

実験計画法による海浜変形の研究

——因子の要因効果について——

増田重臣*・伊藤政博**

1. 緒言

実験計画法¹⁾なる学問体系は歴史的にみると主として生物を対象とする科学・応用科学の分野から発達してきたものであるが、しかし工学の分野にもその手法を適用して有効な結果を導いていることが多い。生物等を対象とする科学では、未知の条件による不確定な要素が大きく、これを定量的に扱うためには統計的な方法が必要である。そして実験というものは、その結果から次の行動の指標となるような客観的な結論を出さなければならないという立場に立って、単にデータを集積整理する統計でなく、測定される量の背後にある本質、すなわち同一条件で無限回の測定によって得られる量の集合で、母集団なるものを実験値から推定しようとする、いわゆる推測統計学あるいは推計学が実験計画法の基礎になっている。

工学においても時と場合によって、不確定要素が多い場合は推計学的手法を利用する必要があり、同様の基礎から成立している品質管理法とならんで実験計画法の適用が望ましい場合がある。

著者らは、力学的解析が非常に困難である海浜変形の機構を解析するために、ここに実験計画法を導入して、一貫した実験と解析を行ってきた。その結果、i) どの要因が海浜変形に大きく影響しているか、ii) それがどの程度の影響を与えているか、iii) 小さな影響をおよぼしている要因は全体としてどの程度存在するかについて、先回の第17回海岸工学講演会論文集²⁾に述べた。さらにそこで、各因子が海浜変形に対して相殺的・相乗的に作用する、いわゆる交互作用効果³⁾の存在を指摘した。

ここでは、因子がいかなる状態で海浜変形量に効果をおよぼしているかについて、因子の要因効果なるものを求めた。そのため、海浜変形量に対する因子の水準値の差異による効果の相違、あるいは二つの因子の間の関係については、一方の因子の水準値の差が他方の因子の効果に変化(交互作用効果あるいは因子同志の干渉)を引

き起こしていることがわかった。

2. 要因効果の算定方法

(1) 因子の抽出と実験方法

式(1)を基にして、海浜変形に大きな影響^{4),5)}をおよぼす因子は

- i) 底質粒径 d_m (A); $A_1=0.20$ mm
 $A_2=1.75$ mm
- ii) 初期浜勾配 i_0 (B); $B_1=1/10$
 $B_2=1/18$
- iii) 沖波波形勾配 H_0/L_0 (C); $C_1=0.0054$
 $C_2=0.0314$
- iv) 波の作用時間 Q (Q); $Q_1=0.5^h$ $Q_2=1^h$
 $Q_3=2^h$ $Q_4=4^h$
 $Q_5=6^h$ $Q_6=8^h$

および実験の繰り返しを因子として考えると、

- v) 繰り返し数 (R)

の5つを抽出した。

$$\frac{h}{L_0} = f\left(\frac{x}{L_0}, \frac{H_0}{L_0}, \frac{d_m}{H_0}, \frac{Q}{T}, S, i_0\right) \dots\dots(1)$$

ここで、 h : 静水面から海底面までの深さ、 L_0 : 沖波波長、 H_0 : 沖波波高、 x : 汀線から沖方向の距離、 d_m : 底質砂の平均粒径、 T : 周期、 S : 底質砂の水中比重、 i_0 : 初期浜勾配。

以上4つの i)~iv) の因子を直交配列表 $L_8(2^7)$ に割り付けて同一条件下で繰り返し3回の実験を行なった。実験は、幅 90 cm、高さ 100 cm、長さ 15 m の実験造波水槽で行なった。海浜形状は波の作用時間 Q に対応する形状をポイントゲージで 20 cm ごとに測定を行なった。

(2) 一般式による実験結果の分解と要因効果^{7),8)}

海浜変形量を解析するに当たって、実験データはグラフ用紙上に座標縦軸に h/L_0 、横軸に x/L_0 を取り、初期浜勾配と静水面とが交わる点すなわち汀線を原点として、プロットした後に、初期浜勾配からの変動量を $x/L_0 = 0.02$ ごとに堆積した場合: 正、侵食した場合: 負として読み取った。図-1の y_{abcqr} は読み取り範囲 $-0.06 \leq x/L_0 \leq 0.50$ のある位置の変形量を表示している。

表-1は変形量を一般的な形で直交配列表 $L_8(2^7)$ に対

* 正会員 工博 岐阜大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 名城大学助手 土木工学科

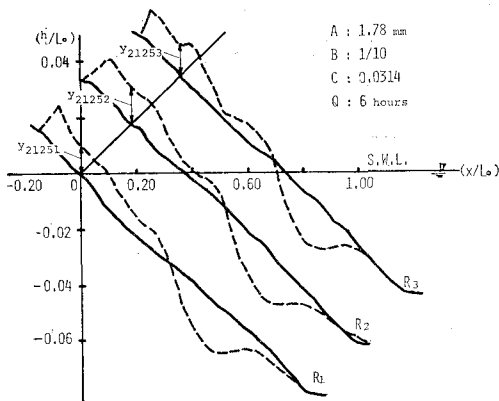


図-1 海浜形状

応させたものである。

ここでは、変形量 y_{abcqr} を各要因の効果に分解する目的で、因子 A の第 a 水準 $A_a(a=1, \dots, i)$ 、因子 B の第 b 水準 $B_b(b=1, \dots, j)$ 、因子 C の第 c 水準 $C_c(c=1, \dots, k)$ 、因子 Q の第 q 水準 $Q_q(q=1, \dots, l)$ 、因子 R の第 r 水準 $R_r(r=1, \dots, m)$ の条件下で得られたデータ

は、繰返し因子 R の効果を一切無視して、式(2)の構造模形式から成立しているものとする。

$$y_{abcqr} = \mu + \alpha_a + \beta_b + \gamma_c + \delta_q + (\alpha\beta)_{ab} + (\alpha\gamma)_{ac} + (\alpha\delta)_{aq} + (\beta\gamma)_{bc} + (\beta\delta)_{bq} + (\gamma\delta)_{cq} + q_{abcqr} \dots (2)$$

ここで、3 因子以上の交互作用効果は、変形量に対してそれほど大きな影響を与えていないと考えて、誤差 ϵ_{abcqr} の中に含めている。 μ : 一般平均, $\alpha_a, \beta_b, \gamma_c, \delta_q$ はそれぞれ因子 A, B, C, Q の効果, また $(\alpha\beta)_{ab}, (\alpha\gamma)_{ac}, (\alpha\delta)_{aq}, (\beta\gamma)_{bc}, (\gamma\delta)_{cq}$ はそれぞれ交互作用 $A*B, A*C, A*Q, B*C, B*Q, C*Q$ の効果を示す。式(2)に基づいて各因子の要因効果を算定するための点推定式⁹⁾は次のようになる。

$$\begin{aligned} \hat{\mu}(A_a) &= \mu + \alpha_a = \frac{1}{i/Nlm} \sum_{q=1}^l \sum_{r=1}^m y_{abcqr} \\ &= \frac{i}{Nlm} \sum_{q=1}^l y_{abcq} \\ &= \frac{i}{Nlm} y_{abc} \dots (3) \end{aligned}$$

$$\hat{\mu}(B_b) = \mu + \beta_b = \frac{j}{Nlm} y_{abc} \dots (4)$$

RUN No.	COL. No.								R_1						$\sum_{q=1}^l y_{abcqr}$	$\sum_{q=1}^l y_{abcqr}$	$\sum_{q=1}^l y_{abcqr}$	$\sum_{q=1}^l y_{abcqr}$	$\sum_{q=1}^l y_{abcqr}$	$\sum_{q=1}^l y_{abcqr}$
		1	2	3	4	5	6	7	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6						
7	1	$A_1 B_1$	1	C_1	1	1	1	1	y_{11111}	y_{11121}	y_{11131}	y_{11141}	y_{11151}	y_{11161}	$y_{111.1}$	R_2				
8	2	$A_1 B_1$	1	C_2	2	2	2	2	y_{11211}	y_{11221}	y_{11231}	y_{11241}	y_{11251}	y_{11261}	$y_{112.1}$	Q_6	$\sum_{q=1}^l y_{abcqr}$			
5	3	$A_1 B_2$	2	C_1	1	2	2	2	y_{12111}	y_{12121}	y_{12131}	y_{12141}	y_{12151}	y_{12161}	$y_{121.1}$	y_{11162}	$y_{111.2}$	R_3		
6	4	$A_1 B_2$	2	C_2	2	1	1	1	y_{12211}	y_{12221}	y_{12231}	y_{12241}	y_{12251}	y_{12261}	$y_{122.1}$	y_{11262}	$y_{112.2}$	Q_6	$\sum_{q=1}^l y_{abcqr}$	
2	5	$A_2 B_1$	2	C_1	2	1	2	2	y_{21111}	y_{21121}	y_{21131}	y_{21141}	y_{21151}	y_{21161}	$y_{211.1}$	y_{12162}	$y_{121.2}$	y_{11163}	$y_{111.3}$	
11	6	$A_2 B_1$	2	C_2	1	2	1	1	y_{21211}	y_{21221}	y_{21231}	y_{21241}	y_{21251}	y_{21261}	$y_{212.1}$	y_{12262}	$y_{122.2}$	y_{11263}	$y_{112.3}$	
4	7	$A_2 B_2$	1	C_1	2	2	1	1	y_{22111}	y_{22121}	y_{22131}	y_{22141}	y_{22151}	y_{22161}	$y_{221.1}$	y_{21162}	$y_{211.2}$	y_{12163}	$y_{121.3}$	
3	8	$A_2 B_2$	1	C_2	1	1	2	2	y_{22211}	y_{22221}	y_{22231}	y_{22241}	y_{22251}	y_{22261}	$y_{222.1}$	y_{21262}	$y_{212.2}$	y_{12263}	$y_{122.3}$	
$\sum_{a=1}^i \sum_{b=1}^j \sum_{c=1}^k y_{abcqr}$									$y_{...11}$	$y_{...21}$	$y_{...31}$	$y_{...41}$	$y_{...51}$	$y_{...61}$	$y_{...1}$	y_{22162}	$y_{221.2}$	y_{21163}	$y_{211.3}$	
$\sum_{a=1}^i \sum_{b=1}^j \sum_{c=1}^k y_{abcqr}$									y_{22212}	y_{22222}	y_{22232}	y_{22242}	y_{22252}	y_{22262}	$y_{222.2}$	y_{21262}	$y_{212.2}$	y_{21263}	$y_{212.3}$	
$\sum_{a=1}^i \sum_{b=1}^j \sum_{c=1}^k y_{abcqr}$									$y_{...12}$	$y_{...22}$	$y_{...32}$	$y_{...42}$	$y_{...52}$	$y_{...62}$	$y_{...2}$	y_{22262}	$y_{222.2}$	y_{21263}	$y_{212.3}$	
$\sum_{a=1}^i \sum_{b=1}^j \sum_{c=1}^k y_{abcqr}$									y_{22213}	y_{22223}	y_{22233}	y_{22243}	y_{22253}	y_{22263}	$y_{222.3}$	y_{22262}	$y_{222.2}$	y_{22263}	$y_{222.3}$	
$\sum_{a=1}^i \sum_{b=1}^j \sum_{c=1}^k y_{abcqr}$									$y_{...13}$	$y_{...23}$	$y_{...33}$	$y_{...43}$	$y_{...53}$	$y_{...63}$	$y_{...3}$	y_{22262}	$y_{222.2}$	y_{22263}	$y_{222.3}$	

↓ $R_1 + R_2 + R_3$

$\sum_{a=1}^i \sum_{b=1}^j \sum_{c=1}^k y_{abcqr}$									
Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6	$\sum_{q=1}^l y_{abcqr}$			
y_{11111}	y_{11121}	y_{11131}	y_{11141}	y_{11151}	y_{11161}	$y_{111.1}$			
y_{11211}	y_{11221}	y_{11231}	y_{11241}	y_{11251}	y_{11261}	$y_{112.1}$			
y_{12111}	y_{12121}	y_{12131}	y_{12141}	y_{12151}	y_{12161}	$y_{121.1}$			
y_{12211}	y_{12221}	y_{12231}	y_{12241}	y_{12251}	y_{12261}	$y_{122.1}$			
y_{21111}	y_{21121}	y_{21131}	y_{21141}	y_{21151}	y_{21161}	$y_{211.1}$			
y_{21211}	y_{21221}	y_{21231}	y_{21241}	y_{21251}	y_{21261}	$y_{212.1}$			
y_{22111}	y_{22121}	y_{22131}	y_{22141}	y_{22151}	y_{22161}	$y_{221.1}$			
y_{22211}	y_{22221}	y_{22231}	y_{22241}	y_{22251}	y_{22261}	$y_{222.1}$			
$y_{...11}$	$y_{...21}$	$y_{...31}$	$y_{...41}$	$y_{...51}$	$y_{...61}$	$y_{...1}$			

表-1 直交配列表 $L_8(2^7)$ と海浜変形量読み取りデータの配列

$$\hat{\mu}(C_c) = \widehat{\mu + \tau_c} = \frac{k}{Nlm} y_{abc\bar{c}} \dots \dots \dots (5)$$

$$\hat{\mu}(Q_q) = \widehat{\mu + \delta_q} = \frac{1}{Nlm} y_{\dots\bar{q}} \dots \dots \dots (6)$$

$$\begin{aligned} \hat{\mu}(A_a B_b) &= \widehat{\mu + \alpha_a + \beta_b + (\alpha\beta)_{ab}} \\ &= \frac{1}{Nlm/ij} \sum_{q=1}^l \sum_{r=1}^m y_{\bar{a}bcqr} \\ &= \frac{ij}{Nlm} \sum_{q=1}^l y_{\bar{a}bcq} \cdot \\ &= \frac{ij}{Nlm} y_{\bar{a}bc\bar{c}} \dots \dots \dots (7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{\mu}(A_a C_c) &= \widehat{\mu + \alpha_a + \tau_c + (\alpha\tau)_{ac}} \\ &= \frac{ik}{Nlm} y_{\bar{a}b\bar{c}} \dots \dots \dots (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{\mu}(A_a Q_q) &= \widehat{\mu + \alpha_a + \delta_q + (\alpha\delta)_{aq}} \\ &= \frac{i}{Nlm} y_{\bar{a}bc\bar{q}} \cdot \dots \dots \dots (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{\mu}(B_b C_c) &= \widehat{\mu + \beta_b + \tau_c + (\beta\tau)_{bc}} \\ &= \frac{jk}{Nlm} y_{\bar{a}b\bar{c}} \dots \dots \dots (10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{\mu}(B_b Q_q) &= \widehat{\mu + \beta_b + \delta_q + (\beta\delta)_{bq}} \\ &= \frac{j}{Nlm} y_{\bar{a}bc\bar{q}} \cdot \dots \dots \dots (11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{\mu}(C_c Q_q) &= \widehat{\mu + \tau_c + \delta_q + (\tau\delta)_{cq}} \\ &= \frac{k}{Nlm} y_{\bar{a}bc\bar{q}} \cdot \dots \dots \dots (12) \end{aligned}$$

ここで、 $\hat{\mu}(A_a)$, $\hat{\mu}(B_b)$, ... は因子の各水準の母平均の推定値, すなわち要因効果である。N: 直交配列表の行数, $(i/Nlm)y_{abc\bar{c}}$ における $\bar{a}$ は各水準ごとの和を示す。

(3) 区間推定式

式(3)~(12)を用いて各因子の要因効果が計算できる, しかしいかほどの精度でその値が信頼できるかについて, 信頼限界値を計算しなければならない。したがって分散分析を行なう際に F-検定の結果, $\alpha=5\%$ 以下

の危険率で有意である要因のみについて, 式(13)の区間推定式を使用して, 信頼精度 $(1-\alpha)$ で計算を行なった。

$$\begin{aligned} &\pm t(\phi_{[E]} : \alpha) \sqrt{\frac{MS_{[E]}}{n}} \\ &= \pm \sqrt{\frac{F(\phi, \phi_{[E]} : \alpha) \cdot MS_{[E]}}{n}} \dots \dots \dots (13) \end{aligned}$$

ϕ : 要因効果の信頼限界を求める因子の自由度の値。

$\phi_{[E]}$: F-検定の結果, 5%の危険率で有意でなかった場合, その因子の自由度と誤差項の自由度に Pool した自由度の値。

α : 危険率あるいは有意水準ともいう, ここでは 5%にとる。

$t(\phi_{[E]} : \alpha)$: 自由度 ϕ の t-分布の両側確率 α の値。

$MS_{[E]}$: F-検定の結果, 5%の危険率で有意でなかった場合, その因子の平均平方和 (Mean Squar) を誤差の平方和に Pool した値。

n : 加えた全データ数。

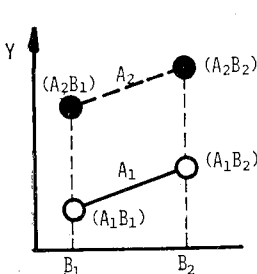
$F(\phi, \phi_{[E]} : \alpha)$: 自由度 ϕ , $\phi_{[E]}$ の F-分布の上側確率 α の値。式(13)の t-分布値あるいは F-分布値は表から求められる。しかし近似的には次の式¹⁴⁾からも求められる。

$$F_{0.05} = \left(a + \frac{b}{\phi_{[E]}} \right)^4 \dots \dots \dots (14)$$

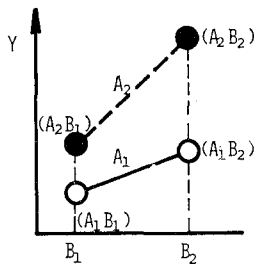
- a) $1 \leq \phi \leq 10$ $5 \leq \phi_{[E]}$ の時
 $a = 1.345 - 0.19 \log(\phi - 0.5)$
 $b = 1 + 0.57 \log \phi$
- b) $10 \leq \phi \leq 100$ $5 \leq \phi_{[E]}$ の時
 $a = 1.225 - 0.086 \log(\phi - 5)$
 $b = 1.29 + 0.35 \log(\phi - 4)$

実際に各因子の要因効果, 区間推定値を計算するには実験で用いられた因子の水準値を式(3)~(13)に入ればよい。すなわち, $i=2, j=2, k=2, l=6, m=3, N=8$ である。

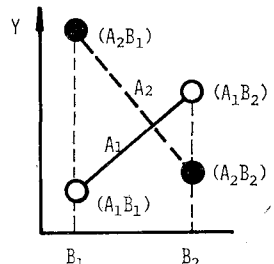
図—5~図—14 は以上の方法で求めた要因効果とその区間推定値を図示したものである。



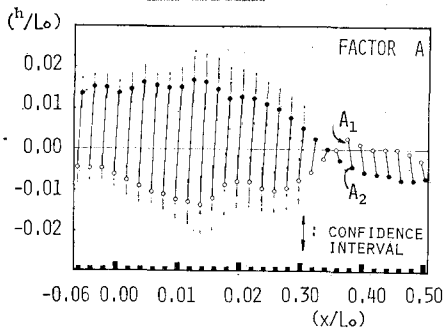
図—2 要因効果図
(交互作用無)



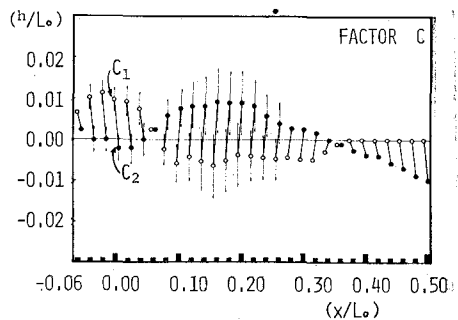
図—3 要因効果図
(相乗的交互作用)



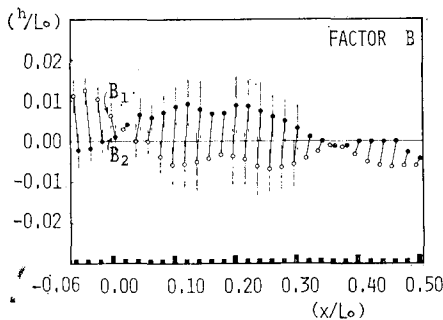
図—4 要因効果図
(相殺的交互作用)



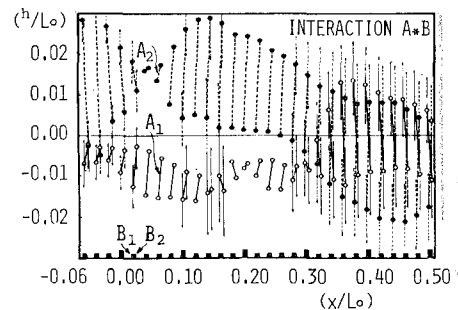
図—5 底質粒径の要因効果



図—7 沖波波形勾配の要因効果



図—6 初期浜勾配の要因効果



図—8 底質粒径と初期浜勾配の交互作用による要因効果

3. 交互作用

交互作用は相互作用ともいい、ここでは記号として、 $A*B$, $A*C$, ... で示し、要因効果を算定する式において $(\alpha\beta)_{ab}$, $(\alpha\gamma)_{ac}$, ... の形で定義した。交互作用の有無に関して、図解的には、図—2～図—4 のような状態で現われる。他方、計算的にも検出が可能である。すなわちいま一つの因子（たとえば因子(B)）の各水準を座標横軸にとり、因子(A)の各水準ごとの特性 Y の変化を表わすグラフを描くと、交互作用が存在しない場合、特性 Y の変化はほぼ平行的な関係保持する（図—2）。他方交互作用が存在する場合、特性 Y の変化は非平行あるいは交差する形で現われる（図—3, 図—4）。したがって、交互作用はある因子が他の因子とからみ合い互いに特別な組み合わせ状態で相殺的あるいは相乗的效果を示す。

3. 結 論

i) 底質粒径による要因効果は、 $-0.06 \leq x/L_0 \leq 0.3$ の範囲において、底質粒径 $d_m=0.20$ mm の場合より $d_m=1.75$ mm のほうが堆積を引き起こしやすいことから一般的に底質粒径が大きいほど堆積しやすい（図—5）。

ii) 初期浜勾配効果すなわち履歴効果は顕著な影響を与えず、汀線付近と $x/L_0=0.38$ のところでその効果が逆になる（図—6）。

iii) 沖波波形勾配効果は汀線より少し沖側の位置（碎波点付近）で、水準差による効果が逆になっている。これは沖波波形勾配の効果が海浜変形に関して、ほぼ碎波点を境目に、前浜部に堆積をもたらす場合、外浜から沖浜にかけて侵食を引き起こし、他方前浜部が侵食される場合、外浜から沖浜にかけて堆積をもたらすことが指摘される（図—7）。

iv) 底質粒径と初期浜勾配による効果は位置的に相乗・相殺作用効果が複雑に混入している。すなわち、 x/L_0 軸方向に、 $-0.06 \leq$ 相殺作用 $\leq 0.04 \leq$ 交互作用無し $\leq 0.28 \leq$ 相乗作用 ≤ 0.50 である。したがって、底質粒径と初期浜勾配の交互作用効果は海浜変形に対してかなり複雑な効果をもたらしていることが予測される。特に汀線付近の変形について、底質粒径 $d_m=0.20$ mm の場合、初期浜勾配が 1/10 から 1/18 に移るにつれ、侵食量が少なくなる傾向にあるが、しかし $d_m=1.75$ mm の場合、初期浜勾配が 1/10 から 1/18 に移るにつれ、堆積量が少なくなるような相殺作用が存在している（図—8）。

v) 底質粒径と沖波波形勾配による効果は汀線付近から $x/L_0=0.32$ にかけて相殺作用効果をもたらしている。汀線付近において、この交互作用効果をくわしくみると、底質粒径 $d_m=0.20$ mm の場合、沖波波形勾配が $H_0/L_0=0.0054$ から $H_0/L_0=0.0312$ に変化するにつれ、堆積状態から侵食状態に変遷している。他方、 $d_m=1.75$ mm の場合、

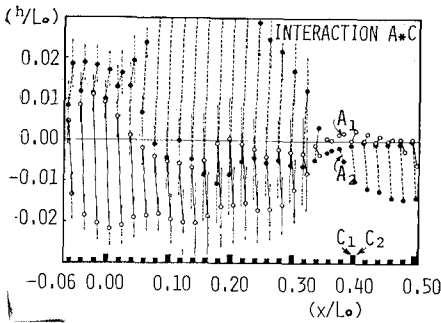
の場合は沖波波形勾配が急になるとわずかながら堆積量が増加するのみである（図—9）。

vi) 初期浜勾配と沖波波形勾配による効果は $x/L_0 \approx 0.10$ 付近（碎波点）を境目にして、岸側では相殺的に、また沖側では相乗的に作用している。汀線付近でこの効果をくわしくみると、初期浜勾配 $i_0=1/10$ の場合、沖波波形勾配の変化による効果の違いは微小であるが、しかし初期浜勾配 $i_0=1/18$ の場合、沖波波形勾配が急になるにつれ、堆積状態から侵食状態に変遷する（図—10）。

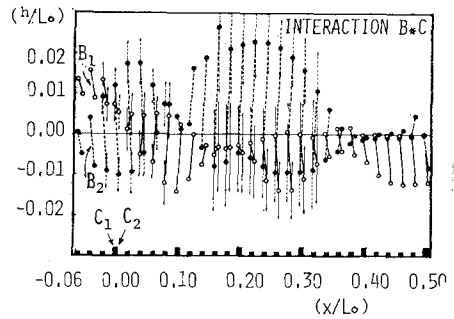
vii) 波の作用時間の要因効果と波の作用時間を含む交互作用効果は全般的にあまり大きくない。このことは要因効果の信頼限界を示す区間推定線が図中に入っている部分が少ないことからわかる（図—11～図—14）。

参考文献

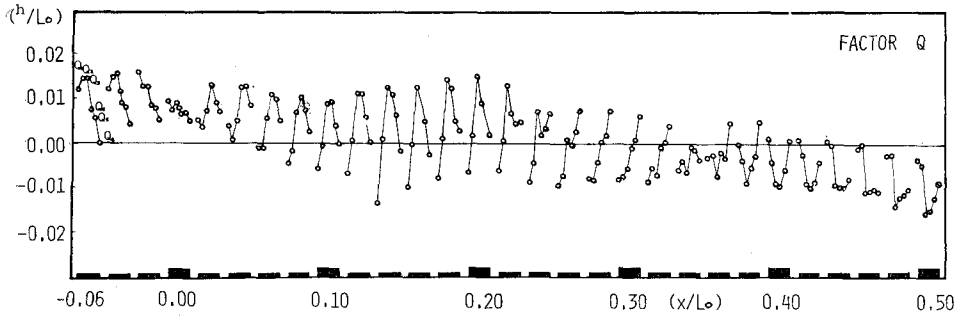
- 1) William G. Cochran, Gertrude M Cox : Experimental Designs, John Wiley & Sons, Inc., 1957.
- 2) 増田重臣・伊藤政博：実験計画法による海浜変形の研究，第17回海岸工学講演会論文集，pp. 235-240, 1970.
- 3) 岸根卓郎：理論応用統計学，養賢堂版，pp. 418-482, 1970.
- 4) Robert L. Wiegel : Oceanographical Engineering, pp. 341-383, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1964.
- 5) Y. Iwagaki, T. Sawaragi : Experimental Study on the Equilibrium Slopes of Beaches and Sand Movement by Breaker, Coastal Engineering in Japan Vol. 1, pp. 75-84, 1958.
- 6) 岩垣・野田：海浜変形に及ぼす scale effect の研究，京都大学防災研究所年報第4号，昭和 36. 3, p. 210.



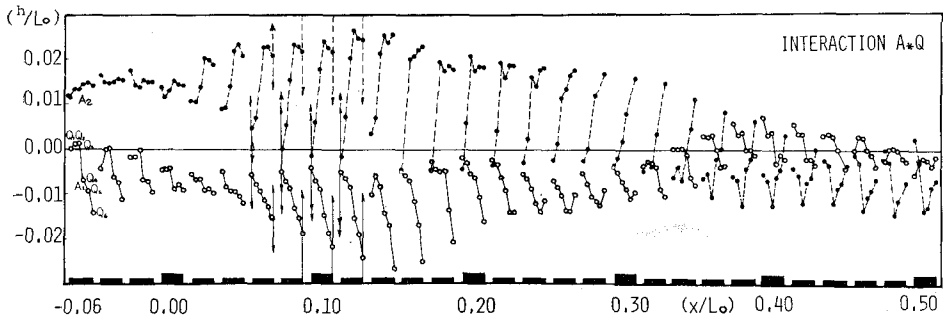
図—9 底質粒径と沖波波形勾配の交互作用による要因効果



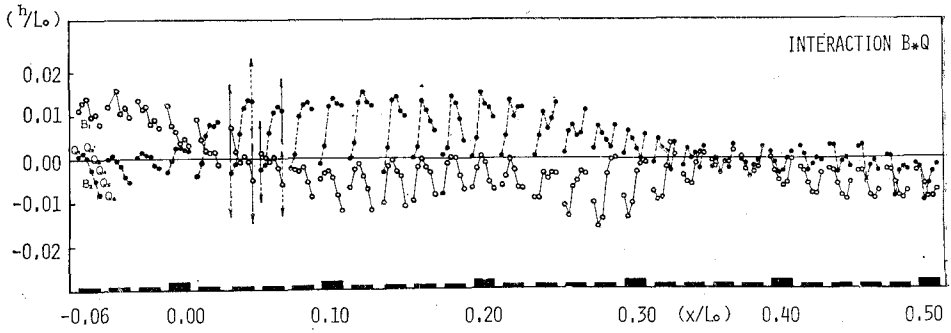
図—10 初期浜勾配と沖波波形勾配の交互作用による要因効果



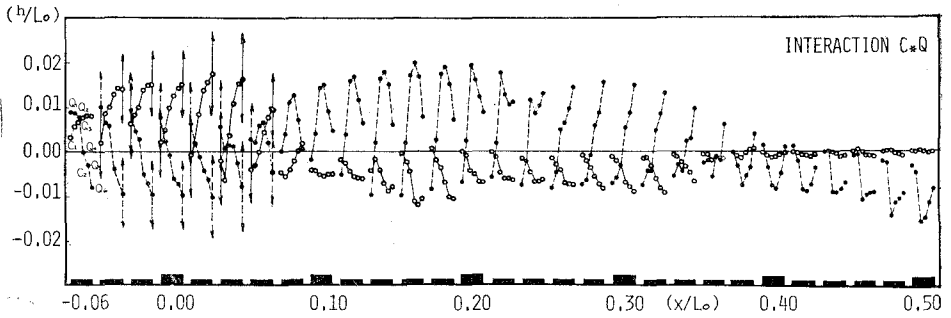
図—11 波の作用時間の要因効果



図—12 底質粒径と波の作用時間の交互作用による要因効果



図—13 初期浜勾配と波の作用時間の交互作用による要因効果



図—14 沖波波形勾配と波の作用時間の交互作用による交互作用効果

- 7) 京都大学土木会編：土木計測便覧，丸善，pp. 75-91, 1970.
- 8) William C. Guenther : Analysis of Variance, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.T., 1964.
- 9) 安藤貞一・朝尾 正編：実験計画法演習，日科技連
- 10) 中村慶一：技術者のための統計解析，山海堂.
- 11) Charles R. Hicks : Fundamental Concepts in the Design of Experiments, Holt, Rinehart and Winston, Inc., 1964.