sin \nu x) \cosh \nu(z+h) \\ & \gamma = \sigma^2 h / g \quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

上式を式(8)に代入して、定数間の関係および ν を規定する関係式として次式を得る。

$$\begin{aligned} D^{(2)} = f(\nu) \cdot D^{(1)}, \quad E^{(2)} = f(\nu) \cdot E^{(1)}; \\ f(\nu) = \frac{\cosh q \nu h}{\beta \cosh \bar{q} \nu h} \left(1 - \frac{\gamma}{\nu h} \tanh q \nu h \right) \quad \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\nu h (\beta \tanh q \nu h + \tanh \bar{q} \nu h)}{\beta + \tanh q \nu h \tanh \bar{q} \nu h} = \gamma \\ \gamma = \frac{\sigma^2 h}{g}, \quad \bar{q} = 1 - q \quad \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

与えられた β および γ に対して νh (複素数) は式(12)

で決まり、複素数平面上で原点に関して対称に無限可付番個存在するから、それらを $\nu_r h (r=0, 1, 2, \dots)$ とすると、式(9)、(10)から $\phi_2(x, z)$ と $\phi_3(x, z)$ の一般解は次式で表わされる(表-1は $V=0.5$, $\mu/\sigma=2.0$ の場合の $\nu_r h$ の値を示す)。

表-1 Numerical Values of $\nu_r h (V=0.50, \mu/\sigma=2.0)$

		$\sigma^2 h/g = 0.10$	
		$q = 0.2$	$q = 0.8$
r	$q = 0.2$	$q = 0.4$	$q = 0.8$
0	0.470141 - 0.111121i	0.420750 - 0.055029i	0.347511 - 0.009906i
1	0.355846 - 2.55327i	-0.000000 - 3.926990i	-0.237097 - 3.589247i
2	-0.000562 - 7.852300i	-0.348379 - 6.781485i	-0.320775 - 6.631500i
3	-0.114321 - 9.685144i	-0.348864 - 8.896201i	-0.317369 - 9.055774i
4	-0.360366 - 13.102320i	-0.160181 - 12.861579i	-0.238341 - 12.078815i
5	0.006376 - 15.695224i	0.002942 - 15.637183i	0.000439 - 15.700496i
6	-0.111199 - 17.542856i	0.000000 - 19.634953i	-0.237078 - 19.322781i
7	-0.000556 - 23.560260i	-0.348562 - 22.501534i	-0.317369 - 24.769040i
8	-0.112378 - 25.395412i	-0.348951 - 24.612443i	-0.317369 - 24.769040i
9	-0.353957 - 26.815016i	-0.158854 - 28.571615i	-0.237734 - 27.791927i
10	0.003184 - 31.409559i	0.001469 - 31.410539i	0.000220 - 31.412194i
		$\sigma^2 h/g = 0.50$	
		$q = 0.2$	$q = 0.8$
r	$q = 0.2$	$q = 0.4$	$q = 0.8$
0	1.145729 - 0.261379i	0.992586 - 0.116195i	0.824960 - 0.020382i
1	0.323857 - 2.392111i	-0.000000 - 3.926991i	-0.235915 - 3.461018i
2	-0.000560 - 7.852308i	-0.346100 - 6.708854i	-0.330195 - 6.582543i
3	-0.126975 - 9.669851i	-0.354052 - 8.844753i	-0.313983 - 9.019403i
4	-0.366845 - 13.066437i	-0.169795 - 12.846211i	-0.241929 - 12.042778i
5	0.032034 - 15.644274i	0.014785 - 15.653949i	0.002205 - 15.670568i
6	-0.111139 - 17.542846i	0.000000 - 19.634953i	-0.235580 - 19.299368i
7	-0.000554 - 23.560267i	-0.347271 - 22.480608i	-0.321310 - 22.334611i
8	-0.117113 - 25.389650i	-0.350232 - 24.593654i	-0.316144 - 24.755939i
9	-0.362220 - 26.790081i	-0.163112 - 28.564745i	-0.239167 - 27.776055i
10	-0.015941 - 31.384076i	0.007357 - 31.386974i	0.001099 - 31.397257i
		$\sigma^2 h/g = 1.00$	
		$q = 0.2$	$q = 0.8$
r	$q = 0.2$	$q = 0.4$	$q = 0.8$
0	1.784078 - 0.356666i	1.497913 - 0.147286i	1.263298 - 0.024616i
1	0.253056 - 2.242307i	-0.000000 - 3.926991i	-0.234548 - 3.292001i
2	-0.000557 - 7.852317i	-0.340219 - 6.614949i	-0.341570 - 6.520559i
3	-0.143136 - 9.650046i	-0.357264 - 8.782011i	-0.307281 - 8.974479i
4	-0.373547 - 13.018954i	-0.181722 - 12.826542i	-0.246461 - 11.996541i
5	0.064250 - 15.580179i	0.029726 - 15.599743i	0.004427 - 15.633071i
6	-0.111139 - 17.542858i	0.000000 - 19.634953i	-0.233704 - 19.270657i
7	-0.000551 - 23.560277i	-0.345613 - 22.454084i	-0.324172 - 22.315298i
8	-0.123073 - 25.382342i	-0.351580 - 24.570414i	-0.313839 - 24.739584i
9	-0.365517 - 26.778492i	-0.164030 - 28.556057i	-0.240886 - 27.756220i
10	0.019004 - 31.352207i	0.014734 - 31.361998i	0.002200 - 31.378767i

$$\phi_2(x, z) = \sum_{r=0}^{\infty} \left(D_r \frac{\cos \nu_r x}{\cos \nu_r l} + E_r \frac{\sin \nu_r x}{\sin \nu_r l} \right) \left(\cosh \nu_r z + \frac{\gamma}{\nu_r h} \sinh \nu_r z \right) \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$\phi_3(x, z) = \sum_{r=0}^{\infty} f_r(\nu_r) \left(D_r \frac{\cos \nu_r x}{\cos \nu_r l} + E_r \frac{\sin \nu_r x}{\sin \nu_r l} \right) \cosh \nu_r(z+h) \quad \dots\dots\dots (14)$$

(3) 速度ポテンシャルの定数係数の決定

式(3)、(4)、(13)、(14)で表わされる速度ポテンシャルをもつ流体運動は境界面 $x=\pm l$ において水平方向の mass flux と、energy flux の連続性が成り立たねばならない。すなわち次の条件式を満足すべきである。

$$\begin{aligned} x=l \quad & \left. \begin{aligned} \phi_1 = \phi_2; \quad \partial \phi_1 / \partial x = \partial \phi_2 / \partial x \quad (0 > z > -qh) \\ = \beta \phi_3; \quad = \partial \phi_3 / \partial x \quad (-qh > z > -h) \end{aligned} \right\} \\ x=-l \quad & \left. \begin{aligned} \phi_4 = \phi_2; \quad \partial \phi_4 / \partial x = \partial \phi_2 / \partial x \quad (0 > z > -qh) \\ = \beta \phi_3; \quad = \partial \phi_3 / \partial x \quad (-qh > z > -h) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

上式に式(3)、(4)、(13)、(14)を代入して次の関係式を得る。

$$\begin{aligned} (A+B) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} = \sum_{r=0}^{\infty} (D_r + E_r) \left(\cosh \nu_r z + \frac{\gamma}{\nu_r h} \sinh \nu_r z \right), \quad (0 > z > -qh) \\ = \beta \sum_{r=0}^{\infty} f_r(\nu_r) (D_r + E_r) \cosh \nu_r(z+h), \quad (-qh > z > -h) \quad \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (A-B) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + i \sum_{n=1}^{\infty} C_n \frac{k_n \cos k_n(z+h)}{k \cos k_n h} \\ = i \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\nu_r}{k} (D_r \tan \nu_r l - E_r \cot \nu_r l) \left(\cosh \nu_r z + \frac{\gamma}{\nu_r h} \sinh \nu_r z \right), \quad (0 > z > -qh) \\ = i \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\nu_r}{k} f_r(\nu_r) (D_r \tan \nu_r l - E_r \cot \nu_r l) \cosh \nu_r(z+h), \quad (-qh > z > -h) \quad \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} F \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} G_n \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} &= \sum_{r=0}^{\infty} (D_r - E_r) \left(\cosh \nu_r z + \frac{\gamma}{\nu_r h} \sinh \nu_r z \right), \quad (0 > z > -qh) \\ &= \beta \sum_{r=0}^{\infty} f_r (D_r - E_r) \cosh \nu_r(z+h), \quad (-qh > z > -h) \end{aligned} \right\} \dots\dots (18)$$

$$\left. \begin{aligned} F \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} - i \sum_{n=1}^{\infty} G_n \frac{k_n \cos k_n(z+h)}{k \cos k_n h} \\ &= -i \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\nu_r}{k} (D_r \tan \nu_r l + E_r \cot \nu_r l) \left(\cosh \nu_r z + \frac{\gamma}{\nu_r h} \sinh \nu_r z \right), \quad (0 > z > -qh) \\ &= -i \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\nu_r}{k} f_r (D_r \tan \nu_r l + E_r \cot \nu_r l) \cosh \nu_r(z+h), \quad (-qh > z > -h) \end{aligned} \right\} \dots\dots (19)$$

関数系 $\cosh k(z+h)$, $\cos k_n(z+h)$, $(n=1, 2, 3, \dots)$ は $z=0 \sim -h$ において完全直交系をなすから, 上式の各項に $\cosh k(z+h)$ および $\cos k_n(z+h)$ を乗じ z について $-h$ から 0 までの積分を行ない,

$$\left. \begin{aligned} \lambda_0 &= kh, \quad \lambda_n = k_n h, \quad \lambda_r' = \nu_r h, \quad N_0 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2\lambda_0}{\sinh 2\lambda_0} \right), \quad N_n = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2\lambda_n}{\sin 2\lambda_n} \right) \\ a_{0r} &= \lambda_r' \sinh q \lambda_r' \cosh \bar{q} \lambda_0 - \lambda_0 (\sinh \lambda_0 - \sinh \bar{q} \lambda_0 \cosh q \lambda_r') \\ a_{nr} &= \lambda_r' \sinh q \lambda_r' \cos \bar{q} \lambda_n + \lambda_n (\sin \lambda_n - \sin \bar{q} \lambda_n \cosh q \lambda_r') \\ b_{0r} &= \lambda_r' (\cosh \lambda_0 - \cosh \bar{q} \lambda_0 \cosh q \lambda_r') - \lambda_0 \sinh \bar{q} \lambda_0 \sinh q \lambda_r' \\ b_{nr} &= \lambda_r' (\cos \lambda_n - \cos \bar{q} \lambda_n \cosh q \lambda_r') + \lambda_n \sin \bar{q} \lambda_n \sinh q \lambda_r' \\ e_{0r} &= \lambda_r' \cosh \bar{q} \lambda_0 \sinh \bar{q} \lambda_r' - \lambda_0 \sinh \bar{q} \lambda_0 \cosh \bar{q} \lambda_r' \\ e_{nr} &= \lambda_r' \cos \bar{q} \lambda_n \sinh \bar{q} \lambda_r' + \lambda_n \sin \bar{q} \lambda_n \cosh \bar{q} \lambda_r' \end{aligned} \right\} \dots\dots (20)$$

および

$$\left. \begin{aligned} P_{0r} &= \frac{1}{N_0 \sinh \lambda_0} \cdot \frac{\lambda_0}{\lambda_r'^2 - \lambda_0^2} \left(a_{0r} + \frac{\gamma}{\lambda_r'} b_{0r} + \beta f_r e_{0r} \right) \\ P_{nr} &= \frac{1}{N_n \sin \lambda_n} \cdot \frac{\lambda_n}{\lambda_r'^2 + \lambda_n^2} \left(a_{nr} + \frac{\gamma}{\lambda_r'} b_{nr} + \beta f_r e_{nr} \right) \\ Q_{0r} &= \frac{1}{N_0 \sinh \lambda_0} \cdot \frac{\lambda_r'}{\lambda_r'^2 - \lambda_0^2} \left(a_{0r} + \frac{\gamma}{\lambda_r'} b_{0r} + f_r e_{0r} \right) \\ Q_{nr} &= \frac{1}{N_n \sin \lambda_n} \cdot \frac{\lambda_r'}{\lambda_r'^2 + \lambda_n^2} \left(a_{nr} + \frac{\gamma}{\lambda_r'} b_{nr} + f_r e_{nr} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots (21)$$

とくと, 定数係数に関する次の関係式を得る.

$$\left. \begin{aligned} A + B &= \sum_{r=0}^{\infty} P_{0r} (D_r + E_r), \quad C_n = \sum_{r=0}^{\infty} P_{nr} (D_r + E_r) \\ A - B &= i \sum_{r=0}^{\infty} Q_{0r} (D_r \tan \nu_r l - E_r \cot \nu_r l), \quad C_n = \sum_{r=0}^{\infty} Q_{nr} (D_r \tan \nu_r l - E_r \cot \nu_r l) \\ F &= \sum_{r=0}^{\infty} P_{0r} (D_r - E_r), \quad G_n = \sum_{r=0}^{\infty} P_{nr} (D_r - E_r) \\ F &= -i \sum_{r=0}^{\infty} Q_{0r} (D_r \tan \nu_r l + E_r \cot \nu_r l), \quad G_n = \sum_{r=0}^{\infty} Q_{nr} (D_r \tan \nu_r l + E_r \cot \nu_r l) \end{aligned} \right\} \dots\dots (22)$$

上式から B, F, C_n, G_n を消去すると D_r/A および E_r/A に関する次の連立方程式を得る.

$$\sum_{r=0}^{\infty} (P_{0r} + i Q_{0r} \tan \nu_r l) \cdot D_r/A = 1, \quad \sum_{r=0}^{\infty} (P_{nr} - Q_{nr} \tan \nu_r l) \cdot D_r/A = 0, \quad (n=1, 2, 3, \dots) \dots\dots (23)$$

$$\sum_{r=0}^{\infty} (P_{0r} - i Q_{0r} \cot \nu_r l) \cdot E_r/A = 1, \quad \sum_{r=0}^{\infty} (P_{nr} + Q_{nr} \cot \nu_r l) \cdot E_r/A = 0, \quad (n=1, 2, 3, \dots) \dots\dots (24)$$

この式を解いて D_r/A および E_r/A が求められ, $B/A, F/A$ および $C_n/A, G_n/A$ は式 (22) から次のように決まる.

$$\left. \begin{aligned} \frac{B}{A} &= -1 + \sum_{r=0}^{\infty} P_{0r} \left(\frac{D_r}{A} + \frac{E_r}{A} \right), \quad \frac{C_n}{A} = \sum_{r=0}^{\infty} P_{nr} \left(\frac{D_r}{A} + \frac{E_r}{A} \right) \\ \frac{F}{A} &= \sum_{r=0}^{\infty} P_{0r} \left(\frac{D_r}{A} - \frac{E_r}{A} \right), \quad \frac{G_n}{A} = \sum_{r=0}^{\infty} P_{nr} \left(\frac{D_r}{A} - \frac{E_r}{A} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots (25)$$

振幅 a の入射波を $\zeta_i = a \cos(kx + \sigma t)$ とすると,

$$A = i a g e^{ikl/\sigma} \dots\dots\dots (26)$$

であるから、すべての速度ポテンシャルが確定する。

(4) 波形と波圧力

領域 I, II, IV の水面波形は $\zeta = -(\partial\Phi/\partial t)_{z=0}$ により次式の実数部分で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\zeta_1}{a} &= \left[e^{ik(x-l)} + \frac{B}{A} e^{-ik(x-l)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n}{A} e^{-k_n(x-l)} \right] e^{i(kl+ot)}, \quad (x \geq l) \\ \frac{\zeta_2}{a} &= \sum_{r=0}^{\infty} \left(\frac{D_r}{A} \frac{\cos \nu_r x}{\cos \nu_r l} + \frac{E_r}{A} \frac{\sin \nu_r x}{\sin \nu_r l} \right) e^{i(kl+ot)}, \quad (l \geq x \geq -l) \\ \frac{\zeta_4}{a} &= \left[\frac{F}{A} e^{ik(x+l)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{G_n}{A} e^{k_n(x+l)} \right] e^{i(kl+ot)}, \quad (x \leq -l) \end{aligned} \right\} \dots\dots(27)$$

この潜堤による波の反射率 K_R と通過率 K_T は上式から次のようである。

$$K_R = |B/A| \quad K_T = |F/A| \dots\dots\dots(28)$$

堤体内域の流体圧力（静水圧を除く）は式（6）から

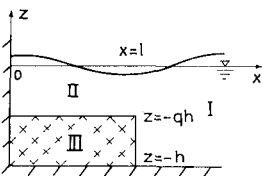
$$\frac{p_3}{\rho} = ag \beta \sum_{r=0}^{\infty} f_r \left(\frac{D_r}{A} \cdot \frac{\cos \nu_r x}{\cos \nu_r l} + \frac{E_r}{A} \frac{\sin \nu_r x}{\sin \nu_r l} \right) \cosh \nu_r(z+h) \cdot e^{i(kl+ot)} \dots\dots\dots(29)$$

であるから、堤体全体に作用する水平圧力 P_H と鉛直圧力（揚圧力） P_V は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_H}{\rho g a \bar{q} h} &= \frac{2}{\bar{q}} \beta \sum_{r=0}^{\infty} f_r \cdot \frac{\sinh \bar{q} \lambda_r'}{\lambda_r'} \cdot \frac{E_r}{A} \cdot e^{i(kl+ot)} \\ \frac{P_V}{2 \rho g a l} &= \beta \sum_{r=0}^{\infty} f_r \cdot (1 - \cosh \bar{q} \lambda_r') \cdot \frac{\tan \nu_r l}{\nu_r l} \cdot \frac{D_r}{A} \cdot e^{i(kl+ot)} \end{aligned} \right\} \dots\dots(30)$$

3. 根固め捨石の影響

図—2 に示すように $x=0$ に不透過鉛直壁があり、その



Definition Sketch

図—2

の前面に長さ l 、深さ qh の捨石が置かれている場合を考える。流体域 II および III では $x=0$ で $\partial\phi_i/\partial x=0$ の条件が入ることを考慮すると、各領域の速度ポテンシャルは次のよ

うに表わされる。

$$\phi_1(x, z) = (A e^{ik(x-l)} + B' e^{-ik(x-l)}) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n' e^{-k_n(x-l)}}{\cos k_n h} \frac{\cosh k_n(z+h)}{\cos k_n h} \dots\dots(31)$$

$$\phi_2(x, z) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{D_r'}{\cos \nu_r l} \frac{\cos \nu_r x}{\cos \nu_r l} \left(\cosh \nu_r z + \frac{\gamma}{\nu_r h} \sinh \nu_r z \right) \dots\dots(32)$$

$$\phi_3(x, z) = \sum_{r=0}^{\infty} f_r \cdot \frac{D_r'}{\cos \nu_r l} \frac{\cos \nu_r x}{\cos \nu_r l} \cosh \nu_r(z+h) \dots\dots\dots(33)$$

これらの式を $x=l$ における条件式 (15) に用い、前と同様の取り扱いを行なうと D_r'/A を決める連立方程式は式 (23) と同じ形で次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{r=0}^{\infty} (P_{0r} + i Q_{0r} \tan \nu_r l) \frac{D_r'}{2A} &= 1, \\ \sum_{r=0}^{\infty} (P_{nr} - Q_{nr} \tan \nu_r l) \frac{D_r'}{2A} &= 0, \quad (n=1, 2, \dots) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(34)$$

式 (23) と比較すると

$$D_r'/A = 2 D_r/A \dots\dots\dots(35)$$

であることがわかり、また B'/A 、 C_n'/A は次のようである。

$$\frac{B'}{A} = -1 + 2 \sum_{r=0}^{\infty} P_{0r} \frac{D_r}{A}, \quad \frac{C_n'}{A} = 2 \sum_{r=0}^{\infty} P_{nr} \frac{D_r}{A} \dots\dots\dots(36)$$

したがってこの場合反射率は $K_R = |B'/A|$ として求められ、領域 I, II の水面波形は振幅 a の入射波 $\zeta_i = a \cos(kx + ot)$ に対して次式の実数部分で与えられる。

$$\frac{\zeta_1}{a} = \left[e^{ik(x-l)} + \frac{B'}{A} e^{-ik(x-l)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n'}{A} e^{-k_n(x-l)} \right] e^{i(kl+ot)} \dots\dots\dots(37)$$

$$\frac{\zeta_2}{a} = 2 \sum_{r=0}^{\infty} \frac{D_r}{A} \frac{\cos \nu_r x}{\cos \nu_r l} e^{i(kl+ot)} \dots\dots\dots(38)$$

ゆえに $x=0$ における水面変動の振幅は次のようである。

$$\left| \frac{\zeta_2(0)}{2a} \right| = \left| \sum_{r=0}^{\infty} \frac{1}{\cos \nu_r l} \cdot \frac{D_r}{A} \right| \dots\dots\dots(39)$$

領域 II, III の流体圧力 p_2, p_3 は次のようである。

$$\frac{p_2}{\rho g a} = 2 \sum_{r=0}^{\infty} \frac{D_r}{A} \frac{\cos \nu_r x}{\cos \nu_r l} \times \left(\cosh \nu_r z + \frac{\gamma}{\nu_r h} \sinh \nu_r z \right) \cdot e^{i(kl+ot)} \dots\dots(40)$$

$$\frac{p_3}{\rho g a} = 2 \beta \sum_{r=0}^{\infty} \frac{D_r}{A} \cdot f_r \frac{\cos \nu_r x}{\cos \nu_r l} \times \cosh \nu_r(z+h) e^{i(kl+ot)} \dots\dots\dots(41)$$

ゆえに鉛直壁 ($x=0$) に作用する全水平力 P_H は

$$\frac{P_H}{\rho gah} = 2 \sum_{r=0}^{\infty} \frac{1}{\lambda_r' \cos \nu_r l} \left\{ \frac{\gamma}{\lambda_r'} (1 - \cosh q \lambda_r') + \sinh q \lambda_r' + \beta f_r \sinh \bar{q} \lambda_r' \right\} \frac{D_r}{A} e^{i(kl + \sigma t)} \quad (42)$$

前面に捨石がないときの鉛直壁に対する全水平力 P_H' は $P_H'/\rho gah = 2 \tanh \lambda_0/\lambda_0$ で与えられるから、 P_H と P_H' の比を K_P とするとこれは次式のようなのである。

$$K_P = \frac{\lambda_0}{\tanh \lambda_0} \left| \sum_{r=0}^{\infty} \frac{1}{\lambda_r' \cos \nu_r l} \left\{ \frac{\gamma}{\lambda_r'} (1 - \cosh q \lambda_r') + \sinh q \lambda_r' + \beta f_r \sinh \bar{q} \lambda_r' \right\} \frac{D_r}{A} \right| \quad (43)$$

4. 透水層上の波の減衰

式 (13) において $\nu_r h = E_r h - i D_r h$ とおくと、厚さ $q h$ の透水層上を進行する波の水面波形は次のように表わされる (A_r, B_r を定数とする)。

$$\zeta = \sum_{r=0}^{\infty} [A_r e^{D_r x} e^{i(E_r x + \sigma t)} + B_r e^{-D_r x} e^{-i(E_r x - \sigma t)}] \quad (44)$$

表—1 から $D_r > 0$ であるから E_r の正 (負) によって第1項は x の負 (正) 方向、第2項は x の正 (負) 方向に進行する波を表わし、radiation condition を満足するためには、 $x > 0$ では $E_r > 0$ 、 $x < 0$ では $E_r < 0$ を取らねばならない。与えられた σ と h に対しては、無数の D_r, E_r が存在することになるが、 $r \geq 1$ に対しては $D_r \gg D_0$ であるから、進行波の減衰に関しては $r=0$ の場合を考えれば十分である。ゆえに x の正方向に進行する波として

$$\zeta_0 = B_0 e^{-D_0 x} \cdot e^{-i(E_0 x - \sigma t)} \quad (45)$$

とすると、 E_0 は wave number、 D_0 は減衰率を表わすことになる。したがって波長を L とすると $2\pi h/L = E_0 h$ として、 $\nu_0 h$ の実数部分で与えられ、 $D = D_0 h$ とするとこれは虚数部分で与えられる。したがって透水層上の進行波の波長と波高の変化は 表—1 から直接読み取られる。

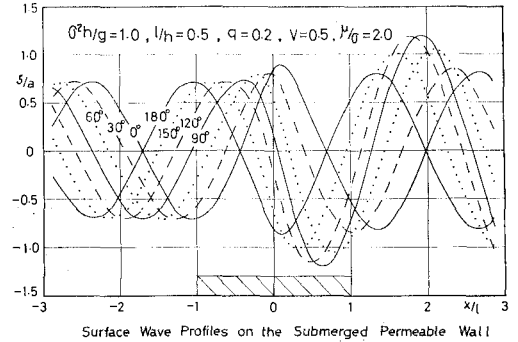
5. 計算結果

透過性物質の空けき率 V を 0.5、流体抵抗の係数を一定で $\mu/\sigma = 2.0$ とした場合の $\nu_r h$ の値を式 (12) により種々の $\sigma^2 h/g$ および q について算出し、 r を 0 から 10 までとして計算した結果を示すと以下のようである。

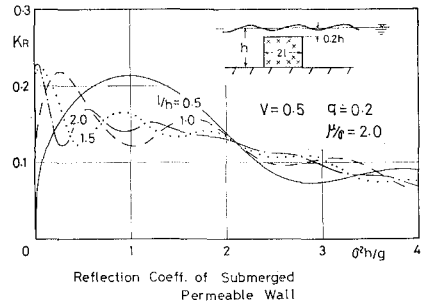
(1) 透過性潜堤の場合

水面波形の例として $\sigma^2 h/g = 1.0$ 、 $l/h = 0.5$ 、 $q = 0.2$ の場合を示すと 図—3 のようである。不透過潜堤の場合 (前論文¹⁾(1971) 図—3) は堤の前後端 ($x = \pm l$) で loop が現われるが、この場合には loop や node は堤部分には現われず、波の振幅は一樣に減少することがわかる。

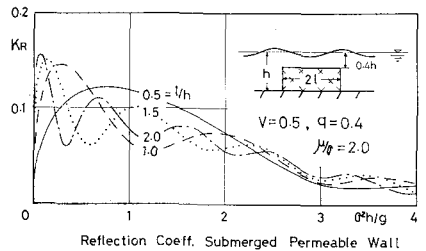
$q = 0.2$ および 0.4 の場合に、 $l/h = 0.5, 1.0, 1.5$ および 2.0 として $\sigma^2 h/g$ を 0.1 から 4.0 まで 0.1 ごとに变えて、反射率 K_R と通過率 K_T とを式 (28) により計算するとそれぞれ 図—4 (a), (b)、図—5 (a), (b) のようである。 q が大きくなると反射率は当然小さくなるが、 l/h による変化はあまり著しくなく、不透過潜堤の場合 (前論文 図—2) に見られるような反射率 0 の状態



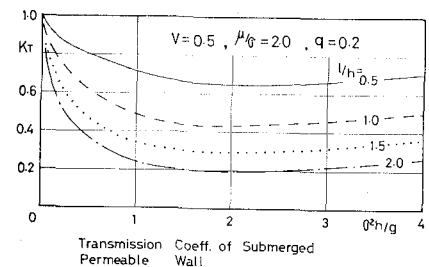
図—3



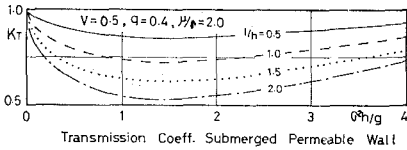
図—4 (a)



図—4 (b)



図—5 (a)



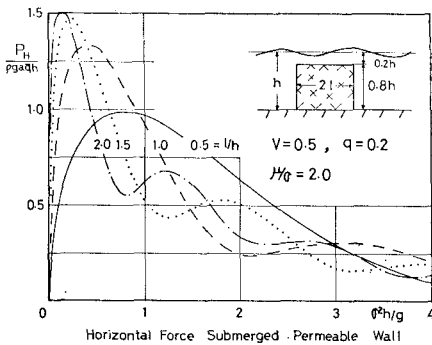
図—5 (b)

は存在しないが、全体的に反射率は低いことがわかる。

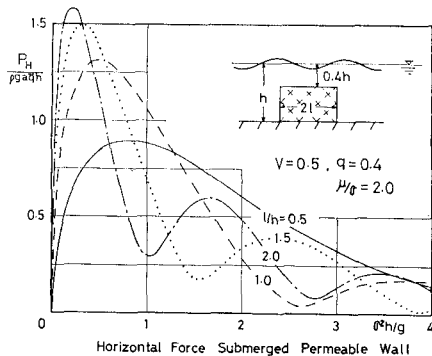
通過率は q が大きいと当然大きい、反射率と異なって l/h の値により著しく変わり、潜堤の幅が広いとき通過率は著しく小さくなり、その傾向は q が小さいときに著しいことがわかる。またいずれの場合にも $\sigma^2 h / g$ が 1.5~2.0 の付近で通過率が最も低いのが特徴的である。

不透過潜堤においては反射率のみが通過率を決めることになるが、透過潜堤では、反射率の値そのものが小さく通過率を支配するのは、堤体内域における波のエネルギー損失が主なもので、したがって潜堤の効果は深さ qh とともに幅 l によって決まると考えて差し支えないことがわかる。

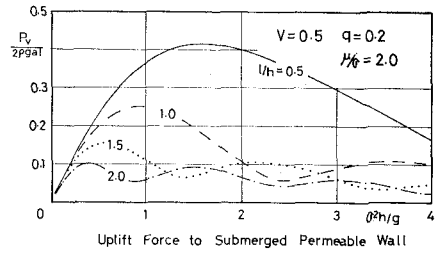
潜堤に対する全水力和揚圧力を式 (30) により計算すると 図—6 (a), (b) および 図—7 (a), (b) のようである。水平力の $\sigma^2 h / g$ による変化は反射率と類似の形で、また l/h による相違はそれほど大きなものではない。特徴的なのは、 q の値による水平力の差がきわめて小さいことである。揚圧力の $\sigma^2 h / g$ による変化は水平力の場合



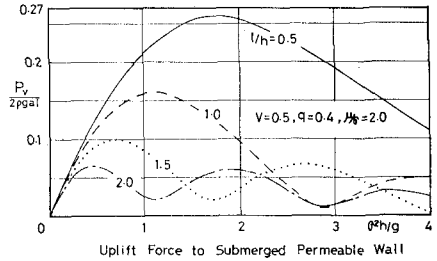
図—6 (a)



図—6 (b)



図—7 (a)

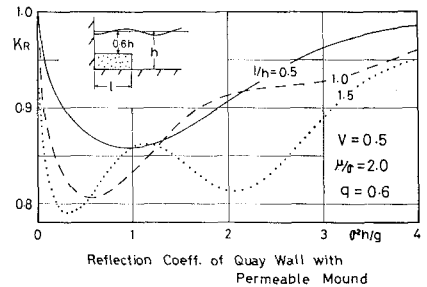


図—7 (b)

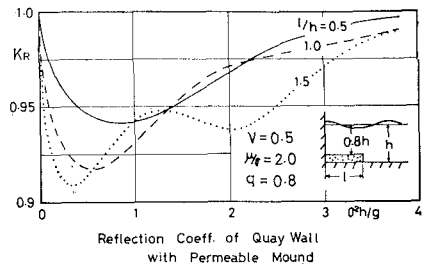
とは著しく相違するが、 q による変化は相似で、ただその値が q が大きい場合に大きいことが特徴的である。水平力は q によりほとんど変わらないにかかわらず、揚圧力が大きく変わるのは、前者が圧力の水平方向の勾配、後者が鉛直方向の勾配に関することによる。

(2) 根固め捨石の影響

不透過鉛直壁の前面に根固め捨石をおいた場合に起こる変化は反射率と壁体に対する水平力と揚圧力および底面での流速の変化である。揚圧力と底面流速についてはここでは触れない。反射率を $l/h=0.5, 1.0, 1.5$ につい



図—8 (a)



図—8 (b)

て $q=0.6$ および 0.8 について計算すると 図-8(a), (b) のようである。 q が小さいほど反射率は小さくなり、また l/h が大きいほど小さくなることは明らかであるが、いずれにしても反射率はほぼ 0.9 以上であるから、実際上反射率に対する影響は省略される程度である。

鉛直壁面に沿う水面変動量を式 (39) により計算すると 図-9 のようである。反射率と同様 q が小さいほど、 l/h が大きいほどこの値は小さく、かつ常に 1.0 より小さい。これは根固め捨石がない場合に比べて、越波量を減少させる効果があることを示している。

最後に根固めがある場合とない場合の鉛直壁面に対する全水平力の比 K_P を式 (43) で計算すると 図-10 のようである。これによると $\sigma^2 h/g$ が大きいときを除いて、この比は 1 より小さく、捨石によって圧力の大きさが減少することになるが、実際には省略される程度であることがわかる。

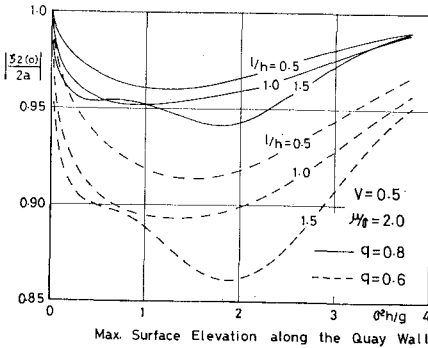


図-9

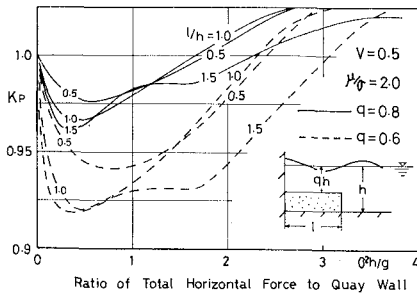


図-10

(3) 透水層による波の減衰

$V=0.5$ とし $\mu/\sigma=2.0$ および 1.0 の場合の $D=D_0 h$ (式 45) を、式 (12) により、種々の q の値について計算した結果は 図-11 のようである。 μ/σ が大きいほど減衰率は大きいことはもちろんであるが、また q が小さいほど (透水層が厚いほど) 減衰率は当然大きい。しかも $\sigma^2 h/g$ が $1\sim 3$ において最も大きく、それよりも大きいときまたは小さいときには、減衰率は小さいことがわ

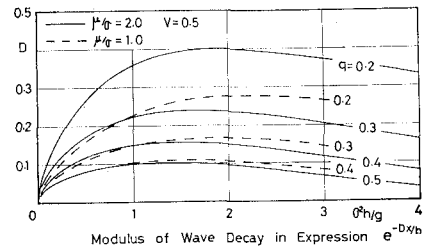


図-11

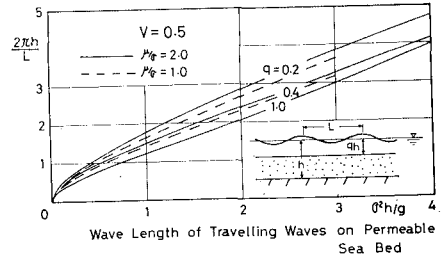


図-12

かる。おのおの場合に対する波長を示すと 図-12 のようである。 μ/σ の大きいほど、また q の小さいほど同じ $\sigma^2 h/g$ に対する波長 L は小さいことになる。

6. むすび

以上の取扱いはすべて微小振幅波を仮定して、 q の値が $0\sim 1$ の間にあるとき、常に潜堤上面に波が存在することを前提とするから、有限波高の波ではもちろん q の値によって碎波が起こり、上述の結果とかなり異なることになることが考えられる。また μ/σ の値をここでは一定で 0.2 (または 0.1) とおいている。これは“透過性防波堤および岸壁”その他に関する著者の研究により、最も妥当と認められる値を取ったものであるが、厳密には $\sigma^2 h/g$ あるいは q の値に関係することもあり得る。したがって実験的にこれを確かめる必要があり、現在検討中である。別の機会にこれについて報告する予定である。

参考文献

- 1) 井島武士・佐々木富雄: “潜堤の効果に関する理論的研究” —1. 不透過潜堤—, 第18回海岸工学講演会論文集, 1971.
- 2) Putnam, J.A. (1949): “Loss of Wave Energy due to Percolation in a Permeable Sea Bottom” Trans. A.G.U. Vol. 3, No. 3
- 3) Reid, R.O. and K. Kajiura (1957): “On the Damping of Gravity Waves over a Permeable Sea Bed” Trans. A.G.U. Vol. 38, No. 5
- 4) 井島武士・江口泰彦・小林 彰: “透過性防波堤と岸壁に関する研究”, 第18回海岸工学講演会論文集, 1971