

実験計画法による海浜変形の研究

——高次交互作用について——

増 田 重 臣*・伊 藤 政 博**

1. 緒 言

海浜変形あるいは海岸過程に対処する現地調査、実験的研究方法は堀川¹⁾によって、Macro Scale, Meso Scale, Micro scale の3種類のオーダーに大きく分類できることが指摘されている。一方、Johnson, Eagleson²⁾によって、海浜特性にはいくつかの要因のみならずこれらの相互作用が関連していることを指摘している。

著者は海浜変形に関する実験的研究を Meso Scale の観点から、数時間のオーダーで現象を把握し、推測統計学的な面から実験を主体にした実験計画法を適用してこの研究を行ってきた。その結果、実験結果の解析により、Johnson らが指摘した海浜特性と要因の相互作用の関連性から、交互作用因子という要因の存在を明らかにした。これまでに、これに関連して、第17回・第18回海岸工学講演会論文集^{3),4)}で次の内容で研究の一端を報告した。

(i) 海浜変形とその背景に存在する要因との関係。

(ii) 実験計画法を適用した一連の分析結果から、海浜変形と個々の要因との関連について、単独因子および交互作用(2因子交互作用)因子の寄与率の計算。

(iii) (ii)に関連して、要因効果の図的表示。

以上のように海浜変形の過程と要因の因果関係について、単独因子と2因子(2次)交互作用の要因効果を主として研究してきた。その結果、海浜変形とその背景に存在する要因との間にはさらに高次の交互作用なる要因効果が存在すると考えられる。

今回の報告では、高次交互作用が海浜変形におよぼす影響の度合、換言すれば寄与率の計算方法および計算結果について報告するがその概要は次のようである。

(1) 実験計画法に従って実験・解析を進めるために必要不可欠な直交配列表の統計・推計学的背景およびこの配列表の特色について。

(2) 高次交互作用を計算する手順について。

(3) 第1回計算結果と第2回計算結果の比較および高次交互作用因子の寄与率について。

2. 実験計画と直交配列表

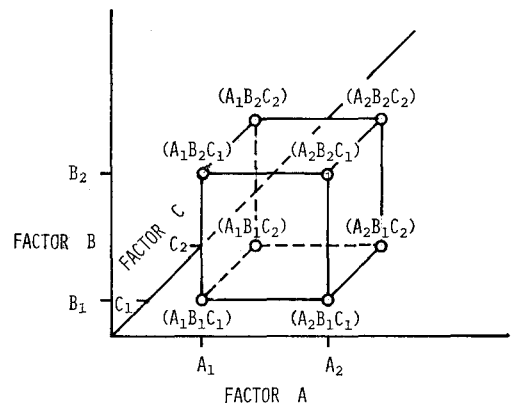
従来の実験的研究から、海浜変形に対して単独あるいは交互作用の状態と比較的大きな影響をおよぼしていると考えられる要因は次の4種類である。

(i) 底質粒径 d_m (A): $A_1=0.20$ mm, $A_2=1.75$ mm.

(ii) 初期浜勾配 i_0 (B): $B_1=1/10$, $B_2=1/18$.

(iii) 沖波波形勾配 H_0/L_0 (C): $C_1=0.0054$, $L_0=1,259$ cm; $C_2=0.0314$, $L_0=563$ cm.

(iv) 波の作用時間 Q (Q): $Q_1=0.5^h$, $Q_2=1^h$, $Q_3=2^h$, $Q_4=4^h$, $Q_5=6^h$, $Q_6=8^h$.



図—1 要因の処理組合せの図的表示

(i)~(iv)の4つの代表的因子を適宜使用して直交配列表について論じよう。説明の簡略化のため、すなわち各因子の関係を3次元の空間で説明するために因子 Q は多水準値を使用しているので、この因子による効果および交互作用効果については一応省略して説明を進める。

水準値が2水準である A, B, C の因子と波の作用時間 Q が $q=6$ 水準である実験の場合、この実験は $2 \times 2 \times 2$ or 2^8 型実験計画にあてはめることができる。そこで、 A, B, C の因子について、各水準による処理組合せを $A_1B_1C_1, A_1B_1C_2, A_1B_2C_1, A_1B_2C_2, A_2B_1C_1, A_2B_1C_2, A_2B_2C_1, A_2B_2C_2$ で表示すると、図—1 のような立方体の稜点と要因の処理効果とを対応⁵⁾させることができる。たとえば因子 A の要因効果について注目すると、図の右側面 ($A_2B_1C_1, A_2B_2C_1, A_2B_2C_2, A_2B_1C_2$) と左側面 ($A_1B_1C_1, A_1B_2C_1, A_1B_2C_2, A_1B_1C_2$) との差の平均値として定義される。したがって、因子 A の要

* 正会員 工博 岐阜大学教授 工学部土木工学科
** 正会員 工修 名城大学助手 理工学部土木工学科

因効果⁶⁾は,

$$A = \frac{1}{4q} [(A_1 - A_2)(B_1 + B_2)(C_1 + C_2)]$$

$$= \frac{1}{4q} [(A_1B_1C_1 + A_1B_1C_2 + A_1B_2C_1 + A_1B_2C_2)$$

$$- (A_2B_1C_1 + A_2B_1C_2 + A_2B_2C_1 + A_2B_2C_2)]$$

$$= \frac{1}{4q} (A_1B_1C_1 + A_1B_1C_2 + A_1B_2C_1 + A_1B_2C_2$$

$$- A_2B_1C_1 - A_2B_1C_2 - A_2B_2C_1 - A_2B_2C_2)$$

.....(1)

因子 B の要因効果は,

$$B = \frac{1}{4q} [(A_1 + A_2)(B_1 - B_2)(C_1 + C_2)]$$

$$= \frac{1}{4q} (A_1B_1C_1 + A_1B_1C_2 - A_1B_2C_1 - A_1B_2C_2$$

$$+ A_2B_1C_1 + A_2B_1C_2 - A_2B_2C_1 - A_2B_2C_2)$$

.....(2)

交互作用因子 A*B の要因効果は,

$$A*B = \frac{1}{4q} [(A_1 - A_2)(B_1 - B_2)(C_1 + C_2)]$$

$$= \frac{1}{4q} (A_1B_1C_1 + A_1B_1C_2 - A_1B_2C_1$$

$$- A_1B_2C_2 - A_2B_1C_1 - A_2B_1C_2 + A_2B_2C_1$$

$$+ A_2B_2C_2)$$

.....(3)

以下同様に,

表-1 $L_8(2^7)$ 直交配列表の構成

No.	処理組合せ	(a) 要 因 効 果							(b) Column No.						
		A B C							[1] [2] [3] [4] [5] [6] [7]						
		A	A*	A	A*	A	A*	A							
1	$A_1B_1C_1$	+	+	+	+	+	+	+	1	1	1	1	1	1	1
2	$A_1B_1C_2$	+	+	+	-	-	-	-	1	1	1	2	2	2	2
3	$A_1B_2C_1$	+	-	-	+	+	-	-	1	2	2	1	1	2	2
4	$A_1B_2C_2$	+	-	-	-	+	+	+	1	2	2	2	2	1	1
5	$A_2B_1C_1$	-	+	-	+	-	+	-	2	1	2	1	2	1	2
6	$A_2B_1C_2$	-	+	-	-	+	-	+	2	1	2	2	1	2	1
7	$A_2B_2C_1$	-	-	+	+	-	-	+	2	2	1	1	2	2	1
8	$A_2B_2C_2$	-	-	+	-	+	+	-	2	2	1	2	1	1	2
Equations		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)							

表-2 要因の直交配列表への割り付け

No.	Col. No. [1] 底質粒径 A_{dm}	Col. No. [2] 初期浜勾配 B_{i0}	Col. No. [4] 沖波波形勾配 C_{H_0/L_0}	波 の 作 用 時 間						Run No.
				hour Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6	
1	$A_1: 0.20 \text{ mm}$	$B_1: 1/10$	$C_1: 0.0054$	0.5	1	2	4	6	8	7
2	$A_1: 0.20$	$B_1: 1/10$	$C_2: 0.0314$	0.5	1	2	4	6	8	8
3	$A_1: 0.20$	$B_2: 1/18$	$C_1: 0.0054$	0.5	1	2	4	6	8	5
4	$A_1: 0.20$	$B_2: 1/18$	$C_2: 0.0314$	0.5	1	2	4	6	8	6
5	$A_2: 1.75$	$B_1: 1/10$	$C_1: 0.0054$	0.5	1	2	4	6	8	2
6	$A_2: 1.75$	$B_1: 1/10$	$C_2: 0.0314$	0.5	1	2	4	6	8	1
7	$A_2: 1.75$	$B_2: 1/18$	$C_1: 0.0054$	0.5	1	2	4	6	8	4
8	$A_2: 1.75$	$B_2: 1/18$	$C_2: 0.0314$	0.5	1	2	4	6	8	3

$$C = \frac{1}{4q} (A_1B_1C_1 - A_1B_1C_2 + A_1B_2C_1 - A_1B_2C_2$$

$$+ A_2B_1C_1 - A_2B_1C_2 + A_2B_2C_1 - A_2B_2C_2)$$

.....(4)

$$A*C = \frac{1}{4q} (A_1B_1C_1 - A_1B_1C_2 + A_1B_2C_1$$

$$- A_1B_2C_2 - A_2B_1C_1 + A_2B_1C_2 - A_2B_2C_1$$

$$+ A_2B_2C_2)$$

.....(5)

$$B*C = \frac{1}{4q} (A_1B_1C_1 - A_1B_1C_2 - A_1B_2C_1$$

$$+ A_1B_2C_2 + A_2B_1C_1 - A_2B_1C_2 - A_2B_2C_1$$

$$+ A_2B_2C_2)$$

.....(6)

$$A*B*C = \frac{1}{4q} (A_1B_1C_1 - A_1B_1C_2 - A_1B_2C_1$$

$$+ A_1B_2C_2 - A_2B_1C_1 + A_2B_1C_2 + A_2B_2C_1$$

$$- A_2B_2C_2)$$

.....(7)

式 (1)~(7) について, 右辺の各項の符号を表に整理すると表-1 (a) になる。また, この表中の符号 (+), (-) は要因効果を求める計算には適当であるが, 2水準系の実験計画に使用するために, (+)→1, (-)→2 に対応させると, 一般によく用いられる直交配列表 $L_8(2^7)$, 表-1 (b) になる。この表-1 (a), (b) は次の諸性質を満足している。

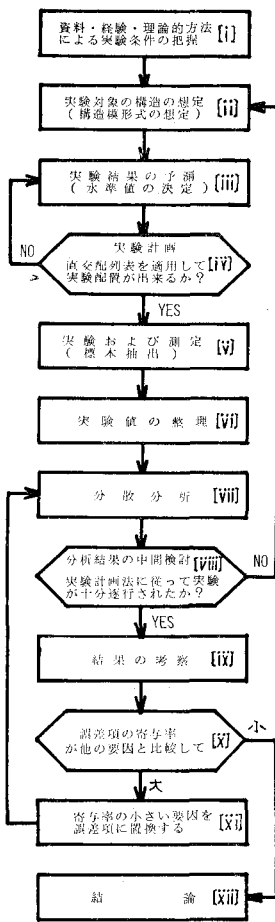
(i) どの列にも水準 1 と 2 が同数回(ここでは 4 回)ずつ現われる。

(ii) どの 2 列をとっても, 水準組合せ (1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2) が同数回(ここでは 2 回)ずつ現われる。

実験計画の組み方は表-1 (b) の列番 [1] → A, [2] → B, [4] → C を割り付ければ所要の目的が達成せられる。また, 波の作用時間 Q については直積型配置法^{7), 8)} を用いて割り付けると表-2 のようになる。単独因子, 2 因子交互作用, 3 因子交互作用,等の要因効果および要因の寄与率を求めるには直交配列表にしたがって各列の符号あるいは水準値に合わせて計算を行なえばよい。たとえば, $A*B*C$ は列番 [7] にしたがって分散分析を行なう。

3. 単独因子・2 因子交互作用および高次交互作用因子の計算法

図-2 は実験計画法にしたがって実験・解析を進める場合の手順を図示したものである。著者が現段階に至るまでの研究では, プロセス [ix] ま



図—2 実験計画法による実験および解析手順

$$+ (\beta\delta)_{bq} + (\gamma\delta)_{cq} + (\alpha\beta\gamma)_{abc} + (\alpha\beta\delta)_{abq} + (\beta\gamma\delta)_{bcq} + (\alpha\beta\gamma\delta)_{abcd} \dots \dots \dots (8)$$

ここで、 μ ：一般平均、 $\alpha_a, \beta_b, \gamma_c, \delta_d$ はそれぞれ因子 A, B, C, Q の効果であり、 $(\alpha\beta)_{ab}, (\alpha\gamma)_{ac}, \dots$ はそれぞれ 2 因子交互作用 $A*B, A*C, \dots$ の効果を表わす。式 (8)

表—3 第 1 回計算の分散分析表

要 因	自由度	平 方 和	不 偏 分 散	分 散 比	判定	寄与率(%)
A	1	202.68×10 ⁻⁵	202.68×10 ⁻⁵	9.80	**	9.0
B	1	92.20	92.20	4.46	*	3.6
C	1	60.91	60.91	2.95	/	0.0
Q	5	31.35	6.27	0.30	/	0.0
A * B	1	134.01	134.01	6.48	*	5.6
A * C	1	346.71	346.71	16.77	**	16.2
A * Q	5	109.24	21.85	1.06	/	0.0
B * C	1	400.26	400.26	19.36	**	18.8
B * Q	5	58.68	11.74	0.57	/	0.0
C * Q	5	105.62	30.12	1.46	/	0.0
E	21	434.07	20.67			
[E]	42	844.87	20.11			46.8
Total	47	2020.66				

で実験値の解析を行なったものであった。しかしここでは、プロセス [x] に進めて、この計算結果から Feed-back するか否かを判定する。判定は誤差項の寄与率が大きい小さいかで決まる。その結果、大きな値を示す場合はさらに詳しく解析を押し進める必要がある。以下、順を追って説明する。

初期浜勾配からの海浜変形量をグラフ縦軸に h/L_0 、横軸に x/L_0 を取って、横軸上任意地点の無次元海浜変形量 Y_{abcq} を各要因効果に分解するために次の構造模型式⁹⁾を考える。

$$Y_{abcq} = \mu + \alpha_a + \beta_b + \gamma_c + \delta_d + (\alpha\beta)_{ab} + (\alpha\gamma)_{ac} + (\alpha\delta)_{aq} + (\beta\gamma)_{bc}$$

に準じて、各要因の分散分析を進めるために、次の 2 段階に分けて計算を行なう。

(1) 第 1 回計算

3 次以上の高次交互作用因子は海浜変形量に対してあまり大きな影響を与えていないものと仮定し、式 (8) の 3 次以上の高次交互作用効果を E_{abcq} に含めて、式 (9) の構造模型式で分散分析を行なう。その結果、それぞれの因子 $A, B, C, Q, A*B, A*C, A*Q, B*C, B*Q, C*Q, [E]$ の寄与率が求まる (表—3)。

$$Y_{abcq} = \mu + \alpha_a + \beta_b + \gamma_c + \delta_d + (\alpha\beta)_{ab} + (\alpha\gamma)_{ac} + (\alpha\delta)_{aq} + (\beta\gamma)_{bc} + (\beta\delta)_{bq} + (\gamma\delta)_{cq} + E_{abcq} \dots \dots \dots (9)$$

表中、分散比の判定は要因の自由度 (ϕ) と誤差項 $[E]$ の自由度 ($\phi_{[E]}$) を用いて、 F -検定の結果、有意水準 5% [$F(\phi, \phi_{[E]}; 0.05)$] 以下の場合、“/”，有意水準 5% [$F(\phi, \phi_{[E]}; 0.05)$] と 1% [$F(\phi, \phi_{[E]}; 0.01)$] の間の場合，“*”，有意水準 1% [$F(\phi, \phi_{[E]}; 0.01)$] 以上の場合，“**” の記号を付した。有意でなかった要因は誤差項に含めて処理した。

(2) 第 2 回計算

(1) の計算で誤差項 $[E]$ の寄与率が比較的大きな値を示す場合 ($30\% \leq [E] \leq 100\%$) はさらに高次交互作用因子による効果が誤差項の内に内在すると考えられる。そこで、(1) の計算結果で寄与率が低い (ほとんど零に近い) 値を示す因子—構造模型式中では効果—を新たに誤差項とみなして計算を行なう必要がある。実際には、表—3 の要因の寄与率を参考にして、2 因子交互作用因子 $B*Q$ を誤差とする。すなわち、式 (8) の構造模型式で、 $(\beta\delta)_{bq}$ を E'_{abcq} として、

$$Y_{abcq} = \mu + \alpha_a + \beta_b + \gamma_c + \delta_d + (\alpha\beta)_{ab} + (\alpha\gamma)_{ac} + (\alpha\delta)_{aq} + (\beta\gamma)_{bc} + E'_{abcq} + (\gamma\delta)_{cq} + (\alpha\beta\gamma)_{abc} + (\alpha\beta\delta)_{abq} + (\beta\gamma\delta)_{bcq} + (\alpha\beta\gamma\delta)_{abcd} \dots \dots \dots (10)$$

式 (10) にしたがって、(1) と同様、同一データを使用して分散分析を行なうと高次交互作用因子を分析することができる (表—4)。

4. 計算結果とその考察

式 (9), (10) に基づいて、表—2 の実験条件で得られた測定値を $-0.06 \leq x/L_0 \leq 0.50$ の区間で $x/L_0 = 0.02$ ごとに、初期浜勾配からの変形量 (h/L_0) について分散分析を行なって要因の寄与率を求める。要因の寄与率の第 1 回計算値 (砕線) と第 2 回計算値 (実線) を 図—3 (a), (b) にプロットした。

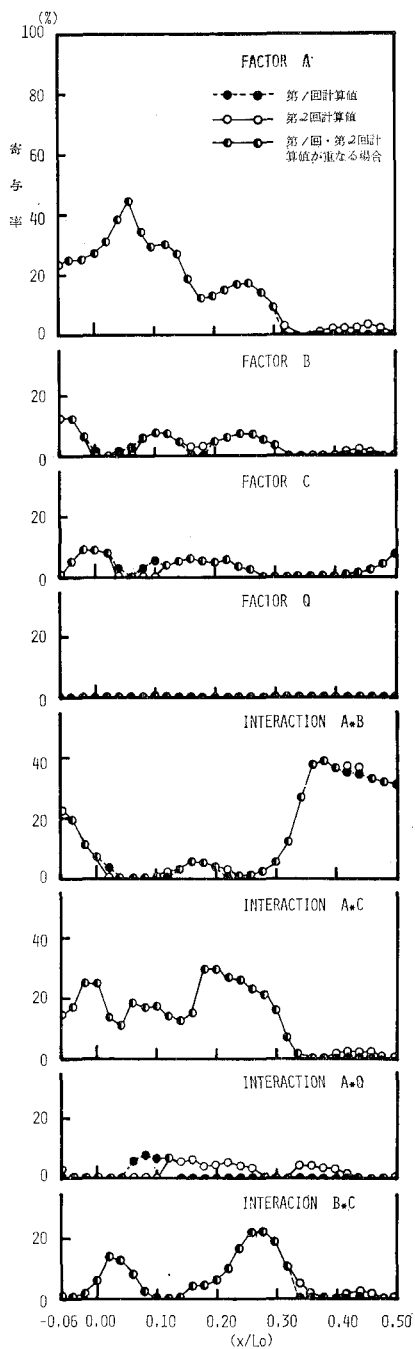


図-3 (a) 要因の寄与率

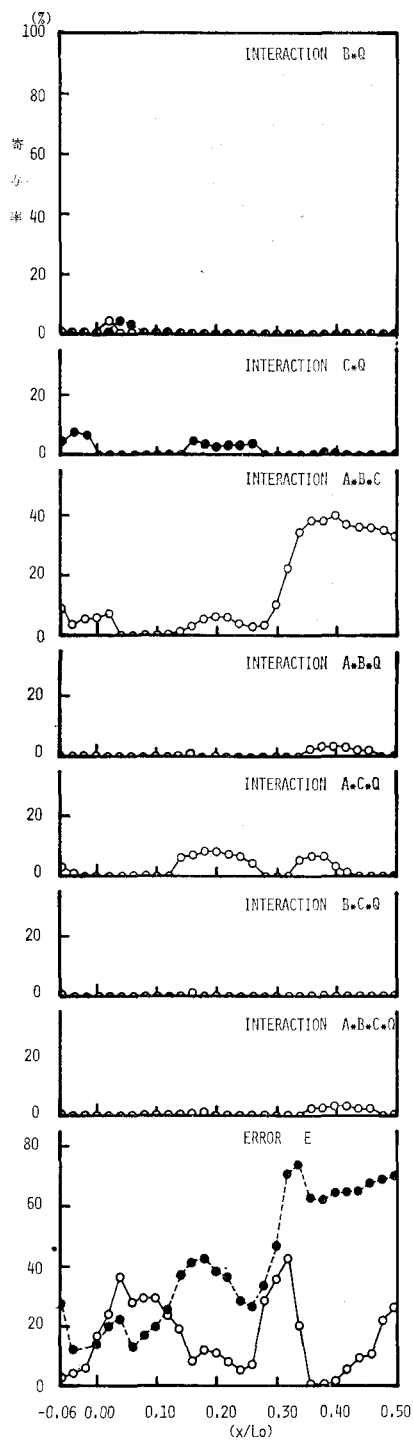


図-3 (b) 要因の寄与率

表—4 第2回計算の分散分析表

(x/L ₀ =0.30)							
要 因	自由度	平 方 和	分 偏 分 散	分 散 比	判 定	寄与率(%)	
A	1	202.61×10 ⁻⁵	202.61×10 ⁻⁵	17.26	**	9.3	
B	1	92.20	92.20	7.86	*	3.8	
C	1	60.91	60.91	5.19	/	0.0	
Q	5	31.35	6.27	0.53	/	0.0	
A * B	1	134.01	134.01	11.42	*	5.9	
A * C	1	346.71	346.71	29.54	**	16.4	
A * Q	5	109.24	21.85	1.86	/	0.0	
B * C	1	400.25	400.25	34.11	**	19.1	
C * Q	5	150.62	30.12	2.57	/	0.0	
A * B * C	1	227.58	227.58	19.39	**	10.5	
A * B * Q	5	33.15	6.63	0.56	/	0.0	
A * C * Q	5	108.82	21.76	1.85	/	0.0	
B * C * Q	5	23.95	4.79	0.41	/	0.0	
A * B * C * Q	5	40.58	8.12	0.69	/	0.0	
E'(B * Q)	5	58.68	11.74				
[E']	41	617.29	15.06			35.0	
Total	47	2020.66					

(i) 図—3 (a), (b) から容易にわかるように第1回計算値(破線)と第2回計算値(実線)とがほぼ一致していることは、式(10)で $(\beta\delta)_{ba}$ を e'_{abca} として処理したことが妥当であることを裏付けるものである。

(ii) 第1回計算の誤差項[E]と第2回計算の誤差項[E']の寄与率を比較すると、後者の方が高次交互作用因子を求めることによって、寄与率が大きく減少している。これは、第1回計算では3因子以上の高次交互作用を[E]に含めて計算処理していたことに起因していると考えられる。

(iii) 第2回計算結果から、特に海浜変形量に対して大きな影響力を与えている高次交互作用因子は図—3(b)の $A*B*C$ である。しかしその他の高次交互作用因子 $A*B*Q$ 等の影響力はあまり大きくないことがわかる。

(iv) 3次交互作用因子 $A*B*C$ の影響は図上から沖浜部分(碎波点より沖側の範囲)の海浜変形量の比較的微小な部分に現われている。反対に汀線付近(碎波点より岸側)には高次交互作用因子による影響はほとんど認められない。これに関連して一般に汀線近辺から碎波点付近の区間は単独因子や2次交互作用因子による影響力が大きく、碎波点付近から沖方向にかけて2次、3次交互作用因子等のいわゆる高次交互作用因子による影響力が大きいたことが指摘される。

5. 結 言

(i) 4.で測定値の計算結果から著者の考察を述べてきたが、多少疑問に思われる点は波の作用時間因子(Q)に関連する要因の影響力が数値的にはっきりと出ていない。これについては波の作用時間因子が海浜変形量に対して全く影響を及ぼしていないということではなく、要

因の寄与率を全体に対する割合(百分率)で定義したため、その存在性が薄弱になったものと推定される。

この疑問に対処する計算法として、波の作用時間因子をある時間間隔に区切つ(0.5~1^h, 1~2^h, ……)て解析を行なえばこの因子による影響力を数値的に表示できるであろう。

(ii) この実験および解析は4つの要因を取り上げその組み合わせについて行なったものであり、これらの要因は A, B, C が2水準で Q が6水準である。本来実験の意味合いでは水準値が多いほど正確でかつ広範囲にわたる結果を得ることができるが、しかしこの実験は前にも説明した

ように実験計画法にしたがって直交配列表に要因を割り付けて行なわなければならない関係上、2水準と6水準になった。したがって、これから導かれた計算値は要因が海浜変形量に対していかなる影響をもたらすかという1つの定性的な傾向を示している。

(iii) この研究は推測統計学的方法に基づいて、実験計画—実験—解析のプロセスで実験を主体として行なわれたものである。したがって、現地への適用については大きな相違はないものと推定されるが、実際、現地資料を用いてこの方法による解析を行っていないので今後の問題としたい。

参 考 文 献

- 1) 堀川清司: 漂砂特論, 1970 年度水工学に関する夏期研修会講義集, Aコース, 土木学会水理委員会, 1970. 7.
- 2) Ippen, T. and J.W. Johnson: Estuary and Coast-line Hydrodynamics, McGraw-Hill Co. Inc., 1966, pp. 405-492.
- 3) 増田重臣・伊藤政博: 実験計画法による海浜変形の研究, 第17回海岸工学講演会論文集, 1970, pp. 235-240.
- 4) 増田重臣・伊藤政博: 実験計画法による海浜変形の研究—因子の要因効果について—, 第18回海岸工学講演会論文集, 1970, pp. 365-370.
- 5) Charles R. Hicks: Fundamental Concepts in the Design of Experiments, Holt Rinehart and Winston, Inc., 1964.
- 6) 奥野忠一・芳賀敏郎: 実験計画法, 新統計学シリーズ2, 培風館, 1969.
- 7) 木村俊夫: 実験計画法の手ほどき, 南江堂, 1968.
- 8) 田口玄一: 実験計画法(上), 丸善, 1962.
- 9) Masuda, S. and Ito, M.: A Study on the Deformation of Beach Profiles by Means of Design of Experiments, Coastal Eng. in Japan, Vol. 14, 1971, pp. 83-95.