

淡塩二層流における乱れ拡散に関する研究 (2)

岩崎 敏夫*・阿部 至雄**

1. はじめに

相対速度差がある程度大きくなると、淡塩水界面には内部スペクトル波群が形成され、さらに内波が砕けて下層流塊が乱れのために上方にまき上げられて乱れ拡散が生じる。この乱れ拡散が密度混合と連行のトリガーとしての役割りを果たすことに着目し、さきにわれわれは、この乱れ拡散場を水素気泡を用いて可視化し、現象を定性的に把握するとともに、濃度変動を測定することにより、そのスペクトル・密度分布を求め、内部界面の挙動および上層にまき上げられた下層流塊、すなわち塩水の挙動特性を考察した¹⁾。また、流れ方向の速度変動を定温度ホットフィルム・アネモメーターを用いて求め、内部界面付近の局所的流速分布、乱れの強さ、渦径およびスペクトルなどから乱れの特性を考察し、次に、拡散過程と密接な関係にあるオイラー相関や拡散現象を代表する拡散係数を求めた²⁾。

いま、速度変動成分を u_1, u_2, u_3 圧力変動を u_4 とし、それらの相関関数およびスペクトルを、それぞれ R および W とすれば、

$$u_i(\bar{t}); (R_{ij}(\tau), W_{ij}(f)); i, j=1, 2, 3, 4) \quad \dots\dots\dots (1)$$

であるが、水流における現在までのタービュレンスの測定技術では、そのほとんどが

$$\bar{u}_1(t); R_{11}(\tau), W_{11}(f) \quad \dots\dots\dots (2)$$

である。今回、われわれは、さらに流れ方向とそれに垂直な方向の速度変動を X-array type のプローブを用いて測定し、相対乱れの強さ、相互相関および渦動粘性係数などを求めたのでここに報告する。

2. 実 験

(1) 実験装置および実験方法

実験装置および方法は既報²⁾と同じであって、長さ 3.8 m、幅 0.15 m、深さ 0.30 m の二次元水路を用い、実験流量が 1.2 l/s のとき、比重 1.0196、水深 10 cm の静止塩水層上を淡水が淡水深 10 cm で流出する場合の二成層密度流について実験を行なった。なお、塩水および淡水の平均温度は、それぞれ 8.8°C および 8.3°C で、実

験中ほとんど一定であった。

速度変動の測定断面は、淡塩両層接触開始点を流程 $x=0$ cm とし、その点の静止塩水層上面を $y=0$ cm とし、鉛直上向きに y をとり、そこから下流へ $x=10$ cm, 20 cm, 30 cm の 3 断面とした。計測はそれら断面の水路中央において $4y$ を 0.5 cm にとって約 2 分間行なった。

(2) 速度変動の測定

速度変動の測定装置・方法は既報と同様であって、Thermo, System Inc. 製の定温度ホットフィルムアネモメーター、1050 シリーズであるが²⁾、今回用いた受感子は直径 0.15 mm、長さ 2 mm の X-array 型の Hot Film である。磁気テープに収録した記録は A-D 変換器 (HI DAS-5200) によって、一定の時間間隔でサンプリングされ、いったんテープに貯留したのちカードにせん孔して NEAC 2200-700 により計算した。

次に、流れ方向およびそれに垂直な方向の速度変動成分、 $u'(t)$ および $v'(t)$ は次式によって求めた。

$$u' = \alpha \{ (q_1 - \bar{q}_n) + \beta (q_n - \bar{q}_n) \} / 2 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$v' = \alpha \{ (q_1 - \bar{q}_1) - \beta (q_n - \bar{q}_n) \} \times r / 2 \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 q_1, q_n はそれぞれ Probe I および Probe II に対するリニアライザー出力 (volt) を速度の次元 (cm/s) に変換したときの速度ベクトルであり、 $\bar{q}_1, \bar{q}_n$ はおのおのそれらの平均値である。また、 β は Probe I, II の間の $\bar{q}_1$ および $\bar{q}_n$ に関する補正のための実験定数であり、 α はこの β と流れ方向に垂直な single probe によって得られた平均流速との間の補正に関する実験定数である。各プローブは互いに直角で、流れ方向に対し 45° に設定し、 r は 1.1 とした。すなわち今回は 2 次元流れを仮定し、さらに流れ方向の平均流速に比し各速度変動

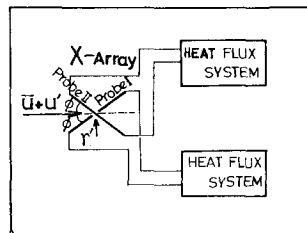


図-1

* 正会員 工博 東北大学教授 工学部

** 正会員 工修 東北工業大学助教授 工学部

成分は小さく、かつ鉛直方向には平均流れがないものとして変動成分を求めた (図-1)。

3. 実験結果および考察

データの解析は、その読取り間隔を 6.4 ms とし、サンプリングタイムと局所的平均流速および乱れの強さとの関係から、資料の総読取り数は 5 000 個 (32 秒) とした。

(1) 局所的平均流速 ($\bar{u}$)、乱れの強さ ($\sqrt{\bar{u}^2}$, $\sqrt{\bar{v}^2}$) および $\bar{u}'v'$ 分布

図-2 に、 $\bar{u}$, $\sqrt{\bar{u}^2}$, $\sqrt{\bar{v}^2}$ および $\bar{u}'v'$ の垂直方向の分布を示した。ここに、 $\bar{u}'v'$ は後述の相互相関より求めたものである。流速分布は、周知のように、界面内波の増幅の機構とか、安定問題の解明、さらに渦動粘性係数などを求めるにあたり重要となる。図によれば、流速分布は境界層の流程の増加とともに発達し、この内層においては通常行なわれているように三角形分布あるいは放物線分布を仮定することも可能と思われる。次に乱れの強さ $\sqrt{\bar{u}^2}$ は界面付近において non-homogeneous であるが、 $\sqrt{\bar{v}^2}$ についてはほぼ homogeneous である。ま

た流程 30 cm での $\bar{u}'v'$ -分布をみると、その強さが界面付近で大きく減少していることがわかる。このことは大気でも実証されており、粘性応力が無視できないことを意味している。

次にこれらをさらに相対高さと相対乱れの強さとの関係においてプロットしたのが 図-3 および 図-4 である。図-3 から、相対乱れの強さは界面付近で大きく、相対高さが増すとともにその大きさは減少し、 y/y_0 が 0.25 程度でほぼ一様となる。相対レイノルズ応力についても、均質な開水路における場合と類似の傾向を示す。しかし、相対乱れの強さの大きさは密度分布が存在するため小さい。

(2) 相関関数 (R) およびスペクトル (W)

相関関数およびスペクトルの計算は Tukey の方法に準じ、資料の読取り間隔 (Δt) を 6.4 ms とし、60 Hz 以下の周波数について 32 秒間の解析を行なった。

a) 自己相関関数

時間的遅れを $\tau = m \Delta t (m = 0, 1, 2, \dots, M)$ とするとき、流れ方向の速度変動 $u'(t)$ およびそれに垂直方向の速度変動 $v'(t)$ に対する生の自己相関関数を

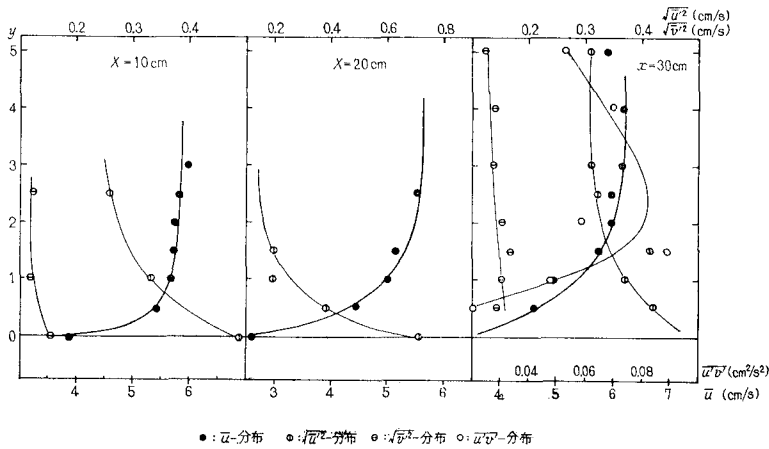


図-2

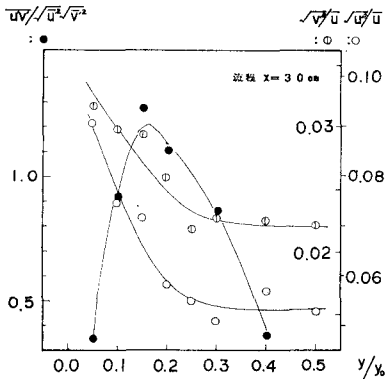


図-3 相対乱れの強さの鉛直分布

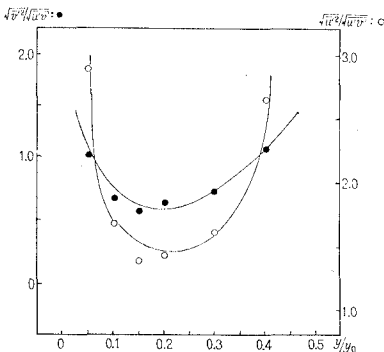


図-4 相対乱れの強さの鉛直分布 (流程 $x = 30\text{ cm}$)

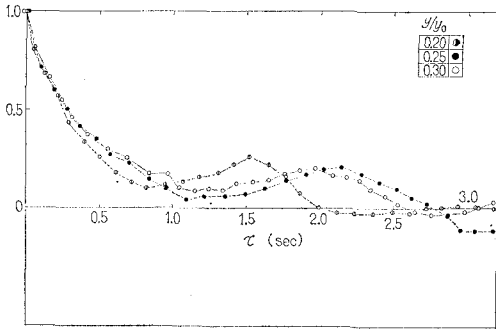


図-5 自己相関関数 R_{uu} (流程 $x=30$ cm)

$$R_{uu}(m \Delta t) = \frac{1}{N-m} \sum_{n=1}^{N-m} u'(t_n) u'(t_{n+m}) \quad (5)$$

$$R_{vv}(m \Delta t) = \frac{1}{N-m} \sum_{n=1}^{N-m} v'(t_n) v'(t_{n+m}) \quad (6)$$

によって求め、 $R_{uu}(\tau)$ を図-5, 6 に、 $R_{vv}(\tau)$ を図-7 に示した。図-6 によれば、 $R_{uu}(\tau)$ にみられる 2 秒前後の周期性は内部波の影響を示すものであるが、 y/y_0 が増すとともにランダム性が卓越してくることが認められる。また、 y/y_0 が 1.5 までは相対高さとともに $R_{uu}(\tau)$ は増すが、その後は減少し、 y/y_0 が 2.5~3.0 では相関の形および強さにおいてほぼ類似の相関を示す性質が認められる (図-5)。

次に図-7 から、 $v'(t)$ の相関は、乱流境界層内で通常みられるようなものと同じように、 $u'(t)$ の相関に比し、その強さのスケールにおいてかなり小さい。また全体的傾向としてランダム性が卓越しているが、 $y/y_0=$

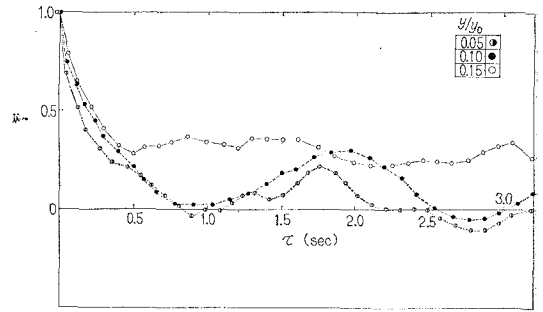


図-6 自己相関関数 R_{uu} (流程 $x=30$ cm)

0.05 の相関にみられる約 0.6 秒前後の周期性は砕波につながる内波の短周期成分に関与するものと思われる。

b) 相互相関関数

$u'(t)$ と $v'(t)$ に関する相互相関関数を

$$R_{vu}(m \Delta t) = \frac{1}{N-m} \sum_{n=1}^{N-m} v'(t_n) u'(t_{n+m}) \quad (7)$$

$$(m = -M, \dots, -1, 0, 1, \dots, M)$$

によって求め、図-8 に示した。この図から、ずらしゼロのときの相関はすべての y/y_0 に対し正となっている。すなわち、運動量が水面方向に輸送されていることを意味している。この運動量の輸送の割合は、 y/y_0 が 0.20 までは順次増大することが認められる。次に相互相関の形はずらしゼロの軸に関し非対称で一般的な形を示している。内部界面にごく近い、 y/y_0 が 0.05~0.10 での相関は複雑な形をしているが、それは内波によるためと思われる。次に相関のピーク値の変化、すなわち time lag の変化は、 y/y_0 が 0.05, 0.10 では約 0.73 秒であるが、

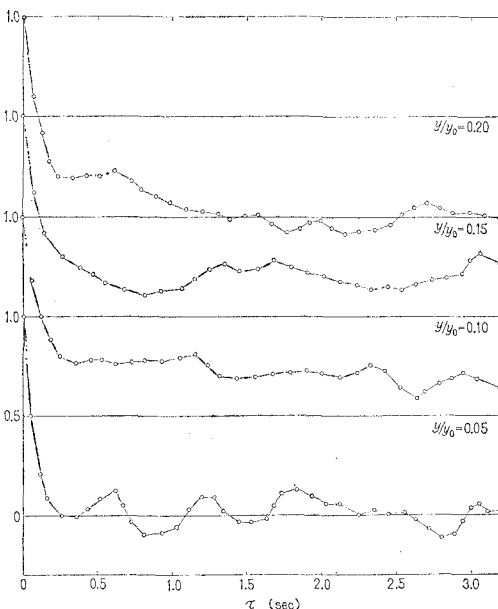


図-7 (a) 自己相関関数 R_{vv} (流程 $x=30$ cm)

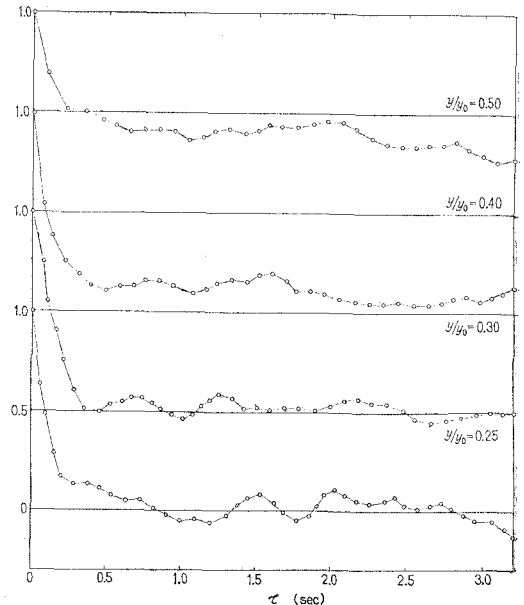
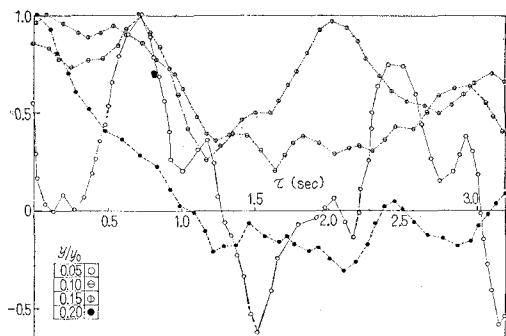
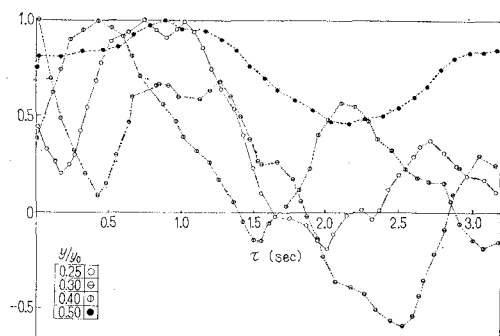


図-7 (b) 自己相関関数 R_{vv} (流程 $x=30$ cm)

図-8 (a) 相互相関関数 R_{vu} (流れ $x=30$ cm)図-8 (b) 相互相関関数(流れ $x=30$ cm) $\circ, \ominus (R_{uv}); \triangle, \bullet (R_{vu})$

y/y_0 が増すにつれ, その時間的遅れは少なくなり, さらに負の time lag において相関が最大になったのち, 再び正の time lag を示しているが, その理由はいまのところ不明である。

c) 乱れのパワースペクトル

乱れのパワースペクトルは次式によって求めた。

$$W\left(\frac{r}{M} \cdot \frac{1}{2 \Delta t}\right) = \sum_{n=-i}^i a_n P\left(\frac{r-n}{M} \cdot \frac{1}{2 \Delta t}\right) \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$(r=0, 1, \dots, M)$$

ここには a は spectral window で $\sum_{n=-i}^i a_n = 1$ であり, P は式 (5) あるいは式 (6) より求めた平滑前のスペクトルである。

図-9 に, $a_0=0.50$, $a_1(=a_{-1})=0.25$ で, 自由度が

30 の場合の計算結果例を示した。なお W_u および W_v はそれぞれ $u'(t)$, $v'(t)$ に対するパワースペクトルである。

この図から, スペクトルの強さは W_v のほうが W_u より全体的傾向として小さく, とくに約 2 cps より低周波側および約 6 cps より高周波側においてかなりの違いがみられる。しかしその中間の周波数帯では W_v と W_u のスペクトルの強さはほぼ同じである。次にスペクトルの形は W_u では全体的な傾向として, $-5/3$ 乗則よりもむしろ内部波でいう -3 乗則に近いが, W_v のスペクトルの形は約 1.6 cps を境いとして, 高周波側では周波数の -3 乗に, また低周波側ではそれよりゆるいスペクトルの減少の仕方がみられる。

(3) 平均渦径 (L) および最小渦径 (λ)

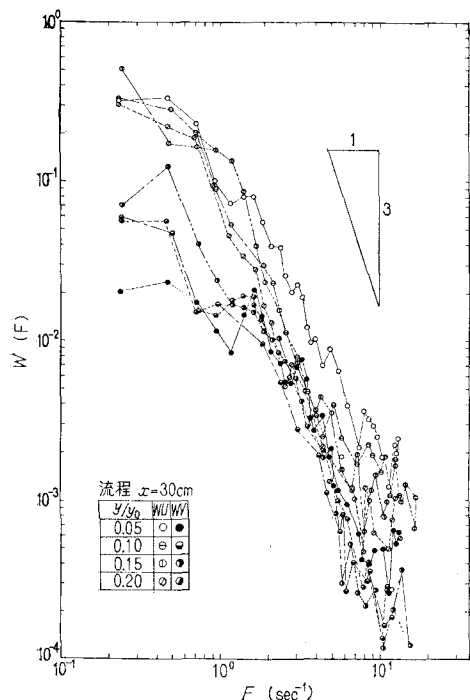


図-9 (a) 乱れのスペクトル

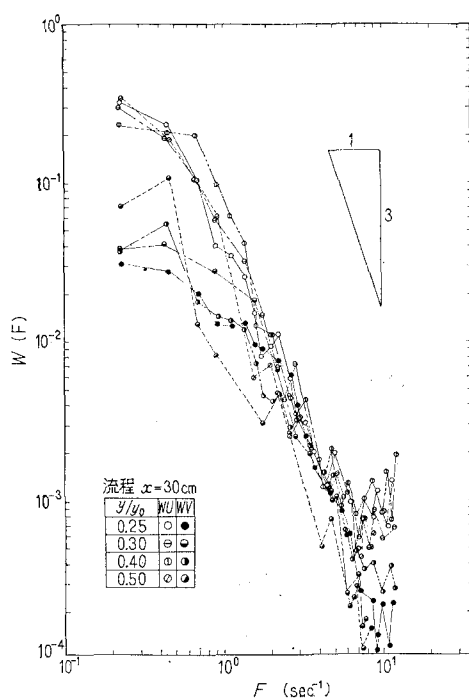


図-9 (b) 乱れのスペクトル

平均渦径 (L_x) はオイラーの時間相関から Taylor の仮説を用い, また最小渦径は Zero-counting Method によって, 既報²⁾と同様にして求めた。

図—10 は平均渦径および最小渦径の高さ方向の分布を示す。この図によると, 平均渦径は y/y_0 とともに大きくなり, y/y_0 が 0.25 付近で最大値をとるような傾向を示している。また最小渦径についても y/y_0 とともに大きくなる傾向を示しているが, ここでスペクトルの高周波領域におけるその強さの違いも考えに入れると, 単に相対水深のみの関数として表わし得るかどうかは今後検討を要するところである。

これらをさらに乱れのエネルギー逸散率 (G) との関係において示したのが 図—11 である。ここに, G は

$$G = 15 \rho \nu \bar{u}^2 / \lambda_x^2 \quad (\lambda_y = \lambda_x / \sqrt{2}) \quad \cdots \cdots (9)$$

により求めた。この図によれば, G は平均渦径と一義的に関係し, 最小渦径とも傾向として反比例の関係にある。すなわち小さな渦ほどエネルギーを消耗しやすいことがわかる。

(4) 渦動粘性係数 (ϵ_m)

流速分布, 濃度分布など流れの微細な構造に立入って考える場合には渦動粘性係数および拡散係数を考えねばならない。せん断力を τ とするとき, 渦動粘性係数は

$$\epsilon_m = \tau / \rho \left(\frac{du}{dy} \right) \quad \cdots \cdots (10)$$

によって定義される。いま $\tau = -\rho \overline{u'v'}$ とし, 図—2 に示した境界層内の流速分布を放物線で近似することによりその速度勾配を求め, 式 (10) によって ϵ_m を求めて示したのが 図—12 である。この図によれば, 渦動粘性係数と相対高さの間には一義的な関係があるといえよう。しかし, その数値とともに今後さらに検討を要するところである。

4. あとがき

淡塩水界面付近において, X-array type の Hot-Film アネモメーターを用い乱れの測定を行なったが, いままでに明らかになった乱れ拡散の特性を列挙する。

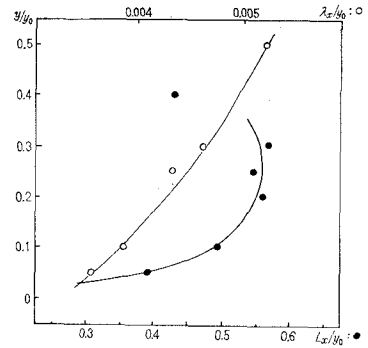
(1) 図—2 から, 流速分布の境界層は流下距離とともに発達し, その分布形は放物線分布に近い。また乱れの強さの分布も non-homogeneous である。

(2) 図—3 から, 相対乱れの強さの分布および $\overline{u'v'}$ 分布は, 均質な流れの場合と類似するが, その大きさは密度分布の存在のために小さい。

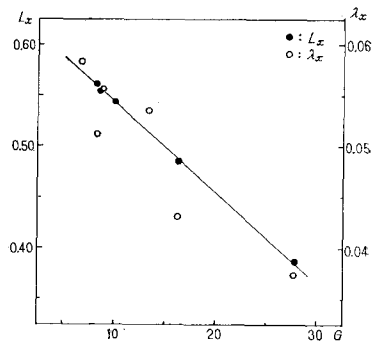
(3) $v'(t)$ の相関は, 乱流境界層内で通常みられるようなものと同じように, $u'(t)$ の相関に比し小さい。

(4) 図—8 から, 運動量は水表面方向に輸送されている。その輸送割合は相対高さが 0.02 付近で最大である。

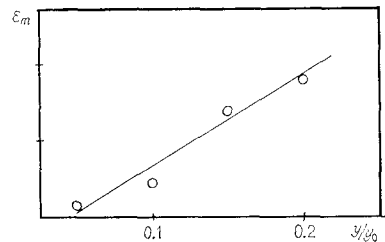
(5) 図—9 より, $u'(t)$ および $v'(t)$ のスペクトルの強さは低周波領域, 高周波領域においてかなり異なる



図—10 平均渦径, 最小渦径の鉛直分布 (流程 $x=30$ cm)



図—11 平均渦径, 最小渦径と乱れのエネルギー逸散率との関係 ($x=30$ cm)



図—12 渦動粘性係数の鉛直分布 (流程 $x=30$ cm)

が, 中間の周波数帯ではほぼ同程度である。また $u'(t)$ のスペクトル形は -3 乗則に類似する。

(6) 図—11 から平均渦径および最小渦径と乱れのエネルギー逸散率とはほぼ一義的な関係があり, 小さな渦ほどエネルギーの逸散が大きい。

(7) 図—12 より, 渦動粘性係数は水深の高さ方向に単調に増加する。

今回の報告は主に流程 30 cm のところに限ったが, 流れを変えたときの渦動粘性係数との関係とか, 拡散係数 Flux R_i 数との関連においては別の機会に報告したい。

最後に, データの整理にあたっては東北工業大学職員佐藤達己君に多大の協力を得た。ここに記して感謝の意を表したい。

参 考 文 献

- 1) 岩崎敏夫・阿部至雄: 淡塩二層流における乱れ拡散に関する

- る研究 (1), 第17回海岸工学講演会, 1970, pp. 343-347.
- 2) 岩崎敏夫・阿部至雄: 淡塩境界面付近の乱れ測定, 第16回海岸工学講演会, 1969, pp. 230-234.
- 3) Raichlen, F.: Some turbulence measurements in water, Proc. ASCE, Jour. Hy.Division, Hy 2, 1968, pp. 411-430.
- 4) Ellison, T.H. & Turner, J.S.: Mixing of dense fluid in a turbulent pipe flow, Part 2, J. Fluid Mech. 8, 1960. pp. 529-544.
-