

透過性防波堤と岸壁に関する研究

井島 武士*・江口 泰彦**・小林 彰**

1. 要

一定水深の不透過な海底下にある、一様な透過性物質（捨石または異型ブロック等）による鉛直側面をもつ防波堤と不透過な鉛直壁面の前面に透過性物質を置いて岸壁の形にしたものについて、波の作用を考察したものである。このような透過性構造物の水理現象については、すでに 2, 3 の研究^{1), 2)}があるが、これらは必ずしも一般的ではなく、また境界値問題としても厳密とはいえない。

本文では速度ポテンシャルをもつ微小振幅波を考え、また透過性物質内の流体運動に対する抵抗を流速に比例すると仮定すれば、境界面における力学的な境界条件を満足するように運動を確定することができるることを示し、これによって防波堤（または岸壁）の機能（反射率や通過率）および波の作用（波力）を求め、また実験結果によって仮定した流体抵抗の係数と波の特性との関係を求めた結果について述べるものである。

2. 理論の概要

(1) 透過性物質内の流体運動の速度ポテンシャル

透過性物質の空げき率を V とし、この空間の平均流速をそれぞれ \bar{u} , \bar{w} , 流体圧力を p , 密度を ρ , 重力の加速度を g , また流速に比例する流体抵抗の係数を μ すると、この物質空間内の流体運動の質量および運動量保存式は次のようである。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} &= 0, \quad \frac{1}{V} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \mu \bar{u}, \\ \frac{1}{V} \frac{\partial \bar{w}}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g - \mu \bar{w} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ただし座標系は静水面に原点、水平に x 軸、鉛直上方に z 軸を取る。

この運動は速度ポテンシャル $\bar{\phi}(x, z; t)$ をもち、流速および圧力は次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{u} &= \partial \bar{\Phi} / \partial x, \quad \bar{w} = \partial \bar{\Phi} / \partial z, \\ \frac{\dot{p}}{\rho} &= -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial t} + \mu \bar{\Phi} + g V z \right) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots \quad (2)$$

また $\bar{\phi}$ は式(1)の第1式により、次の Laplace の方程式を満足する。

$$\partial^2 \overline{\Phi} / \partial x^2 + \partial^2 \overline{\Phi} / \partial z^2 = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

この $\bar{\theta}$ に対する水底条件は、水底 ($z = -h$) が不透水で、

水面条件は水面 ($z=\zeta$) で圧力一定により、式(2)の第3式から、

$$z = \zeta \text{ で } \quad \partial \overline{\phi} / \partial t + \mu \overline{\phi} + qV\zeta = 0 \dots \dots \dots (5)$$

また運動学的条件から

$$z = \zeta \text{ で } \partial \zeta / \partial t = \frac{\bar{\partial} \Phi}{\bar{\partial} z} / V \dots \dots \dots \quad (6)$$

式(5), (6)から ζ を消去して, ϕ に対する水面条件は,

$$z=0 \text{ で } \frac{\partial^2 \overline{\phi}}{\partial t^2} + \mu \frac{\partial \overline{\phi}}{\partial t} + g \frac{\partial \overline{\phi}}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (7)$$

frequency $\sigma (=2\pi/T)$: T は周期) の微小振幅波を考え、 $\bar{\phi}(x, z; t) = \phi(x, z) \cdot e^{i\sigma t}$ とすると、 $\phi(x, z)$ は式(3)の Laplace の式を満足し、また式(4)から次の形をもつことになる。

$$\bar{\phi}(x-z) = (Ae^{i\bar{k}x} + Be^{-i\bar{k}x}) \cdot \cosh \bar{k}(z+h) \dots \dots (8)$$

ここで A, B は積分定数, \bar{k} は複素定数で, 上式を式(7)に代入して得られる次式により決まる固有値である。

$$\bar{k}h \cdot \tanh \bar{k}h = (1 - i \mu/\sigma) \cdot \frac{\sigma^2 h}{a} \dots \dots \dots \quad (9)$$

$\bar{k}=u+iv$ とおくと, 上式の実数および虚数部分から次の関係式を得る

$$\frac{uh \cdot \tanh uh \cdot \sec^2 vh - vh \cdot \tan vh \cdot \operatorname{sech}^2 uh}{1 + \tanh^2 uh \cdot \tan^2 vh}$$

$$\frac{uh \cdot \operatorname{sech}^2 uh \cdot \tan vh + vh \cdot \operatorname{sech}^2 vh \cdot \tanh uh}{1 + \tanh^2 uh \cdot \tan^2 vh}$$

式(10)は uh と vh に関して偶関数で、左辺はすべての uh, vh について正の値を示し、原点に関して対称な曲線群を表わし、式(11)は uh, vh に関して奇関数で左辺は $uh-vh$ 平面の第1象限と第3象限で正、第2、第4象限で負の値を示し原点に関して反対称な曲線群を表わす。ゆえに両式を満足する (u, v) は Fig. 1 に示

すように、与えられた $\sigma^2 h/g$ と μ/σ に対応する曲線の交点として、第2、第4象限にあり、原点に関して対称な位置に無限可付番個存在するから、 r を $0, 1, 2, \dots$ の整数数とすると、

$$\bar{k}_r = u_r - iv_r \text{ および } -(u_r - iv_r) \dots \dots \dots (12)$$

として表わされる。ゆえに式(8)は次のように表わされる。

$$\bar{\phi}(x, z) = \sum_{r=0}^{\infty} (A_r e^{i\bar{k}_r x} + B_r e^{-i\bar{k}_r x}) \cosh \bar{k}_r (z+h) \dots \dots \dots (13a)$$

または

$$\bar{\phi}(x, z) = \sum_{r=0}^{\infty} (A_r \cos \bar{k}_r x + B_r \sin \bar{k}_r x) \cosh \bar{k}_r (z+h) \dots \dots \dots (13b)$$

透過性物質の領域が $x > 0$ で無限に広いときは式(13a)の第1項を、反対の場合 ($x < 0$) は第2項をすればならない。また有限領域の場合は式(13b)が便利である。なお式(10), (11)による $\bar{k}_r h = \bar{\lambda}_r$ の数値例は Table 1 に示すようである。

(2) 透過性防波堤の理論

Fig. 2 に示すように、水深 h の海域に幅 $2l$ の鉛直側面をもつ透過性防波堤があり、右方からの周波数 σ の入射波 A に対して領域I ($x \geq l$) では反射波 B があり領域III ($x \leq -l$) では通過波 F があり、領域II ($|x| \leq l$) では前述の運動が成り立つとする。各領域の速度ポテン

シャルを $\phi(x, z; t) = \phi(x, z) e^{i\omega t}$ の形で表わし、それぞれ ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 とすると、 ϕ_1 および ϕ_3 は水底条件 ($\partial\phi/\partial z = 0$ at $z = -h$) と水面条件 ($\partial\phi/\partial z = \sigma^2 \phi/g$ at $z = 0$) を満足する Laplace の方程式の一般解として次式で表わされる。

$$\phi_1(x, z) = (A e^{ik(x-l)} + B e^{-ik(x-l)}) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh}$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} C_n e^{-k_n(x-l)} \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \dots \dots \dots (14)$$

$$\phi_3(x, z) = F e^{ik(z+l)} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh}$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} G_n e^{k_n(z+l)} \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \dots \dots \dots (15)$$

上式で C_n および G_n は構造物近傍の scattering wave を表わし、 k および k_n は式(10), (11)における $\mu/\sigma \rightarrow 0$ の場合に対応し、次式で決まる固有値である。

$$\sigma^2 h/g = kh \tanh kh$$

$$= -k_n h \tan k_n h \quad (n=1, 2, 3, \dots) \dots \dots (16)$$

領域IIの速度ポテンシャル ϕ は式(13b)により次のように表わすことができる。

$$\bar{\phi}(x, z) = \sum_{r=0}^{\infty} \left(D_r \frac{\cos \bar{k}_r x}{\cos \bar{k}_r l} + E_r \frac{\sin \bar{k}_r x}{\sin \bar{k}_r l} \right) \cdot$$

$$\frac{\cosh \bar{k}_r (z+h)}{\cosh \bar{k}_r h}, \quad (r=0, 1, 2, \dots) \dots \dots (17)$$

式(14), (15), (17)で表わされる各領域の速度ポテンシャルに対しては、境界面 $x = \pm l$ における mass flux

Table 1 Numerical Values of $\bar{k}_r h (= \bar{\lambda}_r)$

$\sigma^2 h/g = 0.5$		
$\mu/\sigma = 0$	$\mu/\sigma = 0.5$	$\mu/\sigma = 1.0$
0.0 0.771702	0.0 0.784620	0.0 0.809076
1 2.975061	1 0.065641	1 0.174287
2 6.202750	2 0.040590	2 6.203294
3 9.371475	3 0.026759	3 9.371424
4 12.526475	4 0.019992	4 12.526492
5 15.676078	5 0.015965	5 15.676096
6 18.822994	6 0.012399	6 18.823004
7 21.968393	7 0.011386	7 21.968395
$\mu/\sigma = 2.0$		
0.0 0.839449	0.0 0.764237	0.0 0.613674
1 0.556454	1 0.000517	1 0.044754
2 0.163640	2 0.204994	2 0.248124
3 0.107414	3 9.372101	3 0.161887
4 0.060127	4 12.526735	4 0.205111
5 0.053943	5 15.676209	5 0.096077
6 0.052124	6 18.823074	6 0.079919
7 0.045576	7 21.968440	7 0.068421
$\sigma^2 h/g = 1.0$		
0.0 1.199679	0.0 1.197378	0.0 0.410076
1 2.796361	1 0.180860	1 2.795951
2 6.121250	2 0.061870	2 6.121253
3 9.317864	3 0.037713	3 9.317867
4 12.464456	4 0.040065	4 12.464454
5 15.644128	5 0.031972	5 15.644128
6 18.796404	6 0.026607	6 18.796404
7 21.945613	7 0.022789	7 21.945612
$\mu/\sigma = 2.0$		
0.0 0.914555	0.0 1.381614	0.0 0.577724
1 0.881124	1 2.891774	1 1.227090
2 0.339490	2 6.122016	2 0.537234
3 0.218071	3 9.317949	3 0.335969
4 0.161574	4 12.464734	4 0.245081
5 0.128650	5 15.644134	5 0.194178
6 0.106809	6 18.796406	6 0.160985
7 0.091368	7 21.945614	7 0.137565

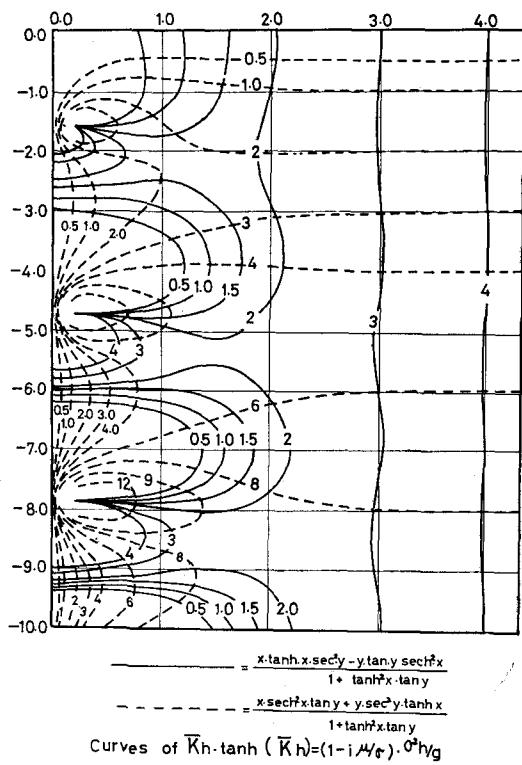


Fig. 1

および energy flux の連続（または水平流速と圧力の連續性）によって、次の条件が成立せねばならない。

$$x=l \text{ で } \partial\phi_1/\partial x = \partial\bar{\phi}/\partial x, \phi_1 = \beta\bar{\phi} \quad \dots(18)$$

$$x=l \text{ で } \partial\phi_3/\partial x = \partial\bar{\phi}/\partial x, \phi_3 = \beta\bar{\phi}$$

$$\text{ただし } \beta = (1 - i \mu/\sigma)/V \quad \dots(19)$$

式 (14), (15), (17) を上式に代入し、加減整理すると次の関係式を得る。

$$[A - (B - F)] \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + i \sum_{n=1}^{\infty} (C_n - G_n) \frac{k_n \cos k_n(z+h)}{k \cos k_n h} = -2i \sum_{r=0}^{\infty} E_r \cot \bar{k}_r l \frac{\bar{k}_r \cosh \bar{k}_r(z+h)}{k \cosh \bar{k}_r h} \quad \dots(20)$$

$$[A - (B + F)] \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + i \sum_{n=1}^{\infty} (C_n + G_n) \frac{k_n \cos k_n(z+h)}{k \cos k_n h} = 2i \sum_{r=0}^{\infty} D_r \tan \bar{k}_r l \frac{\bar{k}_r \cosh \bar{k}_r(z+h)}{k \cosh \bar{k}_r h} \quad \dots(21)$$

$$[A + (B + F)] \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} (C_n + G_n) \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} = 2\beta \sum_{r=0}^{\infty} D_r \frac{\cosh \bar{k}_r(z+h)}{\cosh \bar{k}_r h} \quad \dots(22)$$

$$[A + (B - F)] \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} (C_n - G_n) \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} = 2\beta \sum_{r=0}^{\infty} E_r \frac{\cosh \bar{k}_r(z+h)}{\cosh \bar{k}_r h} \quad \dots(23)$$

関数系 $\cosh k(z+h), \cos k_n(z+h)$ の完全直交関数系であることを注意して、上式各項に $\cos k(z+h)$ および $\cos k_n(z+h)$ を乗じ z について $-h$ から 0 までの積分を行なうと次の諸式を得る。

$$A - (B - F) - 2 \frac{\mu/\sigma}{N_0} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\bar{k}_r/\lambda_0 \cdot \cot \bar{k}_r l}{1 - (\bar{k}_r/\lambda_0)^2} \cdot E_r = 0 \quad \dots(24)$$

$$A - (B + F) - 2 \frac{\mu/\sigma}{N_0} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\bar{k}_r/\lambda_0 \cdot \tan \bar{k}_r l}{1 - (\bar{k}_r/\lambda_0)^2} \cdot D_r = 0 \quad \dots(25)$$

$$A + (B + F) - 2i \frac{\mu/\sigma}{N_0} \beta \cdot \sum_{r=0}^{\infty} \frac{D_r}{1 - (\bar{k}_r/\lambda_0)^2} = 0 \quad \dots(26)$$

$$A + (B - F) - 2i \frac{\mu/\sigma}{N_0} \beta \cdot \sum_{r=0}^{\infty} \frac{E_r}{1 - (\bar{k}_r/\lambda_0)^2} = 0 \quad \dots(27)$$

$$C_n - G_n + 2i \frac{\mu/\sigma}{N_n} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\bar{k}_r/\lambda_n \cdot \cot \bar{k}_r l}{1 + (\bar{k}_r/\lambda_n)^2} \cdot E_r = 0 \quad \dots(28)$$

$$C_n + G_n - 2i \frac{\mu/\sigma}{N_n} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\bar{k}_r/\lambda_n \cdot \tan \bar{k}_r l}{1 + (\bar{k}_r/\lambda_n)^2} \cdot D_r = 0 \quad \dots(29)$$

$$C_n + G_n - 2i \frac{\mu/\sigma}{N_n} \beta \sum_{r=0}^{\infty} \frac{D_r}{1 + (\bar{k}_r/\lambda_n)^2} = 0 \quad \dots(30)$$

$$C_n - G_n - 2i \frac{\mu/\sigma}{N_n} \beta \sum_{r=0}^{\infty} \frac{E_r}{1 + (\bar{k}_r/\lambda_n)^2} = 0 \quad \dots(31)$$

$$\text{ここで } \lambda_0 = kh, \lambda_n = k_n h, \bar{k}_r = \bar{k}_r h$$

$$\left. \begin{aligned} N_0 &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2\lambda_0}{\sinh 2\lambda_0} \right) \\ N_n &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2\lambda_n}{\sin 2\lambda_n} \right) \end{aligned} \right\} \quad \dots(32)$$

式 (25), (26) および式 (29), (30) からそれぞれ $(B+F)$, (C_n+G_n) を消去すると,

$$\left. \begin{aligned} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\beta + i(\bar{k}_r/\lambda_0) \tan \bar{k}_r l}{1 - (\bar{k}_r/\lambda_0)^2} \cdot \frac{D_r}{N_0 A / i \mu/\sigma} &= 1, \\ \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\beta - i(\bar{k}_r/\lambda_n) \tan \bar{k}_r l}{1 + (\bar{k}_r/\lambda_n)^2} \cdot \frac{D_r}{N_0 A / i \mu/\sigma} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad \dots(33)$$

$$(n=1, 2, 3\dots)$$

式 (24), (27) および式 (28), (31) から $(B-F)$, (C_n-G_n) を消去すると,

$$\left. \begin{aligned} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\beta - i(\bar{k}_r/\lambda_0) \cot \bar{k}_r l}{1 - (\bar{k}_r/\lambda_0)^2} \cdot \frac{E_r}{N_0 A / i \mu/\sigma} &= 1, \\ \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\beta + i(\bar{k}_r/\lambda_n) \cot \bar{k}_r l}{1 + (\bar{k}_r/\lambda_n)^2} \cdot \frac{E_r}{N_0 A / i \mu/\sigma} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad \dots(34)$$

$$(n=1, 2, 3\dots)$$

式 (33) および (34) はそれぞれ $D_r / (N_0 A / i \mu/\sigma)$ および $E_r / (N_0 A / i \mu/\sigma)$ に関する無限連立一次方程式であるから、この解をそれぞれ K_r および L_r とする,

$$\frac{D_r}{A} = -i \frac{N_0}{\mu/\sigma} \cdot K_r, \quad \frac{E_r}{A} = -i \frac{N_0}{\mu/\sigma} \cdot L_r \quad \dots(35)$$

式 (26), (27) および (30), (31) から

$$\left. \begin{aligned} \frac{B}{A} &= -1 + \beta \sum_{r=0}^{\infty} \frac{K_r + L_r}{1 - (\bar{k}_r/\lambda_0)^2} \\ \frac{F}{A} &= \beta \sum_{r=0}^{\infty} \frac{K_r - L_r}{1 - (\bar{k}_r/\lambda_0)^2} \end{aligned} \right\} \quad \dots(36)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{C_n}{A} &= \frac{N_0}{N_n} \beta \sum_{r=0}^{\infty} \frac{K_r + L_r}{1 + (\bar{k}_r/\lambda_n)^2} \\ \frac{G_n}{A} &= \frac{N_0}{N_n} \beta \sum_{r=0}^{\infty} \frac{K_r - L_r}{1 + (\bar{k}_r/\lambda_n)^2} \end{aligned} \right\} \quad \dots(37)$$

かくして入射波 A に対して速度ポテンシャルのすべて

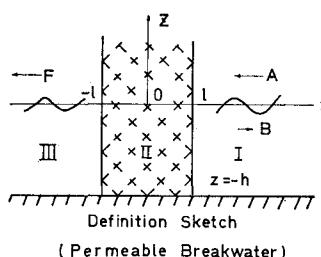


Fig. 2

の係数が決まり運動は確定することとなる。

入射波の波形を $\zeta_i = a \cos(kx + \sigma t)$ とすると、

として A は決まることになる。

(a) 反射率 K_R と通過率 K_T は式 (36) から

$$\frac{\zeta_1(x, t)}{a} = \left[e^{ik(x-t)} - \left(1 - \beta \sum_{r=0}^{\infty} \frac{K_r + L_r}{1 - (\tilde{\lambda}_r/\lambda_n)^2} \right) e^{-ik(x-t)} + \beta N_0 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{K_r + L_r}{1 + (\tilde{\lambda}_r/\lambda_n)^2} \cdot \frac{e^{-k_n(x-t)}}{N_n} \right] e^{i(kl+at)} \quad \dots (40)$$

$$\frac{\zeta_2(x, t)}{a} = \beta \frac{N_0}{\mu/\sigma} \sum_{r=0}^{\infty} \left(K_r \frac{\cos \bar{k}_r x}{\cos \bar{k}_r l} + L_r \frac{\sin \bar{k}_r x}{\sin \bar{k}_r l} \right) e^{i(kl + \alpha t - \pi/2)} \quad \dots \dots \dots \quad (41)$$

$$\frac{\xi_3(x, t)}{a} = \beta \left[\sum_{r=0}^{\infty} \frac{K_r - L_r}{1 - (\bar{\lambda}_r / \lambda_n)^2} \cdot e^{ik(x+l)} + N_0 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{K_r - L_r}{1 + (\bar{\lambda}_r / \lambda_n)^2} \cdot \frac{e^{k_n(x+l)}}{N_n} \right] e^{i(kl + \sigma t)}. \quad (42)$$

堤体前面および背面に沿う水面の上昇量を $\zeta_2(\pm l)$ と

すると、式(41)により次のようである。

$$\left| \frac{\zeta_2(\pm l)}{a} \right| = \frac{N_0}{\mu/\sigma} \left| \beta \sum_{r=0}^{\infty} (K_r \pm L_r) \right| \dots \dots \dots (43)$$

(c) 堤体前面と背面に沿う流体の圧力分布 $p(\pm l)$ と、堤体に作用する水平圧力の合力 P_H は次のように求められる。

$$\frac{p(\pm l)}{\rho g a} = \frac{N_0}{\mu/\sigma} \cdot \beta \sum_{r=0}^{\infty} (K_r \pm L_r) \frac{\cosh \bar{k}_r(z+h)}{\cosh \bar{k}_r h} \cdot e^{i(kl + at - \pi/2)}. \quad (44)$$

$$\frac{P_H}{\rho g ah} = 2 \frac{N_0}{\mu/\sigma} \cdot \beta \sum_{r=0}^{\infty} L_r \cdot \frac{\tanh \bar{\lambda}_r}{\bar{\lambda}_r} \cdot e^{i(kl + \sigma t - \pi/2)} \dots \dots \dots (45)$$

同様にして堤体に作用する揚圧力の合力 P_V は次のようである。

$$\frac{P_V}{2 \rho gal} = \frac{N_0}{\mu/\sigma} \cdot \beta \sum_{r=0}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{\cosh \bar{\lambda}_r} \right) \cdot \frac{\tan \bar{\lambda}_r l}{\bar{\lambda}_r l} \cdot K_r \cdot e^{i(kl + \sigma t - \pi/2)} \dots \dots (46)$$

(3) 透過性岸壁の理論

Fig. 3 に示すように、不透水の鉛直壁 ($x=0$) の前面に幅 l の透過性堤体を置いた場合を考えると、領域 I

$$\phi_1(x, z) = A \left[\left\{ e^{ik(x-l)} - \left(1 - \beta \sum_{r=0}^{\infty} \frac{2 K_r}{1 + (\lambda_r/\lambda_0)^2} \right) e^{-ik(x-l)} \right\} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \beta N_0 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{2 K_r}{1 + (\lambda_r/\lambda_n)^2} \cdot \frac{e^{-k_n(x-l)}}{N_n} \cdot \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \right] \dots \quad (48)$$

$$\tilde{\phi}(x, z) = A \cdot \frac{N_0}{\mu/\sigma} \sum_{r=0}^{\infty} 2K_r \cdot \frac{\cos \bar{k}_r x}{\cos \bar{k}_r l} \cdot \frac{\cosh \bar{k}_r(z+h)}{\cosh \bar{k}_r h} \cdot e^{-i(\pi/2)} \quad \dots \dots \dots \quad (49)$$

入射波 $\zeta_i = a \cos(kx + \sigma t)$ に対しては A は式(38)で決まる。

(a) 反射率 K_R は式 (48) から

$$K_R = \left| 1 - \beta \sum_{r=0}^{\infty} \frac{2 K_r}{1 - (\bar{\lambda}_r / \lambda_0)^2} \right| \quad \dots \dots \dots \quad (50)$$

(b) 各領域の水面波形 ζ_1 , ζ_2 は次式の実数部分で与えられる。

$$\frac{\zeta_1(x, t)}{a} = \left[e^{ik(x-l)} - \left(1 - \beta \sum_{r=0}^{\infty} \frac{2 K_r}{1 - (\bar{\lambda}_r/\lambda_0)^2} \right) e^{-ik(x-l)} + \beta N_0 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{2 K_r}{1 + (\bar{\lambda}_r/\lambda_n)^2} \cdot \frac{e^{-k_n(x-l)}}{N_n} \right] e^{i(kl + \sigma t)} \quad (51)$$

$$\frac{\zeta_2(x, t)}{a} = \frac{N_0}{\pi/a} \cdot \beta \sum_{r=0}^{\infty} 2 K_r \cdot \frac{\cos \bar{k}_r x}{\cos \bar{k}_r l} \cdot e^{i(kl + \sigma t - \pi/2)} \quad \dots \dots \dots \quad (52)$$

堤体前面 ($x=l$) と鉛直壁面 ($x=0$) での水面上昇量はそれぞれ次式のようである。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\zeta_2(l)}{a} &= \frac{N_0}{\mu/\sigma} \cdot \beta \sum_{r=0}^{\infty} 2 K_r, \\ \frac{\zeta_2(0)}{a} &= \frac{N_0}{\mu/\sigma} \left| \beta \sum_{r=0}^{\infty} \frac{2 K_r}{\cos \bar{k}_r l} \right| \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (53)$$

(c) 透過性堤体部分に作用する全水平力 $P_{H'}$ と $x=0$ における不透過壁面に作用する全水平力 $P_{H(0)}$ とはそれぞれ次式で与えられる。

$$\frac{P_{H'}}{\rho gah} = \frac{N_0}{\mu/\sigma} \cdot \beta \sum_{r=0}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{\cos \bar{k}_r l} \right) \cdot \frac{\tanh \bar{\lambda}_r}{\bar{\lambda}_r} \cdot 2 K_r e^{i(kl + \sigma t - \pi/2)} \quad \dots \dots \dots (54)$$

$$\frac{P_{H(0)}}{\rho gah} = \frac{N_0}{\mu/\sigma} \cdot \beta \sum_{r=0}^{\infty} \frac{1}{\cos \bar{k}_r l} \cdot \frac{\tanh \bar{\lambda}_r}{\bar{\lambda}_r} \cdot 2 K_r e^{i(kl + \sigma t - \pi/2)} \quad \dots \dots \dots (55)$$

透過性堤体がない場合、壁面 $x=0$ に対する全水平力は $P_{H(0)}/\rho ga = 2 \tanh \lambda_0/\lambda_0 \cdot \cos \sigma t$ で与えられるから、透過堤体がある場合とない場合の壁面に対する水平圧力の大きさの比 K_p は

$$\frac{\partial \phi_1 / \partial x(l)}{Aik} = \left(2 - \beta \sum_{r=0}^{\infty} \frac{K_r + L_r}{1 - (\bar{\lambda}_r / \lambda_0)^2} \right) \frac{\cosh \{(1+z/h)\lambda_0\}}{\cosh \lambda_0} + i \beta \frac{N_0}{\lambda_0} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{K_r + L_r}{1 + (\bar{\lambda}_r / \lambda_n)^2} \cdot \frac{\lambda_n}{N_n} \cdot \frac{\cos \{(1+z/h)\lambda_n\}}{\cos \lambda_n} \quad \dots \dots \dots (58)$$

$$\frac{\partial \bar{\phi} / \partial x(\pm l)}{Aik} = \frac{N_0}{\mu/\sigma} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\bar{\lambda}_r}{\lambda_0} (\pm K_r \tan \bar{k}_r l - L_r \cot \bar{k}_r l) \frac{\cosh \{(1+z/h)\lambda_r\}}{\cosh \bar{\lambda}_r} \quad \dots \dots \dots (59)$$

$$\frac{\partial \phi_3 / \partial x(-l)}{Aik} = \beta \left[\sum_{r=0}^{\infty} \frac{K_r - L_r}{1 - (\bar{\lambda}_r / \lambda_0)^2} \cdot \frac{\cosh \{(1+z/h)\lambda_0\}}{\cosh \lambda_0} - i \frac{N_0}{\lambda_0} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{K_r - L_r}{1 + (\bar{\lambda}_r / \lambda_n)^2} \cdot \frac{\lambda_n}{N_n} \cdot \frac{\cos \{(1+z/h)\lambda_n\}}{\cos \lambda_n} \right] \quad \dots \dots \dots (60)$$

$x=\pm l$ での圧力は次式で表わされる。

$$\frac{\phi_1(l)}{A} = \beta \left[\sum_{r=0}^{\infty} \frac{K_r + L_r}{1 - (\bar{\lambda}_r / \lambda_0)^2} \cdot \frac{\cosh \{(1+z/h)\lambda_0\}}{\cosh \lambda_0} + N_0 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{K_r + L_r}{1 + (\bar{\lambda}_r / \lambda_n)^2} \cdot \frac{\cos \{(1+z/h)\lambda_n\}}{N_n \cos \lambda_n} \right] \quad \dots \dots \dots (61)$$

$$\frac{\beta \bar{\phi}(\pm l)}{A} = -i \beta \frac{N_0}{\mu/\sigma} \sum_{r=0}^{\infty} (K_r \pm L_r) \frac{\cosh \{(1+z/h)\bar{\lambda}_r\}}{\cosh \bar{\lambda}_r} \quad \dots \dots \dots (62)$$

$$\frac{\phi_3(-l)}{A} = \beta \left[\sum_{r=0}^{\infty} \frac{K_r - L_r}{1 - (\bar{\lambda}_r / \lambda_0)^2} \cdot \frac{\cosh \{(1+z/h)\lambda_0\}}{\cosh \lambda_0} + N_0 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{K_r - L_r}{1 + (\bar{\lambda}_r / \lambda_n)^2} \cdot \frac{\cos \{(1+z/h)\lambda_n\}}{N_n \cos \lambda_n} \right] \quad \dots \dots \dots (63)$$

任意の $0 > z/h > -1$ に対して式 (58) と (59), (59) と (60), 式 (61) と (62), (62) と (63) とは等しくなければならない。

3. 計算結果

たとえば $\sigma^2 h/g = 1.50$, $l/h = 1.0$, $V = 0.5$, $\mu/\sigma = 1.0$ に対する式 (33)～(37) による各計算値を示すと Table 2 のようである。

Fig. 4 は Le Méhauté (1958) の実験条件に合わせて $V = 0.4$, $l/h = 0.22, 0.42$ および 0.62 に対し, μ/σ をパラメーターとして反射率 K_R と通過率 K_T を式 (39) により計算した結果(実線)と Méhauté の実験結果(点線)を入射波の波形勾配 H/L をパラメーターとして記入したものである。また Fig. 5 は Table 2 の条件について計算した水面波形を σt を 30° ごとに $0 \sim 150^\circ$ ま

$$K_p = \frac{N_0}{\mu/\sigma} \left| \beta \sum_{r=0}^{\infty} \frac{2 K_r}{\cos \bar{k}_r l} \cdot \frac{\tanh \bar{\lambda}_r}{\bar{\lambda}_r} \right| / \frac{2 \tanh \lambda_0}{\lambda_0} \quad \dots \dots \dots (56)$$

透過性堤体に作用する全揚圧力 P_V は次のようである。

$$\frac{P_V}{\rho gal} = \frac{N_0}{\mu/\sigma} \cdot \beta \sum_{r=0}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{\cosh \bar{\lambda}_r} \right) \cdot \frac{\tan \bar{k}_r l}{\bar{k}_r l} \cdot 2 K_r \cdot e^{i(kl + \sigma t - \pi/2)} \quad \dots \dots \dots (57)$$

式 (46) とくらべるとわかるように、幅 $2l$ の防波堤と幅 l の岸壁に対する全揚圧力は等しい。

(4) 檢証式

以上の理論式による計算は式 (33), (34) の連立方程式の解を求める計算を基とするから、電子計算機によらねばならないが、そのプログラムのミスの有無と計算結果の精度は、 $0 \geq z/h \geq -1$ の任意の z/h に対して $x = \pm l$ での条件式 (18), (19) が数値的に満足されているか否かを調べることで確かめられる。すなわち $x = \pm l$ での水平流速は次式で与えられる。

$$\frac{\partial \phi_1 / \partial x(l)}{Aik} = \left(2 - \beta \sum_{r=0}^{\infty} \frac{K_r + L_r}{1 - (\bar{\lambda}_r / \lambda_0)^2} \right) \frac{\cosh \{(1+z/h)\lambda_0\}}{\cosh \lambda_0} + i \beta \frac{N_0}{\lambda_0} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{K_r + L_r}{1 + (\bar{\lambda}_r / \lambda_n)^2} \cdot \frac{\lambda_n}{N_n} \cdot \frac{\cos \{(1+z/h)\lambda_n\}}{\cos \lambda_n} \quad \dots \dots \dots (58)$$

$$\frac{\partial \bar{\phi} / \partial x(\pm l)}{Aik} = \frac{N_0}{\mu/\sigma} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\bar{\lambda}_r}{\lambda_0} (\pm K_r \tan \bar{k}_r l - L_r \cot \bar{k}_r l) \frac{\cosh \{(1+z/h)\lambda_r\}}{\cosh \bar{\lambda}_r} \quad \dots \dots \dots (59)$$

$$\frac{\partial \phi_3 / \partial x(-l)}{Aik} = \beta \left[\sum_{r=0}^{\infty} \frac{K_r - L_r}{1 - (\bar{\lambda}_r / \lambda_0)^2} \cdot \frac{\cosh \{(1+z/h)\lambda_0\}}{\cosh \lambda_0} - i \frac{N_0}{\lambda_0} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{K_r - L_r}{1 + (\bar{\lambda}_r / \lambda_n)^2} \cdot \frac{\lambda_n}{N_n} \cdot \frac{\cos \{(1+z/h)\lambda_n\}}{\cos \lambda_n} \right] \quad \dots \dots \dots (60)$$

で変えて示したものである。Fig. 6 は式 (45) による水平力の合力の最大値、Fig. 7 は式 (46) による揚圧力の最大値を示している。Fig. 8 は式 (50) による岸壁の反射率、Fig. 9 は式 (54), (55), (57) による透過性堤体への水平力と揚圧力および岸壁全体に対する水平力を示している。

以上のようにして、 μ/σ をパラメーターとして防波堤と岸壁に関する諸量を計算することができるが、問題は μ/σ の実際の値である。

4. μ/σ と $\sigma^2 h/g$ の関係

いままで理論的取扱いを簡単にするため、空げき物質

Table 2

	$\delta h/g = 1.50$	$1/h = 1.0$	$V = 0.5$	$\mu_G = 1.0$
	K _T	L _T		
0	-0.0689109 + 0.4506035i	-0.0799791 + 0.4965328i		
1	-0.0917356 - 0.1117219i	-0.1093820 - 0.1158713i		
2	-0.0190239 - 0.0127031i	-0.0219524 - 0.0139601i		
3	-0.0065211 - 0.0049921i	-0.0097428 - 0.0056109i		
4	-0.0048340 - 0.0026652i	-0.0055046 - 0.0030319i		
5	-0.0031114 - 0.0016608i	-0.0035350 - 0.0019036i		
6	-0.0021658 - 0.0011422i	-0.0024570 - 0.0013158i		
7	-0.0015852 - 0.0008504i	-0.0017963 - 0.0009828i		

	D_T/A	B_T/A
0	0.2824233 + 0.0431910i	0.3112103 + 0.0501283i
1	-0.0700236 + 0.0574969i	-0.0726243 + 0.0685570i
2	-0.0079619 + 0.0119236i	-0.0087497 + 0.0137590i
3	-0.0031289 + 0.0053408i	-0.0035167 + 0.0061665i
4	-0.0016705 + 0.0030298i	-0.0019003 + 0.0034501i
5	-0.00010409 + 0.0019501i	-0.0011931 + 0.0022156i
6	-0.0007159 + 0.0013574i	-0.0008247 + 0.0015400i
7	-0.0005330 + 0.0009336i	-0.0006160 + 0.0011259i

	C_A/A	G_A/A
1	0.0367978 + 1.132833i	0.0140952 - 0.0407806i
2	-0.0158686 - 0.0914162i	-0.0170661 + 0.0077604i
3	0.0013242 - 0.0247191i	-0.0019805 + 0.0022227i
4	0.0016350 - 0.0114157i	-0.0006747 + 0.0009201i
5	0.0012696 - 0.0065161i	-0.0003340 + 0.0004960i
6	0.0009636 - 0.0042449i	-0.0001986 + 0.0003083i
7	0.0007448 - 0.0029715i	-0.0001316 + 0.0002097i
8	0.0005892 - 0.0021954i	-0.0000356 + 0.0001516i

$$B/A = 0.4029/6.7 - 0.0941937i, R/A = -0.0717651 - 0.0101402i$$

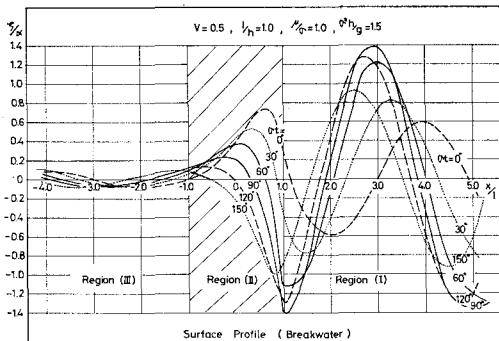


Fig. 5

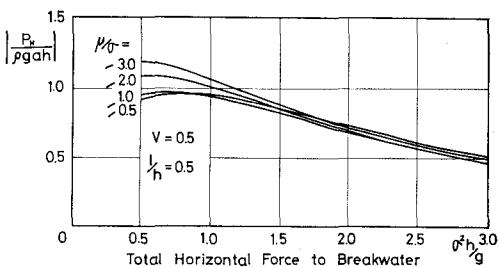


Fig. 6

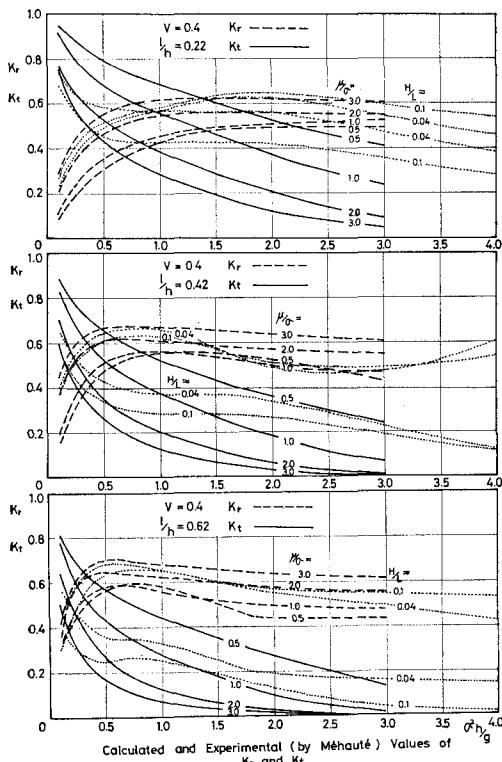


Fig. 4

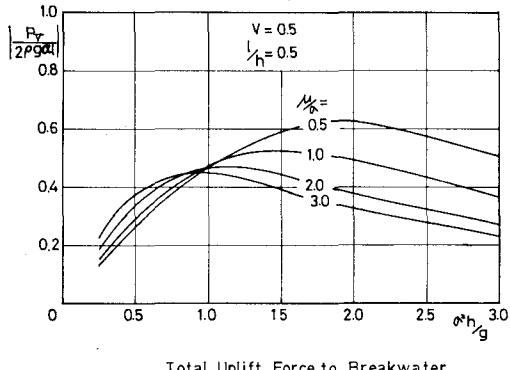


Fig. 7

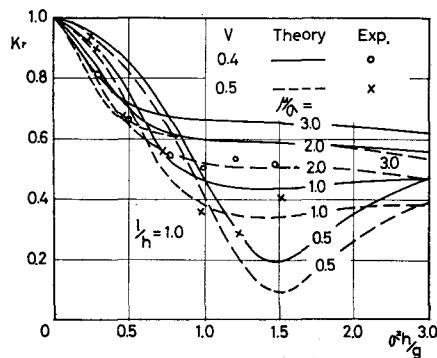


Fig. 8 (a)

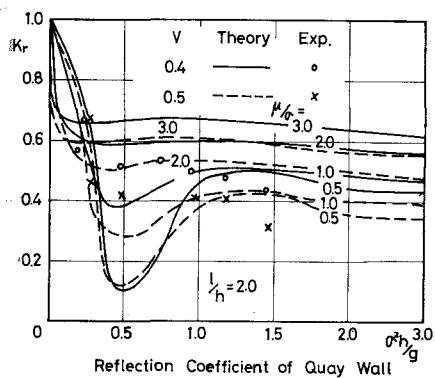


Fig. 8 (b)

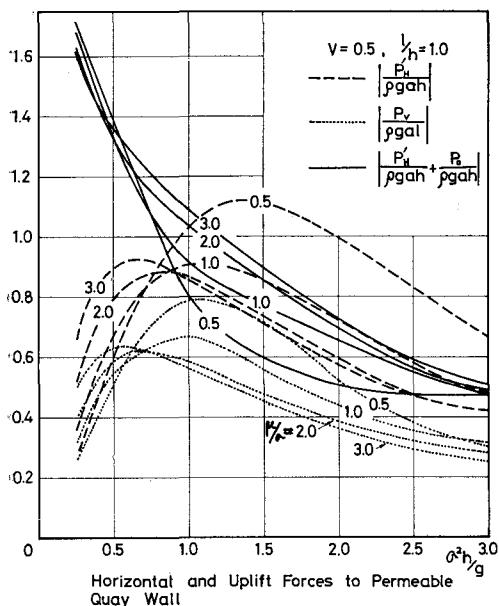


Fig. 9

内の流体運動に対する抵抗を、流速に比例すると仮定し、その比例定数を μ/σ としたわけであるが、実際には抵抗は流速の平方に比例する部分と加速度に比例する部分とから成ると考えられるから、 μ/σ は仮想の抵抗係数にすぎない。

その値は波の性質 $\sigma^2 h/g$ と堤体形状 l/h および空げき物質の形状と空げき率 V 等によって異なるべきである。この値を見積る一つの方法として、Le Méhauté (1958) による精密な実験結果と計算値を比較するために示したもののが Fig. 4 である。

Méhauté は水深 100 cm、幅 60 cm の造波水路内に種々の幅の鉛直側面をもつ捨石防波堤を作り、その反射率と通過率を測定している。その中で幅 $2l=44$ cm, 84 cm および 124 cm で、捨石の平均径 5.9 cm、空げき率 $V=0.4$ の場合の測定値を、入射波の波形勾配 H/L の略最小値 0.04 と最大値 0.10 に対するものとプロットし、平滑

な線で結んだものが Fig. 4 の点線である。実験波の周期は 1.0, 1.5, 2.5, 3.0 および 3.5 秒で、波高は約 0.5 cm から 30 cm 程度まで変えて、Healey の方法で入射波高を決め、反射率と通過率を求めている。

Fig. 4 によると計算値による反射率の μ/σ による変化は通過率にくらべると小さく、実測値による反射率の H/L による変化は、通過率の変化にくらべて小さく、実測値と計算値とをくらべると、 $\sigma^2 h/g$ による反射率の変化はよく一致しているが、通過率の変化の傾向は $\sigma^2 h/g$ によりかなり異なっていることがわかる。すなわち μ/σ の影響は通過率において著しく現われる。そこで通過率に著目して Fig. 4 から μ/σ と $\sigma^2 h/g$ の関係を読み取り、これをプロットすると Fig. 10 のような関係が得られる。

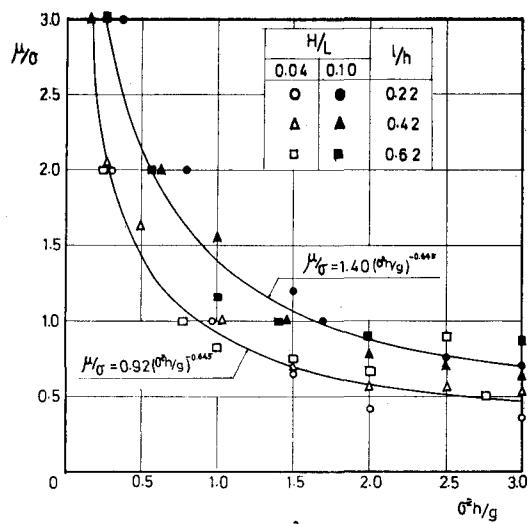


Fig. 10

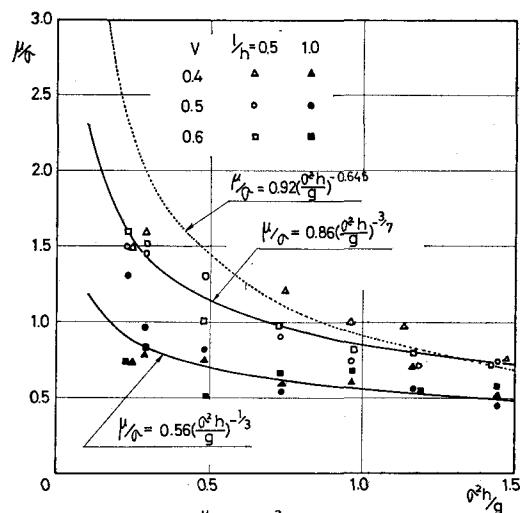
Relations of μ_0 and $\sigma^2 h/g$ for Permeable Breakwater ($l/h = 0.5$ and 1.0) (for Cubic Block)

Fig. 11

これによると $l/h \leq 0.62$ 以下では l/h による変化はほとんど現われず、 H/L によって系統的な相違があることがわかる。この関係を実験式で表わすと次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \mu/\sigma &= 0.92(\sigma^2 h/g)^{-0.645} : H/L \approx 0.04, \\ V &= 0.4, l/h < 0.6 \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (64 \text{ a})$$

$$\left. \begin{aligned} \mu/\sigma &= 1.40(\sigma^2 h/g)^{-0.645} : H/L \approx 0.10, \\ V &= 0.4, l/h < 0.6 \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (64 \text{ b})$$

著者は長さ 22 m, 幅 1.0 m, 深さ 0.6 m の造波水路内に幅 $2l=30$ cm および 60 cm で、5 cm 立方の木材ブロックを空げき率 $V=0.4, 0.5$ および 0.6 になるように規則正しく固定した模型防波堤を作り、水深 $h=40$ cm に固定して、周期 0.9~1.8 sec, 波高 4~6 cm の実験波によって反射率、通過率の測定を行ない、上述と同様な方法で μ/σ と $\sigma^2 h/g$ の関係を求めた。Fig. 11 はその結果を示すもので、破線は式 (64 a) を示している。これによると、 $V=0.4 \sim 0.6$ では空げき率の影響よりは l/h の影響が強く、実験的には次のように表わされる（ただし $\sigma^2 h/g = 0.25 \sim 1.5$ ）。

$$\mu/\sigma = 0.86(\sigma^2 h/g)^{-3/7} : l/h = 0.5 \quad \dots \dots \dots \quad (65 \text{ a})$$

$$\mu/\sigma = 0.56(\sigma^2 h/g)^{-1/3} : l/h = 1.0 \quad \dots \dots \dots \quad (65 \text{ b})$$

以上のような結果から防波堤に関する仮想抵抗 μ/σ は (i) 空げき率 V が 0.4~0.6 ではその影響はほとんど現われず、(ii) l/h が 0.5 程度まではその影響はあまりなく、より大きい l/h に対しては減少する傾向があり、(iii) $\sigma^2 h/g$ による変化は大きく、その増加とともに減少し、一定値に近づく傾向があることがわかる。

以上は防波堤に対するものであるが、岸壁については水理現象が異なるので当然防波堤の場合とは異なった値を示すことが考えられる。この場合については Méhauté の実験はないので、著者らは上述の防波堤模型の背後に不透過壁をおいて、反射率および不透過壁に対する圧力分布の測定を行なって、 μ/σ の推定を試みた。Fig. 8 に記入した点はその一例であり、また Fig. 12 は不透過壁

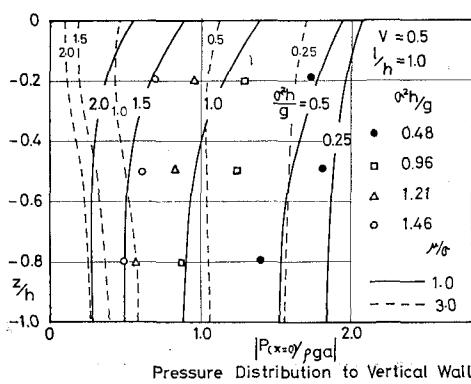


Fig. 12

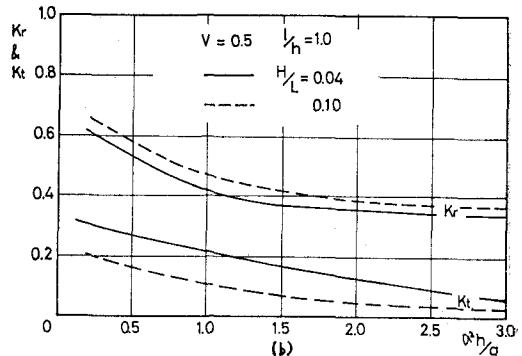
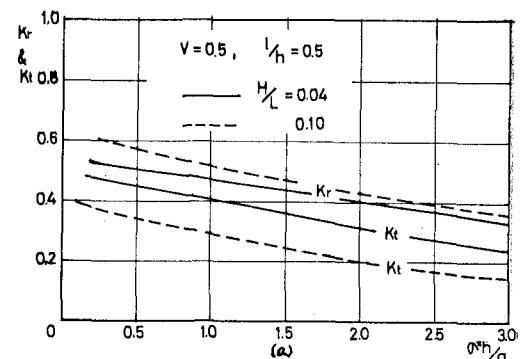
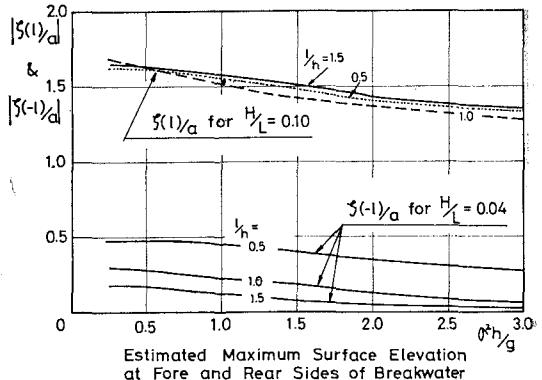
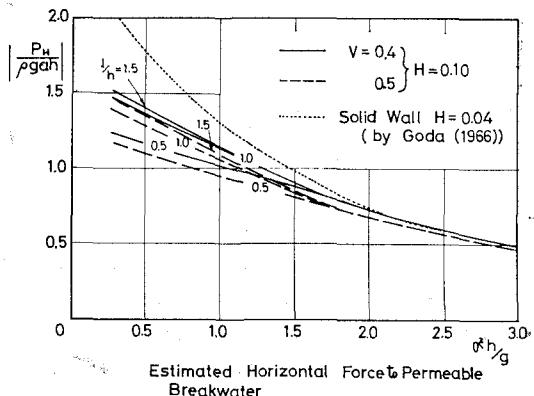


Fig. 13



Estimated Maximum Surface Elevation at Fore and Rear Sides of Breakwater

Fig. 14



Estimated Horizontal Force to Permeable Breakwater

Fig. 15

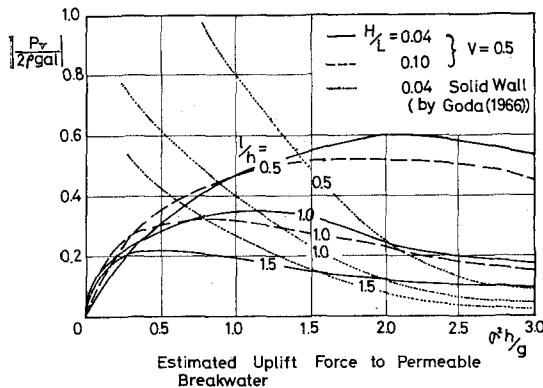


Fig. 16

に沿う圧力分布の実測値と計算値を示している。これらの結果から μ/σ の値はほとんど一定でほぼ 1.0 に近いことが推定された。すなわち

$$\begin{aligned} \mu/\sigma = 1.0 : \sigma^2 h/g &= 0.25 \sim 0.5, \quad l/h = 1.0 \sim 2.0 \\ V &= 0.4 \sim 0.6 \end{aligned} \quad \text{--- (66)}$$

5. 透過性防波堤および岸壁の機能と波的作用

式 (64), (65) および (66) の関係はさらに縮尺効果や形状の相違などについても検討を要するが、いま仮りに式 (64), (66) の関係が一般に成り立つとして、改めて計算結果を求めるところのようである。

(1) 防 波 堤

反射率と通過率を計算すると Fig. 13, 式 (43) による前面と背面での水面上昇量は Fig. 14, 堤体に作用する水平力と揚圧力はそれぞれ Fig. 15, Fig. 16 に示すようになる。Fig. 15, Fig. 16 では、比較のために、solid wall に対する合田 (1966) の計算結果を $H/L=0.04$ について点線で示した (この場合揚圧力は堤前趾から後趾まで三角形分布をすると仮定した)。Fig. 14 による堤前面での水面上昇量は l/h にあまり関係せず、背面ではその影響が大きい。Fig. 15 によると堤体に対する水平力は V および l/h にあまり関係せず、またもちろん solid wall に対する値よりも小さいが、波長の短い波 ($\sigma^2 h/g$ が大きい) に対しては、だいぶに接近した値となることがわかる。Fig. 16 によると揚圧力に対しては、 l/h の影響が著しく、この値によって、 $\sigma^2 h/g$ が小さいときは solid wall に対するよりも小さい揚圧力を示すが、 $\sigma^2 h/g$ が大きくなると、かえって大きな値を示すような傾向にあることがわかる。

(2) 岸 壁

岸壁の反射率は式 (66) によって、 $l/h=1.0$ および 2.0 について $V=0.4, 0.5, 0.6$ の場合を示すと Fig. 17 のよう、 $\sigma^2 h/g$ の増加とともに急速にはば一定値に低下し、また空げき率が大きいほど反射率は小さいことにな

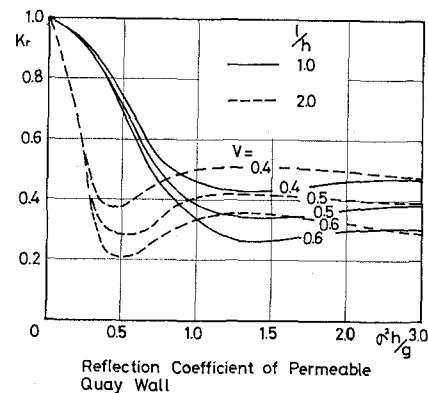


Fig. 17

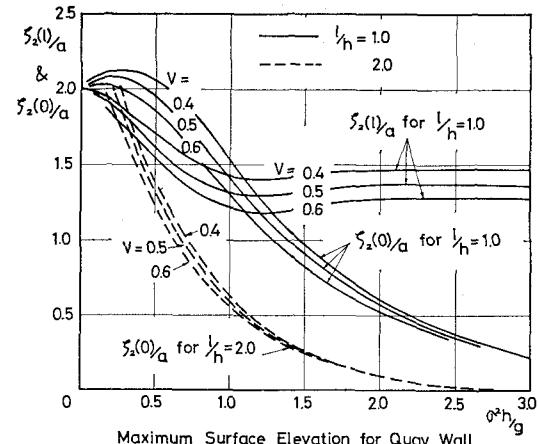


Fig. 18

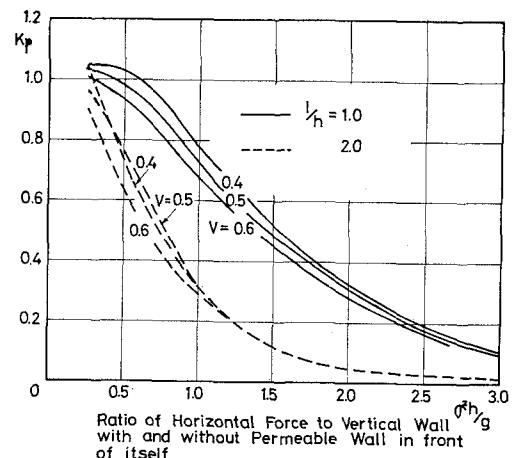


Fig. 19

る。式(53)による堤前後面の水面上昇量は Fig. 18 のようで、前面水位は $\sigma^2 h/g$ とともにほぼ一定値に低下するが、背面水位は $\sigma^2 h/g$ とともに急激に減少することになる。堤体に対する水平力と揚圧力は、Fig. 9 に示した $\mu/\sigma=1.0$ の曲線によって推定され、防波堤に対すると類似の傾向を示すことがわかる。Fig. 19 は式(56)によって、不透過壁面の前面に透過堤体がある場合となる場合の壁面に対する水平力の比を示している。この値は l/h によって大きく変わり、また $\sigma^2 h/g$ とともに急速に減少することがわかる。

6. む す び

上述の計算値はすべて式(58)～(63)により数値的に正しいことを確かめたが、 μ/σ の値の推定にはまだ多くの要素が影響すると考えられるので、さらにくわしい検討が必要と思われるが、このような線型抵抗の仮定による計算結果でも、かなり現実に近い推定を行なうことができるのであって、たとえば著者⁵⁾がかつて行なった柱鍔ブロックによる防波堤および岸壁に関する反射率や通過率および全水平力と揚圧力の測定値は、前節の推定値

とかなり近い結果を得ている。しかし、Fig. 4～10 を見るとわかるように、堤前面に関する現象（反射率や前面水位あるいは水平力など）は μ/σ による変化は比較的小さく、堤背後に関する現象（通過率や背面水位あるいは揚圧力など）には μ/σ による変化が比較的大きく現われるという特徴があり、ここで述べたような通過率のみによる μ/σ の推定で十分か否かは検討の余地があり、今後の課題としたい。

参 考 文 献

- 1) 近藤淑郎(1969)：“透過性防波堤の伝達波”，第16回海岸工学講演集，土木学会
- 2) 富永正照他(1969)：“透過性構造物による波の変形に関する研究”，同上
- 3) B. Le Méauté (1959)：“Permeabilite des digues en enrochements aux ondes de gravité périodiques”，La Houille Blanche N. 2, pp. 148-179.
- 4) 合田良実(1966)：“有限振幅波ならびにその波圧に関する研究”，港湾技術研究所報告第5巻第10号
- 5) 井島・尾崎他(1969)：“直立消波壁に関する実験的研究”，土木学会西部支部研究発表会論文集
- 6) 井島武士(1971)：“最近の波浪理論における境界値問題の解法とその応用”，土木学会水工学に関する夏期講習会講演集