

廃液浮上プリュームの分岐拡散の現象について

林 泰 造*・竹 中 節**

1. まえがき

水平方向に一様な流れのある海域において、海底近くから放出された廃液浮上プリュームは海面に近づくと、二条に分岐する現象を呈することがある。

これは廃液の海洋放出の場合、注意すべき現象であり、この現象についての報告¹⁾を昨年度海岸工学講演会において行なった。

しかし、その計算の中に一部理論的な誤りがあることが後に判ったので、今回その誤りを修正した。

また、前報の段階では未だ実験が進行中であったが、今回十分な実験を行ない理論をチェックすることができたので、それらの結果をここにあわせて報告する。

2. 分岐拡散の現象

水平流の中へ鉛直上向きに初速度と浮力を持った廃液を定常的に放出した場合、浮力と初速度のためにプリュームは上昇を続けるが、水平方向の流れのために次第に水平方向に傾けられて行く。この傾けられて行く過程においてプリュームは一対の渦 (vortex pair) をもつようになるが、この原因は、前報において詳述したように、周囲水によりプリュームの外縁部と中心部とに密度差を生じ、したがって同一断面においてもその外縁部と中心部とに作用する浮力に差を生ずるからである。

しかし、浮力がなくても vortex pair は起こる。このことは Pratte-Baines の実験から認められる。Pratte および Baines は水平流の中に直角上向きに放出された噴流(周囲水と放出水との間には密度差がない)の実験を行ない、噴流の曲げられる経路の研究を行なっているが、彼らの実験結果をみると、噴流の断面の中には vortex pair と認められるものが生じている。

この現象の原因は、噴流のはじめの断面鉛直流速分布(すなわち放出後間もなくの断面における鉛直流速分布)が正規分布に近く、これに一様な水平流を重ね合せると断面中心部が画く経路よりも断面外縁部が画く経路のほうが勾配のねたものとなり、この結果として噴流の外縁部は中心部に対して相対的に下がるからであり、このようにして左右対称な巻きこみ(vortex pair)が生じ

ているものと考えられる。

したがって、海面近くから上向きに放出されたプリュームの上昇の過程において vortex pair を生ずることについては断面密度差の他に断面内鉛直方向速度成分差も関係する、と前報の記述をここに訂正したい。

ただし、これらの二つの影響のうち、第 2 のものは第 1 のそれに比べて小さいと考えられる。このことは 図-1 に示したような実験から認められる。

図-1 の実験は密度差のある廃液を水平流の中へ鉛直下向きに放出した場合のものであるが、そのプリーム内

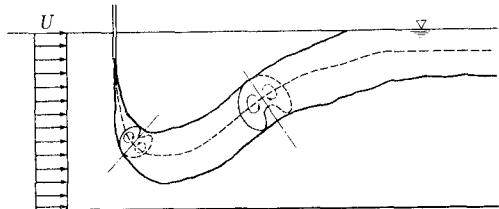


図-1 鉛直下向きに放出された廃液のプリューム

の巻き込みの状態は図示のようで、プリュームの下降中ににおける巻き込みの向きとプリュームが上昇をはじめてからの向きとは逆になる。プリュームははじめは初速度により浮力に抗って下降するが、次第に下向きの速度を減じてやがてプリュームの軸は水平になる。これまでの段階においてできているプリューム内の巻き込みは主として断面内鉛直速度成分差によるものと考えられる。次に、プリュームが上昇するようになると、プリューム内の巻き込みの向きは逆転して普通の浮上プリュームにおける vortex pair の向きと同じになる。このことは浮力の影響、すなわち断面内密度差の影響のほうが大きくて、鉛直方向速度成分差によってつくられた vortex pair の向きを逆転せしめたものと解釈される。

3. 理論的考察

放出口を原点にとり一様流れの方向に x 軸をとる。プリュームが海面近くに浮上して二条に分岐した後(図-2, $x \geq x_1$)について考える。この場合、海面の存在は、前報において記述したように、鏡像の vortex pair をもっておきかえることができる(図-3)。海面近くに浮上したプリュームにもなお浮力が働いているのであるから、ちょっと考えると、プリュームはどこまでも浮上

* 正会員 工博 中央大学教授 理工学部土木学科

**学生会員 中央大学大学院

を続け、ついには海面上に薄い膜（油の膜のように）となつて拡がるのではないかと思われるのであるが、実際にはそのようにはならず、海面下を水平にどこまでも延びてゆく（写真-1）。このようになる原因は、浮力とつ

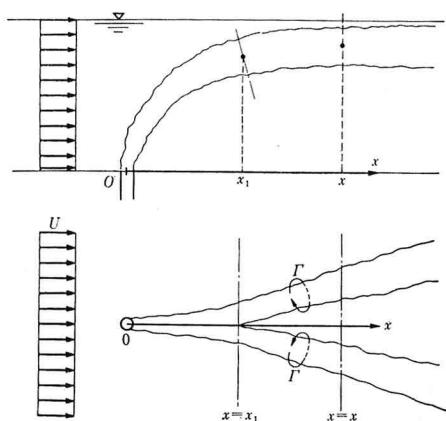


図-2 分岐したプリューム

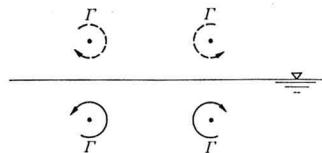


図-3 海面下の vortex pair に対する鏡像

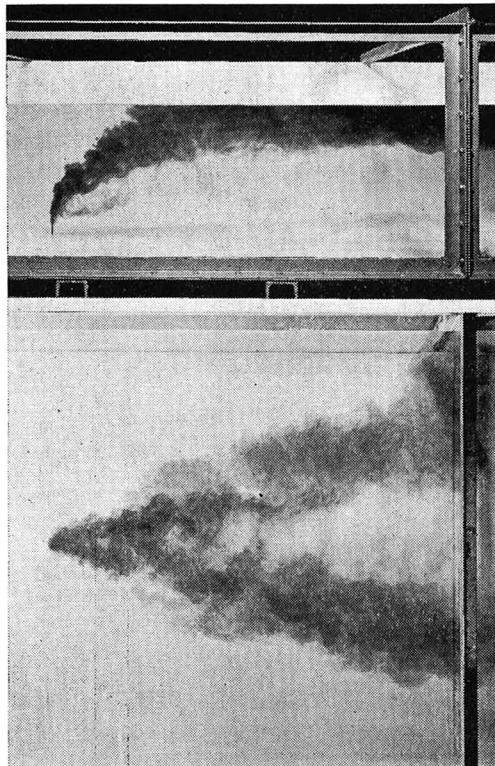


写真-1 プリュームの分岐拡散

り合うような鉛直下向き力がプリュームに働くようになるからで、この点が海洋放出浮上プリュームが煙突からの浮上プリュームと力学的に異なる主要点となる。以下これについて記述する。

図-2 の $x=x$ における断面に存在する長さ Δx のプリュームの部分に作用する鉛直方向の力について考える。ただし分岐後の 2 本のプリュームは全く対称であるから、力の方程式はいずれか 1 本のプリュームに着目してたてることとする。前報におけると同じく、周囲水の一様流速を U 、周囲水の密度を ρ (ρ : 一様)、プリュームの欠損密度および鉛直速度成分をそれぞれ $\Delta \rho$ および w とし、いずれも断面内分布形状は矩形分布 (“top hat”, profile) をなすものと考える。そうすると Δx の部分に作用する鉛直力としてはまず浮力が上向きに働いており、その大きさは

で表わされる。ただし R はプリュームの半径である。

次にプリーム軸に対する横断面を考えてみると(図-4の右上の図), 循環 Γ のプリュームに相対的に速度

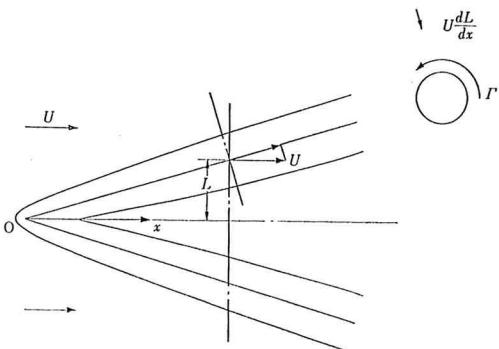


図-4 プリュームに相対的な流れ

$U \sin \theta \doteq U \tan \theta = U dL/dx$ の一樣流が当っている状態となっている。ただし $2L$ はプリューム軸線間隔（図-4）である。このため $x=x$ におけるプリュームの長さ $4x$ の部分には Kutta-Joukowski の定理により

の鉛直下向きの力が作用する。

一方、長さ Δx の部分のもっている鉛直方向の運動量は $\rho\pi R^2 \cdot \Delta x \cdot w$ で、この時間的変化は

である。

したがって式(1)～(3)から、鉛直方向の力の方程式として次式をうる。

$$\frac{d}{dt}(\pi R^2 w) = \pi R^2 \frac{4\rho}{\rho_0} g - \Gamma U \frac{dL}{dx} \dots \quad (4)$$

前報においては、式(2)の力を見落しており，“その代りに”謂って左边に

なる項を入れ、式(4)に相当する式として次式のようなものを用いていた。

$$\frac{d}{dt} \cdot \left(\pi R^2 w + \frac{1}{2} \rho \Gamma L \right) = \pi R^2 \frac{4\rho}{\rho} g \quad \dots \dots \dots (6)$$

式(5)の項は、vortexにより全海域にわたって起されている運動から生ずる鉛直方向運動量で断面 x を通して持込まれるものとして $\rho \Gamma L \cdot U \delta t$ 、したがって 1 本のプリュームによるものとしては $(1/2) \rho \Gamma L \cdot U \delta t$ と考えて入れたのであるが、これは誤りであり、海面が存在する場合には、vortex pair による鉛直方向運動量は 0 であることが粟谷助教授により指摘された²⁾。そこで筆者らは新たに海面の他に海底の存在をも考慮した場合の vortex pair による鉛直方向運動量を粟谷助教授の方法で計算してみたが（巻末補遺参照）、やはり 0 となるべきことが判ったので、今回上述のような修正を行なうこととなったのである。

そこで今回の式(4)に戻り、プリームの軸線はほとんど水平になってからることを考えているのであるから $w \neq 0$ を考慮すると、式(4)は

$$0 = \pi R^2 \frac{4\rho}{\rho} g - \Gamma U \frac{dL}{dx} \quad \dots \dots \dots (4')$$

となる。上式中の未知量は $R^2 4\rho$ 、 Γ および L の 3 個を考えると、それらを定めるためにはあと 2 個の式が必要である。そこでそれについて考えると、まずその一つは各 1 本のプリュームについての欠損密度流量（質量レート）の連続性の条件を書き表わす式であって

$$4\rho \cdot \pi R^2 \cdot U = M/2 \quad \dots \dots \dots (7)$$

と書き表わされる。ただし M は放出口から放出される欠損密度流量で次式で表わされる。

$$M = (4\rho)_0 (\pi/4) D^2 V \quad \dots \dots \dots (8)$$

ただし、 $(4\rho)_0$ は放出口での廃液の欠損密度、 D は放出管オリフィスの内径、 V は放出流速である。

もう一つの式は渦軸の移動についての kinematic な関係式であって、図-3 の場合に対して

$$\frac{dL}{dt} = \frac{\Gamma L^2}{4\pi h(L^2 + h^2)} \quad \dots \dots \dots (9)$$

で書き表わされる。ただし、 $2L$ は既述のように渦間隔 h は渦中心の深さである。いま渦軸が水平になってからその部分を考えているのであるから h は一定と考えて $h = h_1$ とおき、また廃液の定常放出を対象とするので d/dt は $d/dx = Ud/dx$ である。これを考慮すると、式(9)は次のように書き直される。

$$U \frac{dL}{dx} = \frac{\Gamma L^2}{4\pi h_1 (L^2 + h_1^2)} \quad \dots \dots \dots (9)'$$

このようにして、3 個の未知数 $R^2 4\rho$ 、 Γ および L に対して 3 個の式(4')、(7) および (9')を得たので、これらの式をとくことにより未知量が定められる。

4. 理論式の解

(4')、(7) および (9') の 3 式をとくことを考える。

まず式(7)から

$$R^2 4\rho = M/2\pi U \quad \dots \dots \dots (7')$$

この式(7')を式(4')に代入すると、

$$\frac{dL}{dx} = \frac{Mg}{2\rho U^2 \Gamma} \quad \dots \dots \dots (10)$$

をうる。そこでこの式(10)を式(9')に代入すると

$$\Gamma = \sqrt{\frac{2\pi h_1 Mg}{\rho U}} \frac{\sqrt{L^2 + h_1^2}}{L} \quad \dots \dots \dots (11)$$

がえられる。上式を式(9')に代入して Γ を追出すと、次のように求められる。

$$\frac{dL}{dx} = \sqrt{\frac{Mg}{8\pi h_1 \rho U^3}} \frac{L}{\sqrt{L^2 + h_1^2}} \quad \dots \dots \dots (12)$$

そこで L についてのこの微分方程式を境界条件 $x=x_1$ で $L=L_1$ のもとで積分すると、次式をうる。

$$\begin{aligned} \sqrt{L^2 + h_1^2} - \sqrt{L_1^2 + h_1^2} - h_1 \log \left[\frac{L_1}{L} \right] \\ \times \frac{h_1 + \sqrt{L^2 + h_1^2}}{h_1 + \sqrt{L_1^2 + h_1^2}} = \sqrt{\frac{Mg}{8\pi h_1 \rho U^3}} (x - x_1) \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (13)$$

ここで $L^2 \gg h_1^2$ 、 $L_1^2 \gg h_1^2$ と近似的に考えれば、式(13)は次のようにになる。

$$L - L_1 = \sqrt{\frac{Mg}{8\pi h_1 \rho U^3}} (x - x_1) \quad \dots \dots \dots (14)$$

この式に式(8)を代入すれば次式をうる。

$$L - L_1 = \frac{1}{4\sqrt{2}} \left(\frac{D}{h_1} \right)^{1/2} \left(\frac{V}{U} \right)^{3/2} \frac{1}{F} (x - x_1) \quad \dots \dots \dots (15)$$

ただし F は放出口における放出プリュームの内部フルード数で $F = V / \sqrt{\frac{(4\rho)_0 g D}{\rho}}$ である。

したがって、プリュームの分岐角度（頂角の 1/2）は、この理論では、次式で与えられる。

$$\frac{L - L_1}{x - x_1} = \frac{1}{4\sqrt{2}} \left(\frac{D}{h_1} \right)^{1/2} \left(\frac{V}{U} \right)^{3/2} \frac{1}{F} \quad \dots \dots \dots (16)$$

プリュームの半径 R 、欠損密度 4ρ 、プリューム内の廃液の濃度 c については前報の理論に誤りはない。したがってその結果のみここに再録すると、

中間相では

$$R = \left[R_1^{2/3} + \frac{2a \epsilon^{1/3}}{3U} (x - x_1) \right]^{3/2} \quad \dots \dots \dots (17)$$

$$\frac{4\rho}{\rho} = \frac{M}{2\pi \rho U} \frac{1}{[R_1^{2/3} + (2a \epsilon^{1/3}/3U)(x - x_1)]^3} \quad \dots \dots \dots (18)$$

$$c = \frac{M_s}{2\pi \rho U} \frac{1}{[R_1^{2/3} + (2a \epsilon^{1/3}/3U)(x - x_1)]^3} \quad \dots \dots \dots (19)$$

終期相では

$$R = \left[R_1^{2/3} + \frac{2av\lambda}{U} (x - x_1) \right]^{1/2} \quad \dots \dots \dots (20)$$

$$\frac{4\rho}{\rho} = \frac{M}{2\pi \rho U} \frac{1}{[R_1^{2/3} + (2av\lambda/U)(x - x_1)]^3} \quad \dots \dots \dots (21)$$

$$c = \frac{M_s}{2\pi\rho U} \frac{1}{R_1^2 + (2av\lambda/U)(x-x_1)} \dots\dots (22)$$

ただし、 R_1 は $x=x_1$ における R の値であり、また“中間相”とはプリュームの拡散にあたる渦が Kolmogoroff の慣性小領域にあるものとみなされる場合のもの、また“終期相”とはこのプリュームの拡散に主影響をもつものはさらに低波数のエネルギー含有渦であると考える場合のものをここでは意味することとする。式(17)～(22)は本報ではこれ以上使用しないのでその他の記号の意味については記述を省略する（前報参照）。

5. 実験装置および測定方法

実験に使用した水路は昨年度海岸工学講演会において首藤教授の発表した論文中に記載されたと同じ中央大学理工学部水理実験室の循環式鉄製水路で、その測定部分寸法は長さ 7.6 m、幅 1.2 m、深さ 0.6 m、側面は一部分ガラス張りである。ポンプにより水流を循環させ、その流量は Venturi 管により測定した。

水路の測定部分の底板の一部には真鍮板をはめ込み、それに放出口に相当する内径 2 mm, 3.6 mm, および 5.5 mm の銅製パイプをそれぞれ水路の中心線上に、そして真鍮板にフラットに板下方からとりつけた。このパイプにビニール管をとりつけ、“廃液”の上部タンクに連結した。

海水に相当する周囲水としては、実物においては、淡水を用いた。また、“廃液”には希釈したメタノールを使用し、その液体のプリュームの可視化のため、この液体にはあらかじめ Malachite green を混じた。液体の比重は廃液の上部タンクにおいて Baumé の浮子型比重計により測定した。

このようにしてつくられた廃液の放出口からの拡散の状況を鉛直上方および水平側方より写真的に記録した。前出写真-1 はそのようにして記録された写真の一例を示すものである。この場合のプリュームの $2L_1$, h_1 および $2L$ の長さは図上で測定した（図-5）。この場合、 $2L$ の長さは $x=100$ cm の点における値をとることとした。

廃液の流量は、放出中における廃液の高水槽内の水面低下の割合を測定することにより計算で求めた。しかし、この場合にも、高水槽内水面の下りは全落差に比べて非常に小さくなるように廃液の水槽を高い位置に据え付けてあるので、十分に定常的に近い放出が行なわれていたと考えることができる。

放出口よりの放出流速は、放出流量 Q を放出口断面積 $(\pi/4)D^2$ で割ることにより計算で求めた。

6. 実験結果

(1) 行なった実験のケースと実験結果の概要

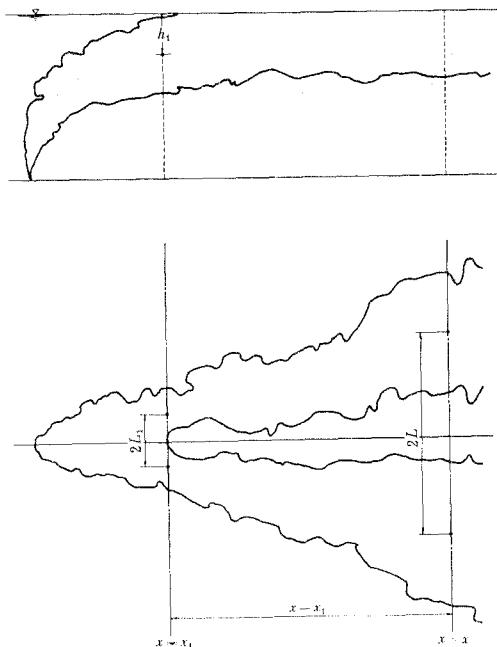


図-5 L_1 , h_1 , L の測定

行なった実験ケースと実験値の概要を一覧にしたもののが表-1 である。

表-1 の最後の欄 $(L-L_t)/(x-x_1)$ はプリューム軸線の拡がり角（分岐頂角の 1/2）を示すものである。この欄に記載のない場合は、プリュームが分岐しなかった場合である。

(2) プリューム軸線の分岐角度

表-1 の中で、プリュームが分岐したケースについて、その分岐角をプロットしたものが図-6 である。同図の中には理論式 (16) で与えられる直線も示してあるが、理論式は実験と

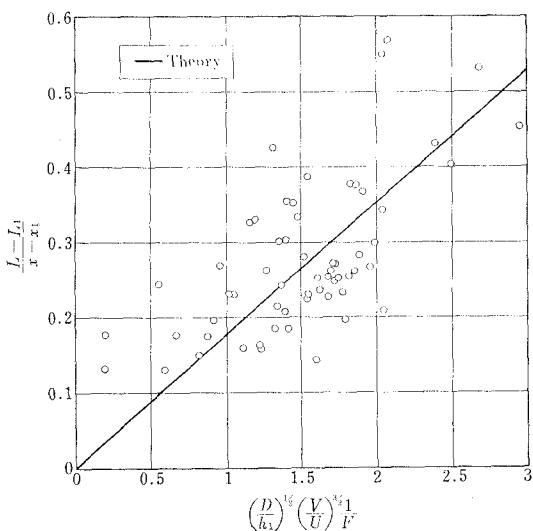


図-6 プリュームの分岐角度

表1 実験値の一覧

Run No.	H (cm)	Q (cc/sec)	U (cm/sec)	D (cm)	V (cm/sec)	ρ (gr/cm ³)	$\Delta\rho/\rho$	F	T (°C)	V/U	H/D	$(L-L_1)$ (x-x ₁)
1	39.4	4.50	1.915	0.2	143.2	0.972	0.028	60.2	12.8	74.8	197.0	0.1962
2	39.4	3.86	2.07	0.2	122.9	0.972	0.028	51.7	12.8	59.3	197.0	0.1834
3	39.4	3.22	2.07	0.2	102.6	0.972	0.028	43.1	12.8	49.6	197.0	0.1834
4	39.5	3.87	2.33	0.2	123.2	0.9745	0.0255	54.4	10.5	52.9	197.5	0.1578
5	39.5	4.52	2.33	0.2	143.9	0.9745	0.0255	63.5	10.5	61.8	197.5	0.1623
6	39.5	1.94	2.33	0.2	61.7	0.9745	0.0255	27.2	10.5	26.4	197.5	0.1486
7	39.5	4.52	2.33	0.2	143.9	0.9745	0.0255	63.5	10.5	61.8	197.5	0.1570
8	40.0	3.87	2.15	0.2	123.2	0.971	0.029	51.3	11.3	57.3	200.0	0.207
9	40.0	3.87	2.15	0.2	123.2	0.971	0.029	51.3	11.3	57.3	200.0	0.214
10	40.0	4.52	2.15	0.2	143.9	0.971	0.029	59.5	11.3	66.9	200.0	
11	40.0	4.52	2.15	0.2	143.9	0.971	0.029	59.5	11.3	66.9	200.0	
12	40.0	4.52	2.15	0.2	143.9	0.971	0.029	59.5	11.3	66.9	200.0	
13	40.0	3.87	2.15	0.2	123.2	0.971	0.029	51.3	11.3	57.3	200.0	
14	40.0	4.52	2.15	0.2	143.9	0.971	0.029	59.5	11.3	66.9	200.0	0.223
15	40.0	3.87	2.15	0.2	123.2	0.971	0.029	51.3	11.3	57.3	200.0	
16	40.0	3.87	2.15	0.2	123.2	0.971	0.029	51.3	11.3	57.3	200.0	
17	40.0	3.87	2.15	0.2	123.2	0.971	0.029	51.3	11.3	57.3	200.0	
18	40.1	4.64	2.07	0.2	147.9	0.969	0.031	59.7	10.8	71.4	200.5	0.232
19	40.1	4.39	2.07	0.2	139.8	0.969	0.031	56.4	10.8	67.5	200.5	0.261
20	40.1	3.87	2.07	0.2	123.2	0.969	0.031	49.7	10.8	59.5	200.5	0.229
21	40.1	3.26	2.07	0.2	135.7	0.970	0.030	55.2	10.8	65.5	200.5	0.226
22	40.1	4.39	2.07	0.2	139.8	0.970	0.030	56.8	10.8	67.5	200.5	0.271
23	40.1	4.13	2.07	0.2	131.4	0.970	0.030	53.4	10.8	63.5	200.5	0.235
24	40.1	4.52	2.07	0.2	143.8	0.970	0.030	54.0	10.8	69.4	200.5	0.261
25				0.2					10.8			
26	40.0	4.52	2.00	0.2	143.8	0.970	0.030	58.4	9.5	71.9	200.0	0.247
27	40.0	4.52	2.00	0.2	143.8	0.970	0.030	58.4	9.5	71.9	200.0	0.282
28	40.0	4.52	2.00	0.2	143.8	0.970	0.030	58.4	9.5	71.9	200.0	0.267
29	40.0	4.64	2.00	0.2	147.9	0.970	0.030	60.6	9.5	74.0	200.0	0.254
30	40.0	4.26	2.00	0.2	135.7	0.9705	0.029	55.6	9.5	67.9	200.0	0.253
31	40.0	4.52	2.00	0.2	143.8	0.9705	0.029	58.9	9.5	71.9	200.0	0.271
32	40.0	4.39	2.00	0.2	139.8	0.9705	0.029	57.3	9.5	69.9	200.0	0.252
33	40.0	4.00	2.00	0.2	127.4	0.9705	0.029	52.2	9.5	63.7	200.0	0.252
34	40.0	7.48	2.05	0.2	238.0	1.002	0.002	381.0	11.0	116.2	200.0	0.243
35	39.9	3.87	2.14	0.2	123.0	0.953	0.047	39.5	11.0	57.5	199.5	0.299
36	39.9	5.42	2.14	0.2	223.0	0.953	0.047	71.7	11.0	104.3	199.5	0.531
37	39.9	2.19	2.14	0.2	69.8	0.9472	0.053	21.1	11.0	32.6	199.5	0.280
38	39.9	3.62	2.14	0.2	115.0	0.9472	0.053	34.7	11.0	53.8	199.5	0.549
39	39.9	1.94	2.14	0.2	61.9	0.941	0.059	17.6	11.0	28.8	199.5	0.387
40	39.9	3.49	2.14	0.2	111.0	0.941	0.059	31.6	11.0	51.8	199.5	0.568
41	39.9	1.94	1.88	0.2	61.9	0.941	0.059	17.6	11.0	32.8	199.5	0.208
42	39.9	3.23	1.88	0.2	103.0	0.941	0.059	29.4	11.0	54.8	199.5	0.403
43	39.9	1.29	1.88	0.2	41.1	0.9625	0.037	15.0	11.0	21.8	199.5	0.326
44	39.9	2.58	1.88	0.2	82.2	0.9625	0.037	30.0	11.0	43.7	199.5	0.375
45	40.0	2.58	2.74	0.2	82.2	0.965	0.035	31.4	7.0	30.0	200.0	
46	40.0	1.93	2.74	0.2	61.6	0.965	0.035	23.5	7.0	22.5	200.0	
47	40.0	0.645	2.74	0.2	20.5	0.961	0.039	7.42	7.0	7.48	200.0	
48	40.0	0.645	2.74	0.2	20.5	0.961	0.039	7.42	7.0	7.48	200.0	
49	40.0	3.225	2.74	0.2	102.7	0.972	0.028	37.1	7.0	43.7	200.0	
50	40.0	2.84	2.74	0.2	90.4	0.972	0.028	32.7	7.0	38.5	200.0	
51	40.0	4.13	2.74	0.2	131.5	0.972	0.028	54.4	7.0	48.0	200.0	
52	40.0	3.23	2.74	0.2	102.9	0.977	0.023	47.9	7.0	37.5	200.0	
53	40.0	2.58	2.74	0.2	82.2	0.977	0.023	38.3	7.0	30.0	200.0	
54	40.0	3.62	2.74	0.2	115.2	0.977	0.023	53.7	7.0	42.1	200.0	0.1742
55	40.0	3.23	2.74	0.2	102.9	0.983	0.017	55.9	7.0	37.6	200.0	
56	40.0	2.19	2.74	0.2	69.8	0.983	0.017	37.9	7.0	25.5	200.0	
57	40.2	3.87	3.08	0.2	123.2	0.983	0.017	66.9	7.5	40.0	201.0	0.1288
58	40.2	3.87	3.08	0.2	123.2	0.983	0.017	66.9	7.5	40.0	201.0	

Run No.	H (cm)	Q (cc/sec)	U (cm/sec)	D (cm)	V (cm/sec)	ρ (gr/cm ³)	$\Delta\rho/\rho$	F	T (°C)	V/U	H/D	$(L-L_1)$ (x-x ₁)
59	40.2	2.58	3.08	0.2	82.2	0.986	0.014	49.3	7.5	26.7	201.0	
60	40.2	3.87	3.08	0.2	123.2	0.986	0.014	74.0	7.5	40.0	201.0	
61	40.2	3.23	3.08	0.2	103.0	0.989	0.011	70.1	7.5	33.4	201.0	
62	40.2	3.88	3.08	0.2	123.0	0.989	0.011	83.8	7.5	39.9	201.0	
63	40.2	3.88	3.08	0.2	123.0	0.989	0.011	83.8	7.5	39.9	201.0	
64	40.2	3.88	3.08	0.2	123.0	0.989	0.011	83.8	7.5	39.9	201.0	
65	40.2	2.58	3.08	0.2	82.1	0.9905	0.0095	60.1	7.5	26.6	201.0	
66	40.2	3.88	3.08	0.2	123.0	0.9905	0.0095	90.1	7.5	39.9	201.0	
67	40.2	4.52	3.08	0.2	144.0	0.9925	0.0075	119.0	7.5	46.2	201.0	
68	40.2		3.08	0.2		0.9925			7.5			
69	40.2	21.0	3.08	0.55	59.0	0.9925	0.0075	29.1	7.5	19.1	73.1	
70	40.2	18.1	3.08	0.55	57.1	0.981	0.019	17.83	7.5	18.52	73.1	
71	40.1	3.22	3.45	0.2	102.5	0.9885	0.0115	45.6	5.5	29.7	200.5	
72	40.1	3.87	3.45	0.2	123.0	0.9885	0.0115	54.7	5.5	35.6	200.5	
73	40.1	3.88	3.45	0.2	123.0	0.982	0.018	34.9	5.5	35.6	200.5	
74	40.1	3.88	3.45	0.2	123.0	0.982	0.018	34.9	5.5	35.6	200.5	
75	40.1	3.88	3.45	0.2	123.0	0.975	0.025	25.1	5.5	35.6	200.5	
76	40.1	3.88	3.45	0.2	123.0	0.975	0.025	25.1	5.5	35.6	200.5	
77	40.3	18.6	3.14	0.55	54.4	0.978	0.022	15.68	5.5	17.3	73.3	0.333
78	40.3	10.33	3.14	0.36	114.0	0.978	0.022	40.8	5.5	36.3	111.9	0.242
79	40.3	18.6	3.14	0.55	54.4	0.978	0.022	15.68	5.5	17.3	73.3	0.351
80	40.3	11.62	3.17	0.55	48.8	0.978	0.022	14.2	5.5	15.4	73.3	0.330
81	40.3	11.62	3.17	0.55	48.8	0.9755	0.0245	13.4	5.5	15.4	73.3	0.262
82	40.3	10.33	3.17	0.36	101.6	0.9755	0.0245	34.5	5.5	32.0	111.8	0.354
83	40.3	8.39	3.17	0.55	35.3	0.9755	0.0245	9.73	5.5	11.3	73.3	0.229
84	40.3	3.88	3.17	0.36	38.1	0.9755	0.0245	12.96	5.5	12.2	111.8	0.143
85	40.3	10.98	3.17	0.36	108.0	0.9755	0.0245	36.7	5.5	34.1	111.8	0.301
86	40.3	5.17	3.17	0.55	21.7	0.970	0.030	5.40	5.5	6.8	73.3	0.1950
87	40.3	12.25	3.17	0.55	51.6	0.970	0.030	12.8	5.5	16.3	73.3	0.425
88	40.3		3.17	0.36		0.970			5.5			
89	40.3	7.75	3.17	0.55	32.6	0.961	0.039	7.12	5.5	10.3	73.3	0.303
90	40.3	11.62	3.17	0.55	48.8	0.961	0.039	10.65	5.5	15.4	73.3	0.377
91	40.3	10.33	3.17	0.36	101.6	0.961	0.039	27.4	5.5	32.0	111.8	0.366
92	40.3	5.17	3.17	0.36	50.8	0.961	0.039	13.7	5.5	16.0	111.8	0.230
93	40.3	11.62	2.52	0.55	48.9	0.966	0.034	11.24	5.0	19.41	73.3	0.431
94	40.3	11.62	2.52	0.36	114.2	0.966	0.034	32.4	5.0	45.3	112.0	
95	40.3	8.33	2.52	0.55	35.1	0.966	0.034	8.07	5.0	13.94	73.3	0.342
96	40.3	4.52	2.52	0.36	44.4	0.966	0.034	12.00	5.0	17.63	112.0	
97	40.3	11.62	2.52	0.55	48.9	0.953	0.047	9.50	5.0	19.41	73.3	0.453
98	40.3	10.98	2.52	0.36	107.9	0.953	0.047	25.9	5.0	42.8	112.0	
99	40.3	3.23	2.52	0.55	13.6	0.953	0.047	2.64	5.0	5.40	73.3	
100	40.3	7.10	2.52	0.36	69.8	0.953	0.047	16.74	5.0	27.7	112.0	
101	40.3	7.10	2.52	0.55	29.9	0.953	0.047	5.80	5.0	11.86	73.3	
102	40.3	11.62	2.52	0.55	48.9	0.9435	0.0565	8.62	5.0	19.41	73.3	
103	40.3	10.33	2.52	0.36	101.4	0.9435	0.0565	22.1	5.0	40.25	112.0	
104	40.3		2.92	0.20		0.940			5.0			
105	40.5	5.17	3.32	0.55	21.8	1.0015	0.0015	24.3	5.5	6.56	73.7	
106	40.5	4.52	3.32	0.36	44.4	1.0015	0.0015	61.1	5.5	13.38	115.8	
107	40.5	1.80	3.32	0.20	41.4	1.0015	0.0015	76.5	5.5	12.48	203.0	
108						0.912			5.5			
109	40.0	7.10	3.12	0.55	29.9	0.978	0.022	8.62	6.0	9.58	72.8	0.269
110	40.0	1.80	3.12	0.55	5.43	0.978	0.022	1.56	6.0	1.74	72.8	
111	40.0	1.935	3.12	0.55	8.12	0.978	0.022	2.35	6.0	2.61	72.8	
112	40.0	3.88	3.12	0.55	16.28	0.978	0.022	4.69	6.0	5.22	72.8	0.1758
113	40.0	3.23	3.12	0.55	102.7	0.978	0.022	49.5	6.0	3.29	200.0	0.1758
114	40.0	3.23	3.12	0.55	102.7	0.978	0.022	49.5	6.0	3.29	200.0	0.1322

$(D/h_1)^{1/2}(V/U)^{3/2}/F = 0.55 \sim 1.70$

(3) 分岐現象の発生範囲

表-1 に示されるように、分岐拡散の発生するケースと発生しないケースがある。図-7 には分岐拡散が発生している Froude 数と V/U の値について調べてみたものである。同図の上で、A は分岐を生じない領域であり、B は分岐を生ずる領域である。

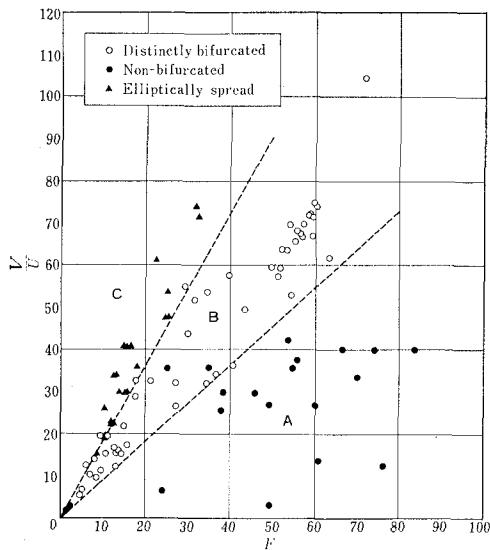


図-7 分岐現象の発生範囲

一定の Froude 数のプリュームを放出浮上させると、 V/U が小さい間は A 領域にあるが、 V/U の値を増加させてゆくと B 領域に入る。しかし、さらに V/U の値が増加すると、プリームは次第に流れによって曲げられたプリューム (bent-over plume) というよりは鉛直に浮上するプリュームに近いものとなり、ためにプリュームが水面に達すると水面下に橢円形に近い形で拡がってゆき、分岐拡散のような拡散状況はもはや呈しなくなる。この領域を C 領域と記した。このようにして図-7 の B 領域が分岐拡散の現象を生ずる領域となる。

7. むすび

水平な流れの中に海底近くから鉛直上方に向けて放出された廃液の浮上プリュームの分岐拡散について、前報の理論の中にあった重要な理論的誤りを修正して修正結果を導いた(式(16))。また新しく実験を行なって理論を検討し、理論結果の妥当性を検証した。

プリュームの分岐拡散現象の発生範囲については、 $H/D \approx 200$ の場合については、その範囲を明らかとした(図-7)。しかしさらに水深を何種類かにかけて、無次元パラメーター H/D の影響を今後検討する必要がある。

本研究の遂行に当っては本間 仁教授より数々のご助言を賜った。深謝の意を捧げる。また本研究に協力せられた首藤伸夫教授に謝意を表するとともに、実験に熱心に協力せられた当時学部学生であった成島忠之（現中大院），保科義男（三井港湾 KK），浅野和夫（大末建設 KK）の三君にも謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 林 泰造・首藤伸夫：流れの場に海洋放出された廃液の浮上プリュームの分岐拡がり，第 17 回海岸工学講演会論文集，1970 年，pp. 355～359.
 - 2) 粟谷陽一：海面下における液体廃棄浮上プリュームの分岐拡散（討議），第 7 回衛生工学研究会討論会講演論文集，1971 年，p. 131.
 - 3) Pratte, B.D. and W.D. Baines : Profiles of the round turbulent jet in a cross flow, Journ. of Hydraulics Division, Proceedings of ASCE, Vol. 93, No. HY 6, 1967, pp. 53～64.
 - 4) たとえば, Lamb, H. : Hydrodynamics 6th Ed. p. 223.
 - 5) 首藤伸夫：流水中の重力拡散，第 17 回海岸工学講演会論文集，1970 年，pp. 349～354.

補遺

深さ H の海域中に置かれた一对の vortex pair によって海域につくられる鉛直方向運動量について考えてみる。vortex pair に対する海面と海底の存在の影響は図示のような鏡像を考えることによっておき代えられる（図一8）。

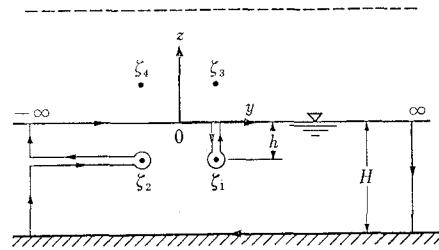


図-8 vortex pair とその鏡像

二次元の Stokes の定理によると、

$$\iiint \left(\frac{\partial Q}{\partial y} - \frac{\partial P}{\partial z} \right) dy dz = \oint (P dy + Q dz) \quad (23)$$

ここに右辺の周辺積分の径路は図示矢印のようである。
いま、

とおく。ただし、 v , w : それぞれ y および z 方向の流速成分である。そうすると、

である。そこで式(24)および(25)を(23)に代入すると、

$$\iint w dy dz = \oint z(v dz - w dy) \quad \dots \dots \dots \quad (26)$$

となる。上式の左辺は海域全体の鉛直方向の運動量である。

上式の右辺中の $(vdz - wdy)$ については、海面および海底と ζ_1 および ζ_2 を囲む各小円の上では $vdz - wdy = 0$ であり、また、 $y = \pm\infty$ では $vdz - wdy \rightarrow 0$ となる。よって、上式の右辺は 0 となる。よって、一对の vortex pair によって深さ H の海域につくられる流体運動の鉛直方向運動量の総和は 0 となる。