

潜堤の効果に関する理論的研究

—1. 不透過潜堤—

井 島 武 士*・佐々木 富 雄**

1. はし が き

一定水深の海域に矩形断面の不透過潜堤がある場合の波の変形（通過率）の問題については、実験的な研究と近似理論による取扱いが行なわれていたが、最近には波に関する境界値問題としての理論的な取扱いが³、Newman (1955)、あるいは Black-Mei (1969) らによって発表されている。これらは変分法あるいは積分方程式を解く方法で、波の変形を主として取扱っている。著者はかつて“水平板による防波堤”の効果を理論的に検討するために、水面および水底条件を満足する Laplace の方程式の一般解として速度ポテンシャルを表示し、これに水平方向の境界条件を適用して一般解の任意定数を決定し、運動を確定するという方法を用いたが、それによると波の変形のみならず、構造物近傍の現象を正確に知ることが容易である点で、工学的に便利である。ここではその方法の応用の一つとして、不透過潜堤による波の変形と、堤体に対する波の作用について理論的な検討を行なった結果について述べるものである。類似の取扱いはやや複雑になるけれども透過潜堤に対しても拡張できるが、これについては別の機会に述べることにする。

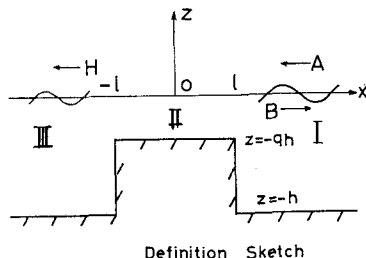
2. 理論式の誘導

非圧縮性完全流体の2次元運動として周波数 $\sigma (=2\pi/T)$ 、 T は周期) をもつ微小振幅波による定常運動を考え、座標系は静水面に原点を取り、水平に x 軸、鉛直上方に z 軸を取るものとする。速度ポテンシャルは $\Phi(x, z, t) = \phi(x, z) \cdot e^{i\sigma t}$ とおく。

Fig. 1 に示すように水深 h の海底に幅 $2l$ 、深さ qh ($1 > q > 0$) の矩形断面をもつ不透過潜堤があるとすると、流体域は $x = \pm l$ において区分され、領域 I ($x \geq l$) と領域 III ($x \leq -l$) においては、速度ポテンシャル ϕ_1 および ϕ_3 に対して水面および水底条件はそれぞれ

$$z=0 \text{ で } \partial\phi/\partial z = \sigma^2\phi/g, \quad z=-h \text{ で } \partial\phi/\partial z = 0 \quad \dots\dots\dots(1)$$

となり、領域 II ($|x| \leq l$) では速度ポテンシャル ϕ_2 に対して、次の条件が課せられる。



Definition Sketch

Fig. 1

$$z=0 \text{ で } \partial\phi/\partial z = \sigma^2\phi/g; \quad z=-qh \text{ で } \partial\phi/\partial z = 0 \quad \dots\dots\dots(2)$$

ゆえに速度ポテンシャルは、上の条件を満足する Laplace の方程式、

$$\partial^2\phi/\partial x^2 + \partial^2\phi/\partial z^2 = 0 \quad \dots\dots\dots(3)$$

の解として、それぞれ次式のように表わすことができる。

$$\begin{aligned} \phi_1(x, z) = & [Ae^{ik(x-l)} + Be^{-ik(x-l)}] \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} C_m e^{-k_m(x-l)} \frac{\cos k_m(z+h)}{\cos k_m h} \quad \dots\dots\dots(4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_2(x, z) = & \left(D \frac{\cos k'x}{\cos k'l} + E \frac{\sin k'x}{\sin k'l} \right) \frac{\cosh k'(z+qh)}{\cosh k'qh} \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \left(F_n \frac{\cosh k_n'x}{\cosh k_n'l} + G_n \frac{\sinh k_n'x}{\sinh k_n'l} \right) \\ & \cdot \frac{\cos k_n'(z+qh)}{\cos k_n'h} \quad \dots\dots\dots(5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_3(x, z) = & H e^{ik(x+l)} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} I_m e^{k_m(x+l)} \frac{\cos k_m(z+h)}{\cos k_m h} \quad \dots\dots\dots(6) \end{aligned}$$

上式で A は右方からの入射波、 B は右方への反射波、 H は左方への通過波を表わし、 D, E は定常波、 C_m, F_n, G_n および I_m は各領域での scattering wave を表わす定数である。また $k, k_m (m=1, 2, 3, \dots)$ および $k', k_n' (n=1, 2, 3, \dots)$ は、各領域の水面条件による次式で決まる固有値である。

$$\sigma^2 h/g = kh \tanh kh = -k_m h \tan k_m h \quad (m=1, 2, 3, \dots) \quad \dots\dots\dots(7)$$

$$\sigma^2 qh/g = k'qh \tanh k'qh = -k_n' qh \tan k_n' qh \quad (n=1, 2, 3, \dots) \quad \dots\dots\dots(8)$$

* 正会員 工博 九州大学教授 工学部水工土木科

** 正会員 九州大学助手 同

式(4), (5), (6) で表わされる速度ポテンシャルは $x=\pm l$ で接続しており, それらの境界面では力学的条件として水平方向の mass flux と energy flux の連続性が成り立たねばならない, また堤体側面では水平流速は 0 でなければならない。したがって次の条件式が成り立たねばならない。

$x=l$ では

$$\left. \begin{aligned} \partial \phi_1 / \partial x &= \partial \phi_2 / \partial x \quad (0 > z > -qh) \\ &= 0 \quad (-qh > z > -h) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

$$\phi_1 = \phi_2 \quad (0 > z > -qh) \dots\dots\dots (10)$$

$x=-l$ では

$$\left. \begin{aligned} \partial \phi_3 / \partial x &= \partial \phi_2 / \partial x \quad (0 > z > -qh) \\ &= 0 \quad (-qh > z > -h) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

$$\phi_3 = \phi_2 \quad (0 > z > -qh) \dots\dots\dots (12)$$

上式に式(4), (5), (6) を代入し, 加減整理すると次の諸式を得る。

$$\begin{aligned} (A-B-H) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + i \sum_{m=1}^{\infty} (C_m + I_m) \frac{k_m \cos k_m(z+h)}{k \cos k_m h} \\ = 2i \frac{k'}{k} \left[D \tan k'l \cdot \frac{\cosh k'(z+qh)}{\cosh k'qh} - \sum_{n=1}^{\infty} F_n \tanh k_n'l \cdot \frac{k_n' \cos k_n'(z+qh)}{k' \cos k_n'qh} \right] \quad (0 > z > -qh) \\ = 0 \quad (-qh > z > -h) \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (A+B+H) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{m=1}^{\infty} (C_m + I_m) \frac{\cos k_m(z+h)}{\cos k_m h} \\ = 2 \left[D \frac{\cosh k'(z+qh)}{\cosh k'qh} + \sum_{n=1}^{\infty} F_n \frac{\cos k_n'(z+qh)}{\cos k_n'qh} \right] \quad (0 > z > -qh) \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (A-B+H) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + i \sum_{m=1}^{\infty} (C_m - I_m) \frac{k_m \cos k_m(z+h)}{k \cos k_m h} \\ = -2i \frac{k'}{k} \left[E \cot k'l \cdot \frac{\cosh k'(z+qh)}{\cosh k'qh} + \sum_{n=1}^{\infty} G_n \coth k_n'l \cdot \frac{k_n' \cos k_n'(z+qh)}{k' \cos k_n'qh} \right] \quad (0 > z > -qh) \\ = 0 \quad (-qh > z > -h) \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (A+B-H) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{m=1}^{\infty} (C_m - I_m) \frac{\cos k_m(z+h)}{\cos k_m h} \\ = 2 \left[E \frac{\cosh k'(z+qh)}{\cosh k'qh} + \sum_{n=1}^{\infty} G_n \frac{\cos k_n'(z+qh)}{\cos k_n'qh} \right] \quad (0 > z > -qh) \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

関数系 $\cosh k(z+h)$, $\cos k_m(z+h)$ は $0 > z > -h$ で, また関数系 $\cosh k'(z+qh)$, $\cos k_n'(z+qh)$ は $0 > z > -qh$ で完全直交関数であるから, 式(13), (15) の各項には $\int_{-h}^0 () \cosh k(z+h) dz$, $\int_{-h}^0 () \cos k_m(z+h) dz$,

式(14), (16) の各項には $\int_{-qh}^0 () \cosh k'(z+qh) dz$, $\int_{-qh}^0 () \cos k_n'(z+qh) dz$ の計算を行ない,

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= kh, \quad \lambda_m = k_m h, \quad \lambda_0' = k'qh, \quad \lambda_n' = k_n'qh, \quad \bar{q} = 1-q \\ N_0 &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2\lambda_0}{\sinh \lambda_0} \right), \quad N_m = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2\lambda_m}{\sin 2\lambda_m} \right), \quad N_0' = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2\lambda_0'}{\sinh 2\lambda_0'} \right), \quad N_n' = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2\lambda_n'}{\sin 2\lambda_n'} \right) \\ a_{00} &= \frac{2 \sinh \bar{q} \lambda_0}{N_0 \sinh \lambda_0 \cosh \lambda_0'} \cdot \frac{\lambda_0'/q \lambda_0}{(\lambda_0'/q \lambda_0)^2 - 1}, \quad a_{0n} = \frac{2 \sinh \bar{q} \lambda_0}{N_0 \sinh \lambda_0 \cos \lambda_n'} \cdot \frac{\lambda_n'/q \lambda_0}{(\lambda_n'/q \lambda_0)^2 + 1} \\ a_{m0} &= \frac{2 \sin \bar{q} \lambda_m}{N_m \sin \lambda_m \cosh \lambda_0'} \cdot \frac{\lambda_0'/q \lambda_m}{(\lambda_0'/q \lambda_m)^2 + 1}, \quad a_{mn} = \frac{2 \sin \bar{q} \lambda_m}{N_m \sin \lambda_m \cos \lambda_n'} \cdot \frac{\lambda_n'/q \lambda_m}{(\lambda_n'/q \lambda_m)^2 - 1} \\ b_{00} &= \frac{\sinh \bar{q} \lambda_0}{2 N_0' \sinh \lambda_0' \cosh \lambda_0} \cdot \frac{\lambda_0'/q \lambda_0}{(\lambda_0'/q \lambda_0)^2 - 1}, \quad b_{0m} = \frac{\sin \bar{q} \lambda_m}{2 N_0' \sinh \lambda_0' \cos \lambda_m} \cdot \frac{\lambda_0'/q \lambda_m}{(\lambda_0'/q \lambda_m)^2 + 1} \\ b_{n0} &= \frac{\sinh \bar{q} \lambda_0}{2 N_n' \sin \lambda_n' \cosh \lambda_0} \cdot \frac{\lambda_n'/q \lambda_0}{(\lambda_n'/q \lambda_0)^2 + 1}, \quad b_{nm} = \frac{\sin \bar{q} \lambda_m}{2 N_n' \sin \lambda_n' \cos \lambda_m} \cdot \frac{\lambda_n'/q \lambda_m}{(\lambda_n'/q \lambda_m)^2 - 1} \end{aligned} \left. \dots\dots\dots (17) \right\}$$

とおくと, 定数間の関係式として次の諸式を得る。

$$A - (B+H) = i \left[a_{00} \cdot \tan k'l \cdot D + \sum_{n=1}^{\infty} a_{0n} \tanh k_n'l \cdot F_n \right] \dots\dots\dots (18)$$

$$C_m + I_m = -a_{m0} \tan k'l \cdot D - \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \tanh k_n'l \cdot F_n \quad (m=1, 2, \dots) \dots\dots\dots (19)$$

$$D = b_{00}(A+B+H) - \sum_{m=1}^{\infty} b_{0m}(C_m + I_m) \dots\dots\dots (20)$$

$$F_n = -b_{n0}(A+B+H) + \sum_{m=1}^{\infty} b_{nm}(C_m+I_m) \quad (n=1, 2, \dots) \quad (21)$$

$$A-(B-H) = -i[a_{00} \cot k'l \cdot E - \sum_{n=1}^{\infty} a_{0n} \coth k_n'l \cdot G_n] \quad (22)$$

$$C_m - I_m = a_{m0} \cot k'l \cdot E + \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \coth k_n'l \cdot G_n \quad (m=1, 2, \dots) \quad (23)$$

$$E = b_{00}(A+B-H) - \sum_{m=1}^{\infty} b_{0m}(C_m - I_m) \quad (24)$$

$$G_n = -b_{n0}(A+B-H) + \sum_{m=1}^{\infty} b_{nm}(C_m - I_m) \quad (n=1, 2, \dots) \quad (25)$$

式 (20), (21) を (18), (19) に代入すると $(B+H)/A$ と $(C_m+I_m)/A$ に関する次の連立方程式を得る。

$$\left. \begin{aligned} & [1 + i(a_{00}b_{00} \tan k'l - \sum_{n=1}^{\infty} a_{0n}b_{n0} \tanh k_n'l)] \frac{B+H}{A} - i \sum_{m=1}^{\infty} (a_{00}b_{0m} \tan k'l - \sum_{n=1}^{\infty} a_{0n}b_{nm} \tanh k_n'l) \frac{C_m+I_m}{A} \\ & = 1 - i(a_{00}b_{00} \tan k'l - \sum_{n=1}^{\infty} a_{0n}b_{n0} \tanh k_n'l) \\ & (a_{m0}b_{00} \tan k'l - \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn}b_{n0} \tanh k_n'l) \frac{B+H}{A} - \sum_{s=1}^{\infty} (a_{m0}b_{0s} \tan k'l - \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn}b_{ns} \tanh k_n'l) \frac{C_s+I_s}{A} \\ & + \frac{C_m+I_m}{A} = -(a_{m0}b_{00} \tan k'l - \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn}b_{n0} \tanh k_n'l), \quad (m=1, 2, 3\cdots) \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

同様に式 (22)~(25) から $(B-H)/A$ および $(C_m-I_m)/A$ に関する次の連立方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} & [1 - i(a_{00}b_{00} \cot k'l + \sum_{n=1}^{\infty} a_{0n}b_{n0} \coth k_n'l)] \frac{B-H}{A} + i \sum_{m=1}^{\infty} (a_{00}b_{0m} \cot k'l + \sum_{n=1}^{\infty} a_{0n}b_{nm} \coth k_n'l) \frac{C_m-I_m}{A} \\ & = 1 + i(a_{00}b_{00} \cot k'l + \sum_{n=1}^{\infty} a_{0n}b_{n0} \coth k_n'l) \\ & (a_{m0}b_{00} \cot k'l + \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn}b_{n0} \coth k_n'l) \frac{B-H}{A} - \sum_{s=1}^{\infty} (a_{m0}b_{0s} \cot k'l + \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn}b_{ns} \coth k_n'l) \frac{C_s-I_s}{A} \\ & - \frac{C_m-I_m}{A} = -(a_{m0}b_{00} \cot k'l + \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn}b_{n0} \coth k_n'l), \quad (m=1, 2, 3\cdots) \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

式 (26), (27) の解をそれぞれ $2K_0, 2K_m$, および $2L_0, 2L_m$ とすると,

$$\frac{B}{A} = K_0 + L_0, \quad \frac{H}{A} = K_0 - L_0, \quad \frac{C_m}{A} = K_m + L_m, \quad \frac{I_m}{A} = K_m - L_m \quad (28)$$

したがって式 (20), (21) および (24), (25) から

$$\begin{aligned} D/A &= b_{00}(1+2K_0) - 2 \sum_{m=1}^{\infty} b_{0m}K_m, \quad F_n/A = -b_{n0}(1+2K_0) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} b_{nm}K_m \\ E/A &= b_{00}(1+2L_0) - 2 \sum_{m=1}^{\infty} b_{0m}L_m, \quad G_n/A = -b_{n0}(1+2L_0) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} b_{nm}L_m \end{aligned} \quad (29)$$

かくして入射波 A に対して, すべての定数が決まる。

入射波を $\zeta_i = a \cos(kx + \sigma t)$ とすると

$$A = i \frac{ag}{\sigma} \cdot e^{ikl} \quad (30)$$

であるから, 速度ポテンシャル ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 は, 式 (28), (29), (30) により, 式 (4), (5), (6) で確定することになる。

(i) 反射率 K_R と通過率 K_T は次のように求められる。

式 (28) から

$$K_R = |B/A| = |K_0 + L_0|, \quad K_T = |H/A| = |K_0 - L_0| \quad (31)$$

(ii) 各領域の水面波形 $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3$ は $\zeta = -\partial\phi/g \partial t (z=0)$ の関係から, 次式の実数部分で表わされる。

$$\frac{\zeta_1}{a} = \left[e^{ik(x-l)} + \frac{B}{A} e^{-ik(x-l)} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{C_m}{A} e^{-k_m(x-l)} \right] e^{i(kl+\sigma t)} \quad (32)$$

$$\frac{\zeta_2}{a} = \left[\frac{D}{A} \frac{\cos k'x}{\cos k'l} + \frac{E}{A} \frac{\sin k'x}{\sin k'l} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{F_n}{A} \frac{\cosh k_n'x}{\cosh k_n'l} + \frac{G_n}{A} \frac{\sinh k_n'x}{\sinh k_n'l} \right) \right] e^{i(kl+\sigma t)} \quad (33)$$

$$\frac{\zeta_3}{a} = \left[\frac{H}{A} e^{ik(x+l)} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{I_m}{A} e^{-k_m(x+l)} \right] e^{i(kl+\sigma t)} \quad (34)$$

(iii) $x = \pm l$ の潜堤側面に作用する圧力の合力を P_1 および P_3 とすると,

$$\frac{P_1}{\rho g a \cdot \bar{q} h} = \left[\left(1 + \frac{B}{A} \right) \frac{\sinh \bar{q} k h}{\bar{q} k h} \cdot \frac{1}{\cosh k h} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{C_m}{A} \cdot \frac{\sin \bar{q} k_m h}{\bar{q} k_m h} \cdot \frac{1}{\cos k_m h} \right] e^{i(kl + \sigma t)} \dots\dots\dots (35)$$

$$\frac{P_3}{\rho g a \cdot \bar{q} h} = \left[\frac{H}{A} \cdot \frac{\sinh \bar{q} k h}{\bar{q} k h} \cdot \frac{1}{\cosh k h} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{I_m}{A} \cdot \frac{\sin \bar{q} k_m h}{\bar{q} k_m h} \cdot \frac{1}{\cos k_m h} \right] e^{i(kl + \sigma t)} \dots\dots\dots (36)$$

したがって潜堤に作用する全水平力 P_H は次のようである。

$$\frac{P_H}{\rho g a \cdot \bar{q} h} = \left[(1 + 2 L_0) \frac{\sinh \bar{q} \lambda_0}{\bar{q} \lambda_0 \cosh \lambda_0} + 2 \sum_{m=1}^{\infty} L_m \cdot \frac{\sin \bar{q} \lambda_m}{\bar{q} \lambda_m \cos \lambda_m} \right] e^{i(kl + \sigma t)} \dots\dots\dots (37)$$

3. 計算結果

$q=0.1, 0.2, 0.3$ について反射率 K_R を種々の $\sigma^2 h/g$ について計算すると **Fig. 2** に示すようである。通過率は $K_T = \sqrt{1 - K_R^2}$ によって容易に求められる。また $\sigma^2 h/g=1.0, l/h=1.0, q=0.2$ について水面波形を計算すると **Fig. 3** のようであり、堤体に対する全水平力を式 (37) で計算した結果は **Fig. 4** のようである。

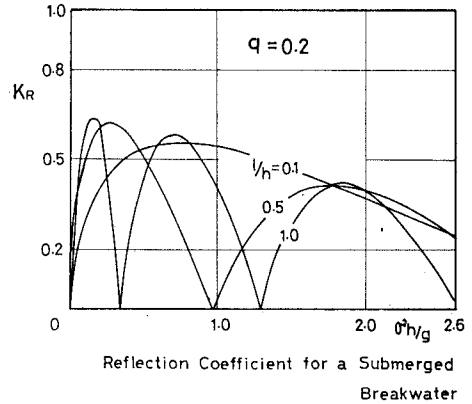


Fig. 2 (b)

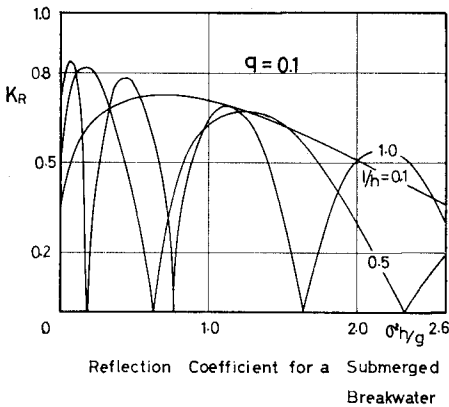


Fig. 2 (a)

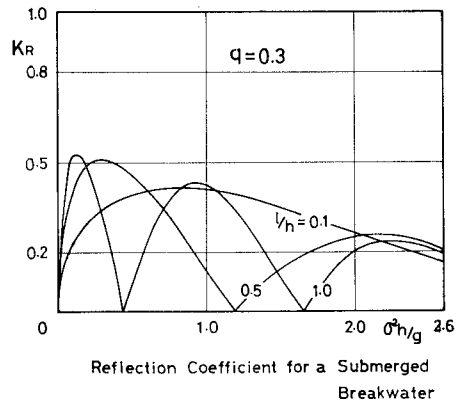


Fig. 2 (c)

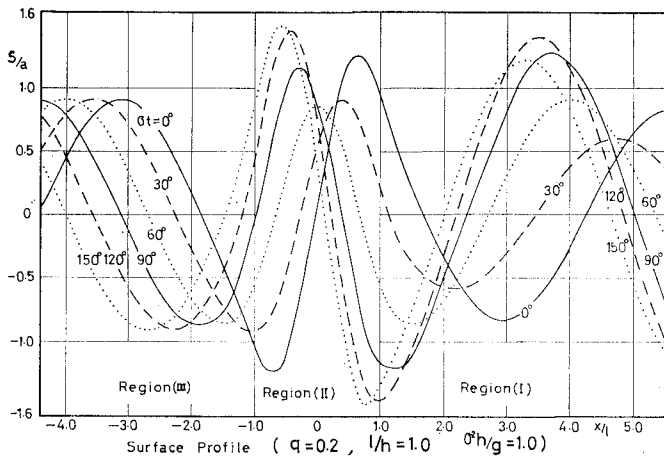


Fig. 3

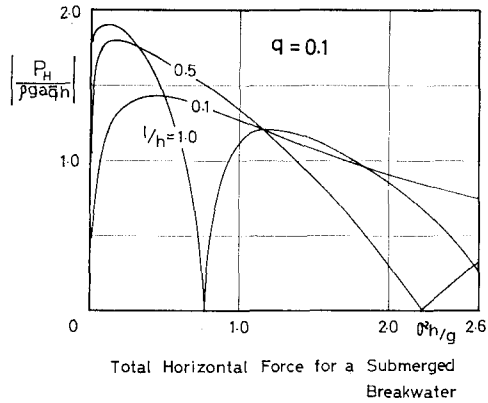


Fig. 4 (a)

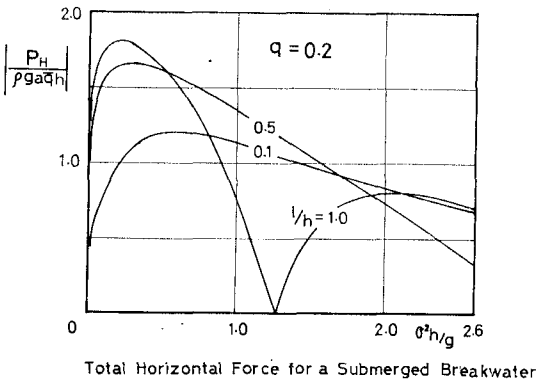


Fig. 4 (b)

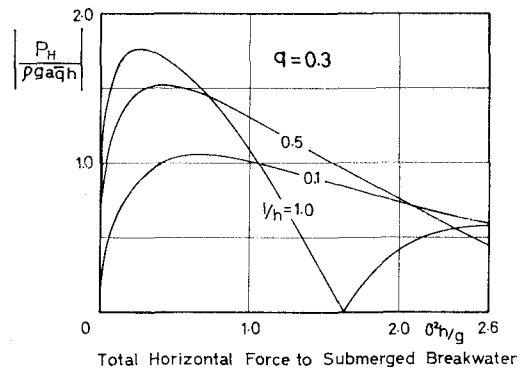


Fig. 4(c)

4. 検 証 式

以上の計算は速度ポテンシャルおよびその水平勾配を表わす級数が収束することを前提とする。これを確認し、また計算の精度を見るためには、 $x = \pm l$ における条件式 (9)~(12) が $0 > z > -h$ または $0 > z > -qh$ の任意の z について数値的に満足されているかを調べるのが最も簡単である。

$x = \pm l$ における速度ポテンシャルは次のようである。

$$\frac{\phi_1(l)}{A} = \left(1 - \frac{B}{A}\right) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{C_m}{A} \cdot \frac{\cos k_m(z+h)}{\cos k_m h}, \quad (0 > z > -h) \dots\dots\dots (38)$$

$$\frac{\phi_2(\pm l)}{A} = \left(\frac{D}{A} \pm \frac{E}{A}\right) \frac{\cosh k'(z+qh)}{\cosh k'qh} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{F_n}{A} \pm \frac{G_n}{A}\right) \frac{\cos k'_n(z+qh)}{\cos k'_n qh}, \quad (0 > z > -qh) \dots\dots\dots (39)$$

$$\frac{\phi_3(l)}{A} = \frac{H}{A} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{I_m}{A} \cdot \frac{\cos k_m(z+h)}{\cos k_m h}, \quad (0 > z > -h) \dots\dots\dots (40)$$

$0 > z > -qh$ において式 (38) と (39) および式 (39) と (40) は等しくなければならない。

$x = \pm l$ における水平流速は次のようである。

$$\frac{\partial \phi_1 / \partial x(l)}{Aik} = \left(1 - \frac{B}{A}\right) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + i \sum_{m=1}^{\infty} \frac{C_m}{A} \cdot \frac{k_m h}{kh} \cdot \frac{\cos k_m(z+h)}{\cos k_m h}, \quad (0 > z > -h) \dots\dots\dots (41)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_2 / \partial x(\pm l)}{Aik} = & i \frac{k'qh}{qkh} \left[\left(\pm \frac{D}{A} \tan k'l - \frac{E}{A} \cot k'l \right) \frac{\cosh k'(z+qh)}{\cosh k'qh} \right. \\ & \left. - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k'_n qh}{k'qh} \left(\pm \frac{F_n}{A} \tanh k'_n l + \frac{G_n}{A} \coth k'_n l \right) \frac{\cos k'_n(z+qh)}{\cos k'_n qh} \right], \quad (0 > z > -qh) \dots\dots\dots (42) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \phi_3 / \partial x(-l)}{Aik} = \frac{H}{A} \cdot \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} - i \sum_{m=1}^{\infty} \frac{I_m}{A} \cdot \frac{k_m h}{kh} \cdot \frac{\cos k_m(z+h)}{\cos k_m h}, \quad (0 > z > -h) \dots\dots\dots (43)$$

$0 > z > -qh$ で式 (41) と (42) および (42) と (43) は等しくなければならない、また $-qh > z > -h$ で式 (41) と (43) は 0 でなければならない。

5. Long wave limit

上述の取扱いは一般の波に対するものであるが、長波の場合はきわめて簡単になる。すなわち $\sigma^2 h/g = r$ とおくと式 (7), (8) から $\lambda_0 = r^{1/2}$, $\lambda'_0 = (qr)^{1/2}$, $N_0 = N'_0 = 1$, $\sinh 2\lambda_0 \approx 2\lambda_0$, $\sinh 2\lambda'_0 \approx 2\lambda'_0$ とすることができる。さらに速度ポテンシャルにおける scattering wave の項は消えて, z に関係しなくなる。そこで式 (26), (27) からただちに

$$\frac{B+H}{A} = \frac{1 - ia_{00}b_{00} \tan k'l}{1 + ia_{00}b_{00} \tan k'l}, \quad \frac{B-H}{A} = \frac{1 + ia_{00}b_{00} \cot k'l}{1 - ia_{00}b_{00} \cot k'l}$$

また,

$$a_{00}b_{00} = \frac{4(\sinh \bar{q} \lambda_0)^2}{N_0 N'_0 \sinh 2\lambda_0 \sinh 2\lambda'_0} \cdot \frac{(\lambda'_0/q \lambda_0)^2}{[(\lambda'_0/q \lambda_0)^2 - 1]^2} = q^{1/2}$$

となり, 次式が得られる。

$$K_R = |B/A| = \frac{1-q}{\sqrt{(1-q)^2 + q(\tan k'l + \cot k'l)^2}}, \quad K_T = |H/A| = \frac{\sqrt{q} \cdot (\tan k'l + \cot k'l)}{\sqrt{(1-q)^2 + q(\tan k'l + \cot k'l)^2}} \quad \dots (44)$$

6. 直立壁前面のマウンドの効果

Fig. 5 に示すように直立壁の前面に長さ l , 深さ qh の不透過なマウンド(根固めブロック等)がある場合を考えると, 領域 I の速度ポテンシャルは式 (4) の形であるが, 領域 II の $\phi_2(x, z)$ に対しては, $x=0$ で $\partial \phi_2 / \partial x = 0$ の条件が入るため $E = G_n = 0$ となる。この場合は前と同じ取扱いを行なうとわかるように, 定数 B, C_m , および D, F_n は式 (26) の解そのままを用いて次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{B}{A} &= 2K_0, & \frac{C_m}{A} &= 2K_m, & \frac{D}{2A} &= b_{00}(1+2K_0) - 2 \sum_{m=1}^{\infty} b_{0m} K_m, \\ \frac{F_n}{2A} &= -b_{n0}(1+2K_0) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} b_{nm} K_m \end{aligned} \quad \dots (45)$$

したがって反射率は $2|K_0|$ で表わされるが, これは恒等的に 1 に等しい。また潜堤に対する式 (31) から $K_R^2 + K_T^2 = 1$ である。

ゆえに $|K_0 + L_0|^2 + |K_0 - L_0|^2 = 1$, $2|K_0| = 1$, したがって $2|L_0| = 1$ となる。このことから複素数平面内のベクトル B/A と H/A とは常に直交し, 潜堤における反射波と通過波には 90° の位相差があることがわかる。

$x=0$ における直立壁面に作用する圧力 p_0 および $-qh$ から 0 までの全圧力の合力 P_0 は次のようである。

$$\frac{p_0}{\rho g a} = \left[\frac{D}{A} \cdot \frac{1}{\cos k'l} \cdot \frac{\cosh k'(z+qh)}{\cosh k'qh} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{F_n}{A} \cdot \frac{1}{\cosh k'_n l} \cdot \frac{\cos k'_n(z+qh)}{\cos k'_n qh} \right] \cdot e^{i(kl + \sigma t)} \quad \dots (46)$$

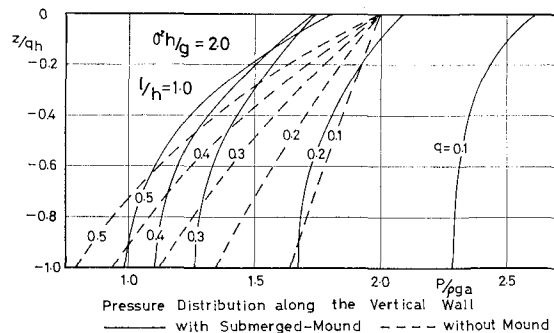
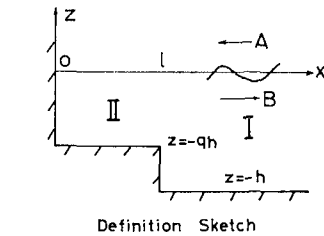


Fig. 6



Definition Sketch

Fig. 5

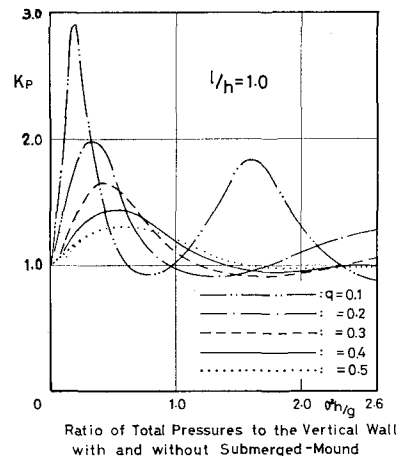


Fig. 7

$$\frac{P_0}{\rho g a \cdot q h} = q \cdot \frac{\sigma^2 h}{g} \left[\frac{D}{A} \cdot \frac{1}{(k' q h)^2} \cdot \frac{1}{\cos k' l} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{F_n}{A} \cdot \frac{1}{(k_n' q h)^2} \cdot \frac{1}{\cos k_n' q h} \right] \cdot e^{i(kl + \sigma t)} \dots\dots\dots (47)$$

マウンドがない場合の鉛直壁面の $z = -qh$ から 0 までの波圧合力 P_0' は次のようである。

$$\left| \frac{P_0'}{\rho g a \cdot q h} \right| = 2 \frac{\sinh \lambda_0 - \sinh \bar{q} \lambda_0}{q \lambda_0 \cosh \lambda_0} \dots\dots\dots (48)$$

式 (47) と (48) の比を K_p とすると ($K_p = |P_0/P_0'|$) これはマウンドによる圧力の変化の影響を示すことになる。**Fig. 6** は例として $\sigma^2 h/g = 2.0$, $l/h = 1.0$, の場合, マウンドがある場合とない場合に対する鉛直壁面に対する圧力分布を示したもので, **Fig. 7, 8** は $K_p = |P_0/P_0'|$ を示したものである。

ないが, これは波の位相関係によるものである。

マウンドをもつ鉛直壁体に対する波圧の分布は, マウンドの影響によってかなり一様化され, その合力はマウンドがない場合に比べて大きくなる場合が多く, 特にその影響はマウンドが高くなると著しいことがわかる。またこの影響は **Fig. 8** からわかるように $\sigma^2 h/g$ の値が小さいとき, マウンドの長さ l/h により, 著しく変わることになる。

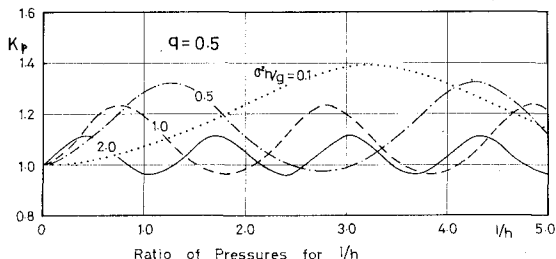


Fig. 8

7. む す び

以上の計算結果によると, 不透過潜堤においては, 反射率は当然潜堤の高さとともに増大し, したがって通過率は減少することになるが, 入射波の周期, 潜堤の幅および高さによって決まる nodal point (0 点) をもっていることがわかる。したがって微小振幅波においては, 潜堤のもつ波の阻止効果は波と潜堤の寸法によって大いに異なることが予想される。これに対して全水平力も nodal point をもち, それは反射率の場合より一つ宛少

参 考 文 献

- 1) Dean, W.R. (1945) : "On the reflexion of surface waves by a submerged plane barrier", Proc. Camb. Phil. Soc. Vol. 41.
- 2) Ursell, F. (1947) : "The effect of a fixed vertical barrier on surface waves in deep water", Proc. Camb. Phil. Soc. Vol. 43.
- 3) Newman, J.N. (1965) : "Propagation of water waves over an infinite step", J.F.M. Vol. 23, part 2.
- 4) Miles, J.W. (1967) : "Surface-wave scattering matrix for a shelf", J.F.M. Vol. 28, Part. 4.
- 5) Mei, C.C. & J.L. Black (1969) : "Scattering of surface waves by rectangular obstacles in water of finite depth", J.F.M. Vol. 38, Part 3.
- 6) 井島武士・佐々木富雄 (1971) : "海底不連続による波の変形", 土木学会西部支部研究発表会論文集.