

減衰域における不規則波の変形について

榎 木 亨*・田 端 竹 千 穂**

1. 緒 言

波が発達していく場合の不規則波の変形過程については、Hasselman^{1),2),3)}, Barnett⁴⁾, Tick⁵⁾らの非線型エネルギー伝達の研究があり、またわが国においても浜田⁶⁾, 光易⁷⁾らのエネルギー伝達に関する非線型干渉の効果に関する研究が発表されている。

本研究は、これらの不規則波の変形機構に関する一連の研究と同様のものであるが、一様勾配斜面上における減衰域を伝播する不規則波の変形をとりあげ、従来規則波の変形においてとりあげられてきた shoaling の効果、底部摩擦の効果、内部粘性による効果などの線型理論によるスペクトル変形量を求め、実測値との対応性からその非線型効果を求めようとしたものである。また非線型効果をバイスペクトルによってとらえ、その地点別変化から、波の進行に伴う浅海領域での特性を明らかにした。

2. 線型理論による波のスペクトルの変形について

深海における波のスペクトルの時間的変化については、Hasselman が風によるエネルギー供給、各成分波間の非線型相互干渉によるエネルギー逸散、碎波、内部粘性などのエネルギー変化の和で示されることを明らかにし、さらに Barnett⁴⁾はこの非線型相互干渉によるスペクトルの時間的変化を考える略算式を示している。

本研究において、とりあげた波は、後述するようなフラップ型造波装置に不規則可振装置をとりつけた不規則波発生装置によって発生する波であるため、解析においても、風によるエネルギー供給がない場合を対象としていることをあらかじめことわっておきたい。

規則波の進行に伴う波の変形においてとりあげられたように、一般に2つの相隣れる方向線間のエネルギーが保存されるとすると、単位時間幅を横切って輸送される波の平均伝達エネルギー $\bar{W}$ は次式で示される。

$$\frac{d}{dx}(b\bar{W}) = -F \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 b : 相隣れる方向線の間隔、 F : 底部摩擦、内部粘性などによるエネルギー逸散を示す。

微小振幅波理論の場合、上式の $\bar{W}$ は $\bar{W} = C_g E$ (C_g : 波の群速度、 E : 波のもつ平均エネルギー) で表わされるが、この E は、パワースペクトルと次式で示すような関係があるので、 $\bar{W}$ は式(3)のように表わすことができる。

$$E = \rho g \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\sigma) d\sigma \dots\dots\dots (2)$$

$$\bar{W} = \rho g \int_{-\infty}^{\infty} n(\sigma) C(\sigma) \Phi(\sigma) d\sigma \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $\Phi(\sigma)$: パワースペクトル、 $\sigma = 2\pi/T$, T : 周期、 $C(\sigma) = \sigma/k$, $k = 2\pi/L$, $\sigma^2 = gk \tanh kh$, h : 水深

$$n(\sigma) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right)$$

である。式(3)を式(1)に代入すると

$$\rho g \frac{d}{dx} \left[b \int_{-\infty}^{\infty} n(\sigma) \Phi(\sigma) d\sigma \right] = -F \dots\dots\dots (4)$$

となる。

(1) Shoaling の効果

Shoaling によって波が変形する場合、波の伝達エネルギーが保存されるとすると $F=0$ から、

$$b_1 \int_{-\infty}^{\infty} n_1(\sigma) C_1(\sigma) \Phi_1(\sigma) d\sigma = b_2 \int_{-\infty}^{\infty} n_2(\sigma) C_2(\sigma) \Phi_2(\sigma) d\sigma \dots\dots\dots (5)$$

が成立する。ここに添字 1, 2 はそれぞれ断面 1 および断面 2 の値を示すものである。

各周波数の成分間におけるエネルギーの移項、すなわち非線型干渉がないと仮定すると、式(5)より

$$\frac{\Phi_2(\sigma)}{\Phi_1(\sigma)} = \frac{b_1}{b_2} \cdot \frac{n_1(\sigma)}{n_2(\sigma)} \cdot \frac{C_1(\sigma)}{C_2(\sigma)} = K_s^2 \dots\dots\dots (6)$$

となる。

(2) 内部粘性による効果

単位体積の流体が単位時間に粘性のため逸散するエネルギーの基礎式より、不規則波の内部粘性による単位面積当たり、単位時間に逸散する平均エネルギー $\langle E_{fi} \rangle$ を求めると次式のように表わすことができる。

$$\langle E_{fi} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \mu \sigma^2 \beta \operatorname{cosech}^2 kh \cdot \frac{2k}{\beta} \cdot \sinh 2kh \cdot \Phi(\sigma) d\sigma \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 $\beta = \sqrt{\sigma/2\nu}$, ν : 動粘性係数で $\langle \rangle$ はアンサンブル平均を示す。

一様水深を仮定すると式(4)で $F = b \langle E_{fi} \rangle$ とお

* 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 運輸省第一港湾建設局

いて、

$$\rho g \int_{-\infty}^{\infty} n(\sigma) C(\sigma) \cdot \frac{\partial \Phi(\sigma)}{\partial x} d\sigma = - \int_{-\infty}^{\infty} \mu \sigma^2 \beta \operatorname{cosech}^2 kh \cdot \frac{2k}{\beta} \cdot \sinh 2kh \cdot \Phi(\sigma) \cdot d\sigma \quad (8)$$

が成立する。スペクトルの各成分間の非線型干渉がないと仮定すると、

$$\frac{1}{\Phi(\sigma)} \cdot \frac{\partial \Phi(\sigma)}{\partial x} = \frac{-8\pi^2}{\beta L^2 (\sinh 2kh + 2kh)} \cdot \frac{2k}{\beta} \cdot \sinh 2kh \quad (9)$$

がえられる。これより断面間のパワースペクトルの関係は、

$$\left. \begin{aligned} \Phi_2(\sigma) &= \Phi_1(\sigma) \exp(-\varepsilon_i x/L) \\ \varepsilon_i &= \frac{8\pi^2}{\beta L (\sinh 2kh + 2kh)} \cdot \frac{2k}{\beta} \cdot \sinh 2kh \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

で求められる。

(3) 底部摩擦による効果

境界層を層流境界層と仮定すると、微小振幅波理論を用いた境界層内の流速はスペクトル表示で

$$u(t, z, x) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\sigma|}{\sinh kh} dA(\sigma) [e^{i(kx - \sigma t)} - e^{-\beta z} e^{i(kx - \sigma t + \operatorname{sgn}(\sigma)\beta z)}] \quad (11)$$

ここに、 $dA(\sigma)$ は角周波数 σ における振幅、 $\operatorname{sgn}(\sigma)$ は σ の符号を示す。境界層内における単位時間、単位面積当たりのエネルギー逸散の平均値 $\langle E_{fb} \rangle$ は

$$\langle E_{fb} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \langle \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \rangle dz$$

で表わすことができるので、境界層厚 δ を $2\pi/\beta$ にとり式 (11) を上式に代入すると

$$\langle E_{fb} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \mu \beta \sigma^2 \operatorname{cosech}^2 kh \Phi(\sigma) d\sigma \quad (12)$$

が成立し、前項と同様に $F = b \langle E_{fb} \rangle$ とおくと、 $\Phi_2(\sigma)$ は

$$\left. \begin{aligned} \Phi_2(\sigma) &= \Phi_1(\sigma) \exp(-\varepsilon_b x/L) \\ \varepsilon_b &= \frac{8\pi^2}{\beta L (\sinh kh + 2kh)} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

で与えられる。

(4) 側壁摩擦による効果

実際の場合はこの効果は見い出せないが二次元の実験結果を解析していく場合には、この効果を考慮しておかなければならない。

側壁摩擦による単位水深当たり、単位幅の平均エネルギー逸散 $\langle 2E_{fw} \rangle$ は

$$\langle 2E_{fw} \rangle = \frac{2}{hB} \int_0^B \int_{-h}^0 \mu \left\langle \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right\rangle dz \cdot dy \quad (14)$$

で与えられる。ここに B は水路幅である。前項に示すような境界層内の流速を考え、また非線型干渉がないと仮定すると、 $\Phi_2(\sigma)$ は

$$\left. \begin{aligned} \Phi_2(\sigma) &= \Phi_1(\sigma) \exp(-\varepsilon_b \phi x/L) \\ \phi &= \sinh 2kh/kB \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

で与えられる。

(5) 進行に伴うスペクトルの変化量の算定

進行に伴う2地点間のスペクトルの変化 $\Delta\Phi(f)_{cal}$ はスペクトルの成分間における非線型効果がないと仮定

し、上述の式 (6), (10), (13), (15) を用いて、ある測点のスペクトルを計算して、両者の差をもって求めることができる。

なおこれらの理論式は shoaling の効果を除いて一様水深に対して適応されるものであるので、近似計算として本論文の場合2地点間を7等分し、その7等分間の水深を一様として、その平均水深をもって求めた。すなわち、 $\Phi_i(f)$ 、 $\Phi_{i+1}(f)$ を i および $i+1$ 番目の測定点のスペクトルとすると、 $\Phi_{i+1}(f)$ は次式で与えられる。

$$\Phi_{i+1}(f)_{cal} = k_s^2 \Phi_i(f) \exp(-E_f) \quad (16)$$

ここに $f = 2\pi\sigma$ で、 E_f は次式で示されるものである。

$$E_f = \sum_{\text{各区分}} [\varepsilon_i + (1 + \phi)\varepsilon_b] \Delta x/L \quad (17)$$

したがって変化量 $\Delta\Phi(f)_{cal}$ は

$$\begin{aligned} \Delta\Phi_{cal} &= \Phi_{i+1}(f)_{cal} - \Phi_i(f) \\ &= [k_s^2 \exp(-E_f) - 1] \Phi_i(f) \end{aligned} \quad (18)$$

で求められる。

3. 実験によるスペクトルの変化の検討

(1) 実験方法と実験波の特性

先に述べたように、本実験で用いた不規則波の発生方法は、フラップ式造波装置を用いたものであるが、不規則振動の入力としてはホワイトノイズを用い、バンドパスフィルターを通して次式で与えられるような Rayleigh 分布を示す波高を発生せしめる方法である⁸⁾。

$$p\left(\frac{H}{\bar{H}}\right) = \frac{\pi}{2} \frac{H}{\bar{H}} e^{-\pi/4(H/\bar{H})^2} \quad (19)$$

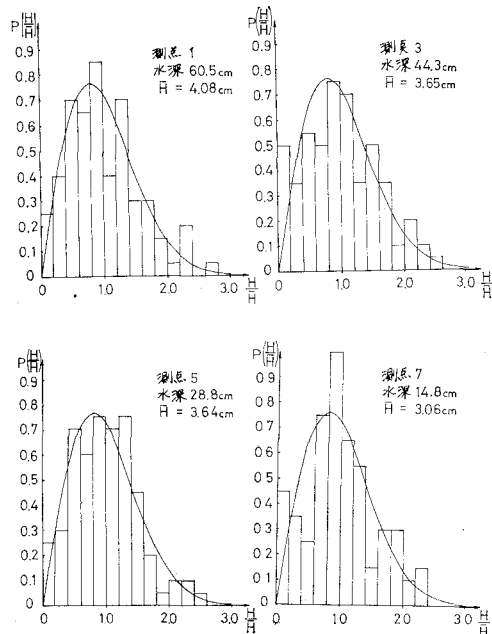
ここに、 H : 波高、 $\bar{H}$: 平均波高である。

用いた実験水槽は、長さ 30m、幅 0.7m、高さ 0.9m の鉄製水路で一端に 1/40 勾配の斜面を有している。波高計は造波板より 7.5m の位置からはじまって 2.8m 間隔で 8 点 (測点番号 M₁M₂……M₈) に設置し、波高記録はデーターレコーダーを用いて磁気テープに収録した。なお各測点における水深は以下の表のような値をもつ。

表—1 測点の水面

測 点	M ₁	M ₂	M ₃	M ₄	M ₅	M ₆	M ₇	M ₈
水深 (cm)	60.5	50.1	44.3	37.1	28.8	22.1	14.8	8.5

CASE 2



図—2 波高分布の変化

さらに、各測点における $\bar{H}$ (平均波高), $H_{1/3}$, $H_{1/10}$ ($H_{1/n}$ は $1/n$ 有義波) を求め、 M_1 におけるそれぞれの測定値より規則波としての変形理論式より推算した値、すなわち shoaling の変化、底部摩擦により変形、側壁摩擦による変形、内部粘性による変化を考慮して推算した値と比較したのが 図—3 である。

この図より $\bar{H}$, $H_{1/3}$, $H_{1/10}$ いずれの場合も理論値の方が実測値よりその変化度は小さく、各測定点とも実測値の方が理論値よりも小さい波高を示している。この傾向は $\bar{H}$ より $H_{1/3}$, $H_{1/10}$ の場合の方が大きい。これらの原因は明らかではないが次の諸原因に基づくものと考えられる。

a) 線型理論によるエネルギーの摩擦損失係数の差異: すなわち、底部粗度、側壁摩擦の効果の評価が層流境界層理論から導いた値よりさらに大きいのではないかとことであって、これについては岩垣⁹⁾ にも規則波の変形の試験において式 (13) で示す s_0 が理論値より 40% 程度大きいことを指摘している。

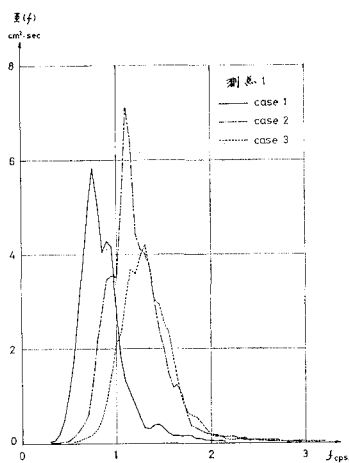
b) Shoaling 効果による波高の増大の有無: すなわ

表—2 M_1 地点におけるスペクトルの特性値

種 類	スペクトルのピーク	平均周波数 (f_0)	m_0	m_2/m_0	m_4/m_0	スペクトル幅 ε	$\bar{H}$ (cm)	$\bar{T}$ sec	$H_{1/3}$ cm	$T_{H_{1/3}}$ sec
case 1	0.75 c.p.s	0.859 c.p.s	2.45 cm ²	0.738	0.686	0.455	3.42	0.997	5.79	1.16
case 2	1.10 c.p.s	1.19 c.p.s	3.35 cm ²	1.426	2.391	0.387	4.08	0.761	6.74	0.814
case 3	1.30 c.p.s	1.33 c.p.s	2.42 cm ²	1.757	3.518	0.350	3.45	0.700	6.01	0.770

実験に用いた波の特性は、上述の記録を A—D 変換器で 1/15 秒間隔で 3750 個読みとり、これを Blackman-Tuckey 法を用いてスペクトル解析を行なって求めた。測点 M_1 においてえられたスペクトルを 図—1 に示す。

なおこのスペクトルは one-side

図—1 実験波のスペクトル (M_1 地点)

スペクトルで、その自由度は 50、分解能 $\Delta f = 0.05$ c.p.s., Nyquist 周波数 7.5 c.p.s. である。

また測定 M_1 における実験波のスペクトルの特性を表—2 に示す。

ただし

$$f_0 = \sqrt{\frac{\int_0^\infty f^2 \Phi(f) df}{\int_0^\infty \Phi(f) df}}, \quad \varepsilon^2 = \frac{m_0 m_4 - m_2^2}{m_0^2 m_4},$$

$$m_n = \int_0^\infty f^n \Phi(f) df$$

(2) 波高特性の変化

スペクトルの変化を検討するにさきだって、波高特性の変化を求めておく。資料は連続 100 波の記録から求め、波高は谷から山の値周期は波の谷から谷への記録である。

図—2 は波高の頻度曲線の地点別変化を表わしたものの一例で、波高分布は深い領域 ($M_1 \sim M_3$) では式 (19) に示す Rayleigh 分布とよく一致するが、浅い領域 ($M_4 \sim M_8$) になるにしたがって Rayleigh 分布より幅の広い波高分布を示すようになってくる。

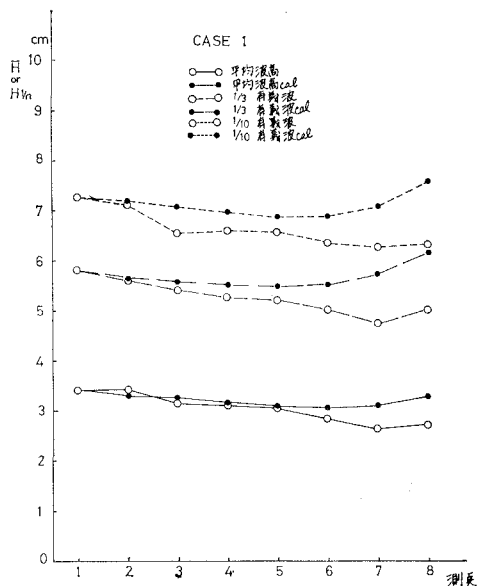


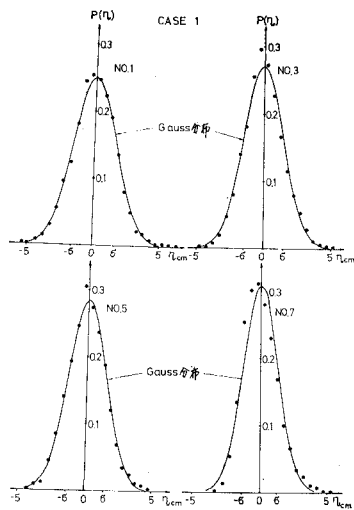
図-3 有義波波高の地点別変化

ち理論値においては図に示すように測点 M_7 , M_8 の浅い領域で shoaling 効果による波高の増加をみているにもかかわらず、実測値では浅い領域でも波高の増大はみられず理論通りの shoaling 効果があらわれていない。

c) 上記諸要素におよぼす不規則波の非線型効果

上記 a)~c) の波高の変化におよぼす理論値と実測値の差異の影響は、次のスペクトルの地点別変化にも当然あらわれてきている。

なお水位変動 $\eta(t)$ の頻度分布の水深変化に伴う変化を示したのが図-4である。これによると $\eta > 0$ の部分の示すその確率は浅い領域になるほど Gauss 分布より大きく $\eta > 0$ の部分のそれは Gauss 分布より小さ

図-4 $\eta(t)$ の変化

いが全体として Gauss 分布とよく一致しているので水位 η の非線型性はあまり強くないものと考えられる。

(3) スペクトルの変化とその非線型効果について

a) スペクトル形状の変化

図-5 は波の進行に伴うスペクトル形状の変化を示し

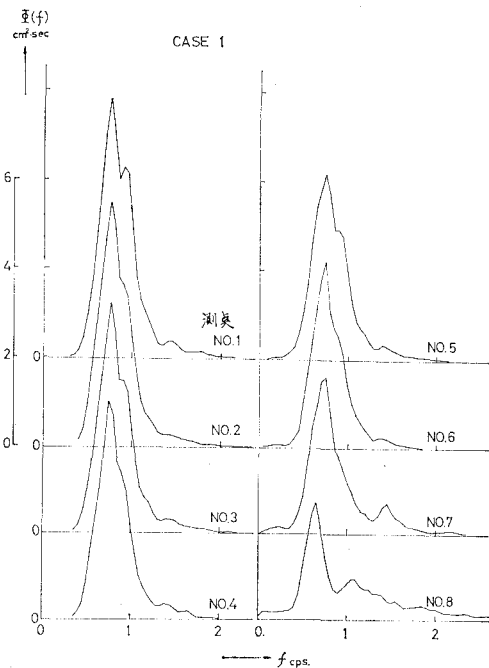


図-5 進行に伴うスペクトル形状の変化

た一例であって、最も深い水深を示す M_1 地点ではその前面は急激に立っており最大周波数 0.75 c.p.s. より少し高周波側 0.9 c.p.s. に 2 番目のピークがあらわれている。このスペクトル形状は波の進行に伴って、最大ピークが大きく減衰するとともに、 M_7 , M_8 といったきわめて浅い領域になると第 2 のピークは完全に消滅してしまう。さらにこの領域では高周波数側の成分の相対的な増加が著しい。これより、波の進行に伴うエネルギー逸散の大きな特徴としては最大ピークおよびそれより少し高周波側付近のエネルギーが、より高周波側へと流出していくものと考えられる。

b) スペクトルの変形量

スペクトルの変形量の実測値としてはある測点のスペクトルより手前の測点のスペクトルとの差をもってあらわした。すなわち、

$$\Delta\Phi(f)_{\text{mes.}} = \Phi_i(f) - \Phi_{i-1}(f), \quad (i=2, 3, \dots, 8)$$

また計算値 $\Delta\Phi(f)_{\text{cal}}$ としてはスペクトルの成分間の非線型効果がないと仮定し式 (18) でもって求めることとしたが、本実験の場合式 (17) の Δx を $\Delta x = 40 \text{ cm}$ としてその間は一様水深として計算を進めている。

なお式 (18) に基づいてスペクトル変化を求めると、計算スペクトルと実測スペクトルの面積(波のエネルギー)が一致しないため、計算スペクトルと実測スペクトルの面積を一致させるように E_f を C_m 倍してそれより得られたスペクトルを修正スペクトル $\Phi(f)_{\text{mod}}$ としてスペクトルの修正変形量 $\Delta\Phi(f)_{\text{mod}}$ を式 (22) のようにして求めて実測値との比較をも試みている。

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{i+1}(f)_{\text{mod}} df = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{i+1}(f) df \dots \dots \dots (20)$$

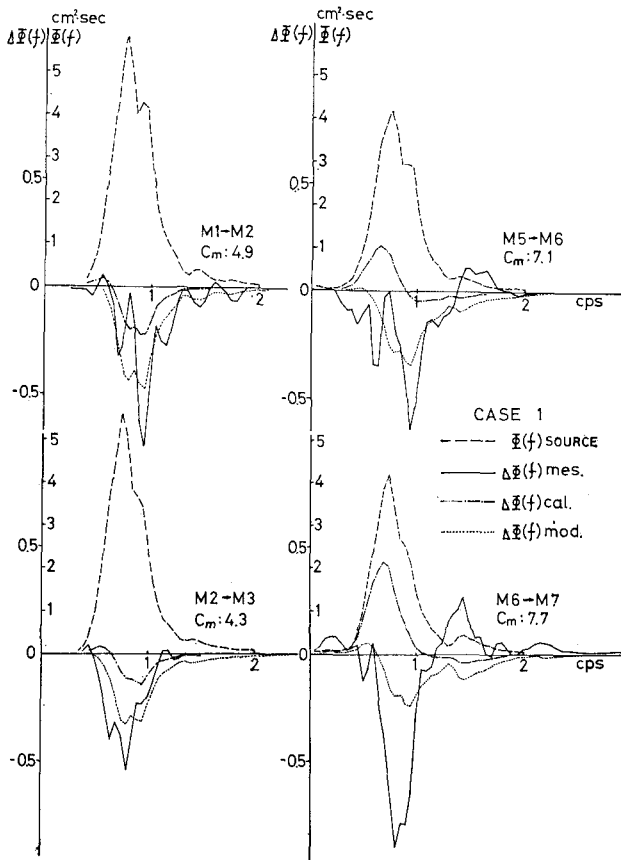
ここで

$$\Phi_{i+1}(f)_{\text{mod}} = k_s^2 \cdot \Phi_i(f) \exp(-C_m E_f) \dots \dots \dots (21)$$

したがって、

$$\Delta\Phi(f)_{\text{mod}} = \Phi_{i+1}(f)_{\text{mod}} - \Phi_i \\ = [k_s^2 \exp(-C_m E_f) - 1] \Phi_i(f) \dots \dots \dots (22)$$

上記修正スペクトルを求めるに当たって E_f のみ C_m 倍したのは本節(2)の波高変化の実験値と理論値の差異の原因として考えられる a) の原因を考慮して修正を行なったもので図中に補正係数 C_m の値を記入しておいた。



図—6 スペクトルの変形量 $\Delta\Phi(f)$ の変化

図—6 は、このスペクトルの変形量 $\Delta\Phi(f)$ の変化について理論値と実験値を比較したものであって図中 $\Phi(f)_{\text{source}}$ は式(18)における $\Phi_i(f)$ であり、 $\Delta\Phi(f)_{\text{cal}}$ は線型理論から導いた式(18)によって求められるスペクトルの変形量、 $\Delta\Phi(f)_{\text{mod}}$ は式(22)で求められる修正スペクトル変形量である。

この図からわかるように比較深い領域では ($M_1 \rightarrow M_2$, $M_2 \rightarrow M_3$) 実測値は計算値より凹凸が激しいけれども、その位相はよく一致している。しかし $\Delta\Phi_{\text{cal}}$ は実測

値よりも相当に小さくあらわれており、式(20)~(22)によって修正した $\Delta\Phi(f)_{\text{mod}}$ は実測値とかなり一致することが見出せる。一方水深が浅くなると ($M_6 \rightarrow M_7$, $M_7 \rightarrow M_8$)、修正スペクトルを用いても大きな差異が認められる。特に実測値では高周波数側におけるエネルギー増大があるのに対し、計算値 ($\Delta\Phi(f)_{\text{cal}}$) ではスペクトルのピーク付近における shoaling 効果によるエネルギー増大が顕著で、その傾向は全く逆になっている。このような shoaling の効果が実測値と理論とは大きくなることは先に述べた有義波高の変化と全く共通するものである。以上の事実から、水深の深い領域では比較的スペクトル成分波間の非線型効果が小さいのに対し、浅くなる

にしたがって、この非線型効果が急激に強まっていくものと考えられる。なお補正係数は各水深とも一定ではなく、比較的深い個所では4前後、浅い領域では7~8の値を示している。

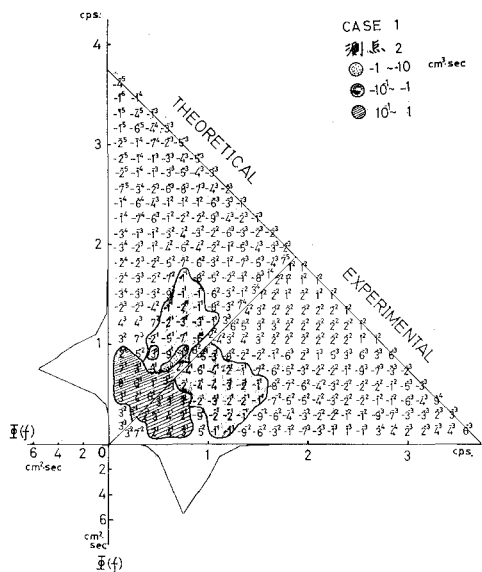
4. バイスペクトルについて

一般に表面波を Gaussian と考えた場合、その状態を説明するにはその2次のモーメントであるパワースペクトルで十分であるが、しかしこれを non-Gaussian と考えた場合3次および高次のモーメントが必要となってくるであろう。その最初の段階として3次のモーメントであるバイスペクトルを考える。このバイスペクトルの理論については Hasselman¹⁰⁾ によって導かれており、また柿沼¹¹⁾ からも実際の記録からこの計算を行なっている。著者らも実測した水位変動をデジタル化し、この3次のモーメントとして計算することにより直接求めるバイスペクトルの実測値と、水位変動のパワースペクトルより求める理論値との比較を行なった。

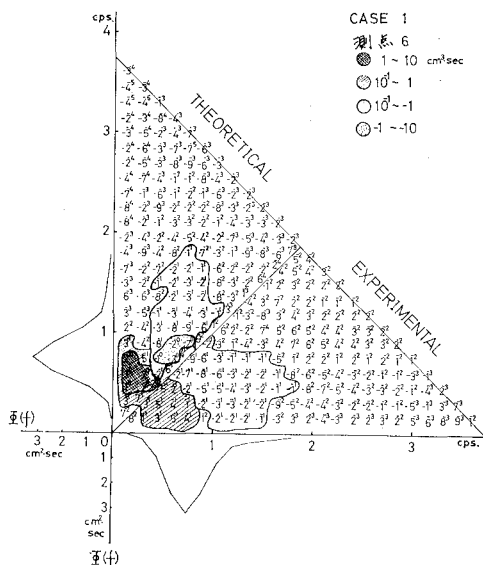
図—7(a) は測点 M_3 におけるバイスペクトルで左上は理論値、右下は実測値である。

図—7(b) は測点 M_6 におけるバイスペクトルである。これらの図においてバイスペクトル

の理論値と実測値とを比較すると、正負の絶対値の大きな部分(図中●●部分)の形状は比較的よく一致している。しかし水深が浅くなるにしたがってその絶対値は実測値の方が理論値よりかなり大きくなる部分があられてくる。このことは、比較的水深の深い部分では、水位変動の非線型効果はその2次の非線型効果でかなり説明されるが、水深の浅くなるにしたがって2次の非線型効果では説明つかなくなり、さらに多次の非線型効果を考慮しなければならないことを意味するものであろう。



(a)



(b)

図-7 バイスpekトルの変化

またパワースpekトルのピークより高周波数側の slope におけるバイスpekトルの値は負の値を示し、ピークより低周波数側の slope におけるその値は正の値を示している。

5. 結 語

以上著者らはまず不規則波の進行に伴う変形を取り扱う第1歩として、規則波の進行に伴う線型の変形理論を適用して、その理論値と実測値との差異から、各水深における非線型効果を明らかにした。その結果、水深の深い領域についてはスペクトル成分波間の非線型効果は顕著ではないが、水深の浅いところでは非線型効果が強くあらわれてくることが明らかになったが、今後この浅い領域での shoaling 効果を明確にしてスペクトル変化について再検討するとともに沿岸構造物設計における基礎資料としたいと考えている。

参 考 文 献

- 1) Hasselman, K.: On the non-linear energy transfer in a gravity-wave spectrum, Part 1, General theory, J. Fluid Mech. Vol. 12, 1962, pp. 481-500.
- 2) Hasselman, K.: On the non-linear energy transfer in a gravity-wave spectrum, Part 2, conservation theorem; wave particle analogy; Irreversibility, J. Fluid Mech, Vol. 15, 1963 a, pp. 273-281.
- 3) Hasselman, K.: On the non-linear energy transfer in a gravity-wave spectrum, Part 3, Evolution of the energy flux and sea-swell interaction for a Neumann spectrum, J. Fluid Mech, Vol. 15, 1963 b, pp. 385-398.
- 4) Barnett, T. P.: On the generation, dissipation and predictions of oceans waves, J. Geophys. Res, Vol. 173, No. 2, 1968, pp. 513-529.
- 5) Tick, L. J.: A non-linear random model of gravity waves, J. Math. Mech, Vol. 8, No. 5, 1959, pp. 643-652.
- 6) Hamada, T.: The secondary interaction of surface waves, Report of Port of Harbour Technical Research Institute, No. 10, 1965.
- 7) Mitsuyasu, H.: A note on the non-linear energy transfer in the spectrum of wind-generate waves, Report of Port of Harbor Technical Research Institute, No. 54, 1968.
- 8) 榎木 亨・岩田好一朗・田端竹千穂: 造波機の性能について, 土木学会論文報告集, No. 189, pp. 53-59, 1971-5.
- 9) 岩垣雄一: 波の変形論, 1967 年度水工学に関する夏期研修集会講義集.
- 10) Hasselman, K, Munk, M. and Mac Donald, G.: Bispectra of ocean waves, Time Series Analysis, ed. M. Rosenblatt, Chap. 8., John Wiley & Sons, 1962.
- 11) 柿沼忠男・石田 昭・門司剛至: 記録にもとづく海岸波浪の非線型性の解析, 第15回海岸工学講演会講演集, pp. 73-79, 1968.