

浅水表面波の粗底上の乱流構造

日 野 幹 雄*・大 西 亮 一**

1. 序

一様流, Jet, Wake など定常状態の種々の流れの乱流構造については, 理論的, 実験的な多くの研究がある¹⁾。しかし, 非定常流ないしは周期変動流では乱れの定義および特性が定常流の場合とは著しく異なると思われるが, この分野の研究は少ない。

一方, ややマクロな立場といえる周期運動による拡散については, 栗谷・古本・島田²⁾や Holley, Harlemann & Fisher が主流方向が交番する開水路の拡散現象を Taylor の convective diffusion の考え方にしたがって理論的に論じている。玉井³⁾は不規則波による拡散を論じ, ポテンシャル論として考える場合, 第一次近似の範囲(線型理論)では, 軌道運動は拡散に寄与しないことを理論的に示している。日野⁴⁾は軌道運動に変動成分が伴う場合の拡散を論じ, Ichiye らの実測による拡散ヒダを説明することができた。

一方, 波による底質の浮遊, 移動を考える場合には底面近くの拡散係数が問題となる。底面近くの浮遊砂の濃度分布を本間, 堀川・鹿島⁵⁾は梶浦⁶⁾の乱流境界層理論を用いて説明している。また I.G. Jonsson⁷⁾は砂漣に近い人工粗度の乱流境界層の流速分布を測定しており, 野田⁸⁾は I.G. Jonsson の測定結果より渦粘性係数を仮定して砂の濃度分布の理論解を示した。堀川・渡辺⁹⁾は砂漣上の波の乱れを測定して砂の浮遊との関係を示そうとした。

Longuet-Higgins¹⁰⁾は波による水面および底面の層流境界層理論を示し, 水の粘性が質量輸送を起こすことを明らかにした。野田¹²⁾や Johns は乱流境界層の場合の質量輸送について, 渦粘性係数を仮定して理論解を示している。

この渦粘性係数および拡散係数は乱れの作用のマクロな表現と考えられるが物理的な意味についてはしばしば議論をまき起こしている。

本研究では波の乱流構造と波の拡散作用の解明の足掛りとして周期変動流の乱れを定義し, 測定法を工夫し, 種々の実験を行なった。また実験によって得た乱流構造により乱れの発生のメカニズムとその変形および伝播につ

いて考察し, 浅水表面波の粗底上の乱流構造に興味ある結果を得た。

2. 乱れの定義

定常流における乱れは, 普通時間平均値よりの各瞬間値のズレとして定義される。しかし, 非定常変動においては, まず, アンサンブル平均として時間ないしは位相の関数である平均値を定義し, これよりの各瞬間値のズレとして乱れを定義する方が良い。すなわち, 速度場を3つの座標と時間の関数として $u(x, y, z, t)$ と表わす。いま同一の実験を N 回行ない, その結果を記録する。そしておのおの実験は添字 $k=1, 2, \dots, N$ を u の右下に書くことにより示すことにする。

流速 u のアンサンブル平均は次式で定義される¹³⁾。

$$\bar{u}(x, y, z, t) = \langle u(x, y, z, t) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N u_k(x, y, z, t) \quad \dots\dots\dots (1)$$

変動速度を次式で定義する。

$$\delta u_k = u_k - \bar{u} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\delta \bar{u}_k = \langle \delta u_k \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \delta u_k = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

また, 自乗平均を次式で定義する。

$$\begin{aligned} [\overline{\delta u}]^2 &= \overline{\delta u^2} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \delta u_k^2 \\ &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (u_k - \bar{u})^2 \quad \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

ここに, $\overline{\delta u}$: 自乗平均の平方根である。

波動運動では N 回実験をくり返すかわりに N 波の測定値のアンサンブル平均とすればよい。

3. 実験方法

(1) 実験装置

装置の概要は図-1に示す。消波にはサンフレックスを用いた。今回の測定は長時間連続的に波を発生させ, 進行波として測定するので反射があってはならない。そこでサンフレックスの密度と長さを種々調節して波高計で反射の影響のないことを確かめた。粗度は $\phi 5.2 \text{ mm}$ のガラス棒を図-2に示すように 5 cm 間隔に配置した。粗度区間は図-1に示すように 3 m で, 測定はその中央付近で行なった。

波高の測定には相互に干渉しない2本の抵抗線式波高

* 正会員 工博 東京工業大学助教授 工学部

** 正会員 農林省農業土木試験場

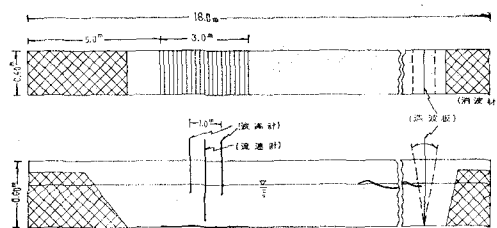


図-1 実験用造波水槽概要

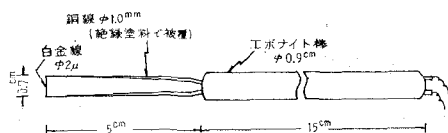


図-2 流速計 Probe

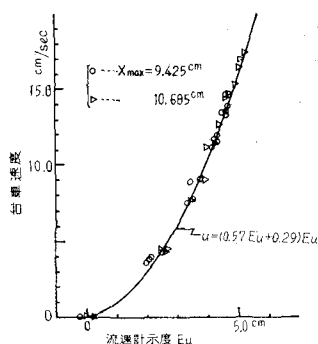


図-3 検定曲線の一例

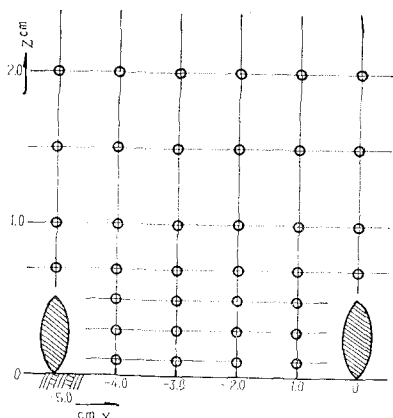


図-4 測定点配置図

計(計測技研製)を用いた。この波高計は流速計とも干渉は認められなかった。流速と波高は同時に電磁オシロに記録した。

乱れの状態は染料と水素気泡($\phi 50 \mu$ のタングステン線を電極として電気分解により発生)をトレーサーとして約3枚/秒の速度で連続撮影した。

データ整理は波高記録を基準として1波を正確に定め1波を40等分して読み取り、カードにパンチして電子計算機で計算した。

(2) 実験波

波による水底の層流境界層と乱流境界層の限界 Reynolds 数は J.I. Collins¹⁴⁾ の実験によれば $R_\delta = u_\delta \delta / \nu = 160$ である。ここに、 u_δ : 軌道流速、 ν : 水の動粘性係数、 δ : 境界層厚さのパラメーター($= \{\pi / T \nu\}^{-1/2}$)、 T : 波の周期である。いま $T = 2$ 秒、 $d = 35$ cm とすれば上述の R_δ に対する波高は 7.3 cm となる。逆に、周期 $T = 2$ 秒、水深 $d = 35$ cm、波高 $H = 2.8$ cm の実験波では $R_\delta = 59$ に当る(水温: 17°C)。波高 7.3 cm あるいはそれ以上の波は装置の関係で起こせないで前述の粗度を底に置き、染料によって渦の発生状態と染料の拡散を見て乱れの発生を確かめて実験波とした。

(3) 流速測定

流速の測定には風洞用に設計された熱線流速計を用いた。これまで水中での熱線流速計の使用は不安定であり使用できないというのが定説であった。しかし、コーティング¹⁵⁾を工夫することによって波の場合にはきわめて安定度のよい測定ができた(検定曲線は1週間にわたっても安定していた)。これは波の軌道運動により熱線上に激み点を生じないためと考えられる。流速計の probe を図-2に示す。検定には往復運動する台車を使い、台車の速度を流速として検定曲線を求めた。この一例を図-3に示す。安定性は測定の前後で検定した。また、相互相関の測定には2本の probe を用い、絶縁によって計器同志の干渉をなくした。

この実験で用いたのは普通の流速計で方向性がない。そこでここでは、むしろこの点を逆用して流速の合成成分ないしはエネルギーに相当するものを測定することにした。測点の配置を図-4に示す。

4. 測定結果

(1) Flow visualization

写真-1~2に水素気泡をトレーサーとして粗度上の渦の発生から発達、そして消滅の状態を示す。写真に示すように、波の軌道運動によって粗度要素の後に発生した渦は流れの加速の後半から減速の前半に発達しながら流れ、減速の後半で最大となる。流向が変わって流れが加速状態になると、渦は急に消滅する状態を示している。

次に統計処理の方法によってここで捉えた乱れの特性を詳しく調べて見る。

(2) 平均流速

流速計で測定した35波の流速 $q_k(t)$ ($k=1, 2, \dots, 35$) のアンサンブル平均、すなわち、式(1)の定義より平均流速を求めた。この結果を図-5に示す。平均流速は粗

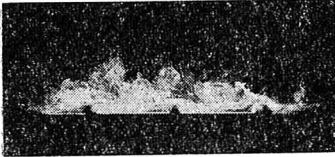
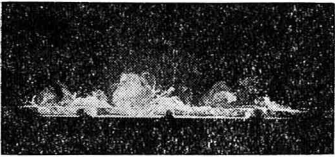
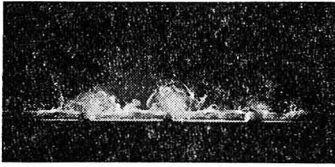
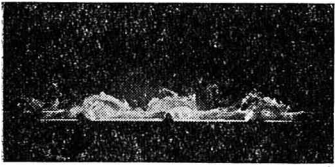


写真-1 水素気泡による
flow-visualization

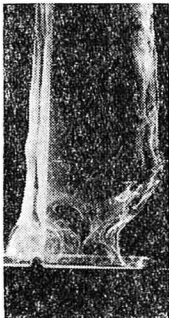
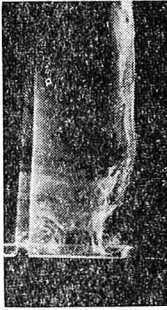
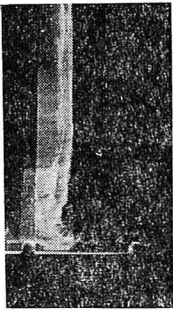


写真-2

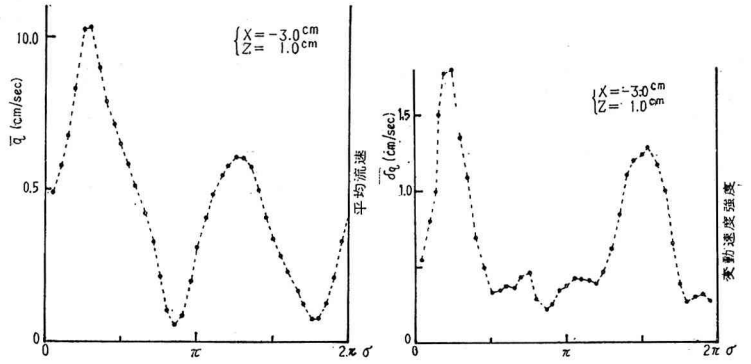


図-5 (a), (b) 平均流速 $\bar{q}$ と変動流速強度 δq の時間変化

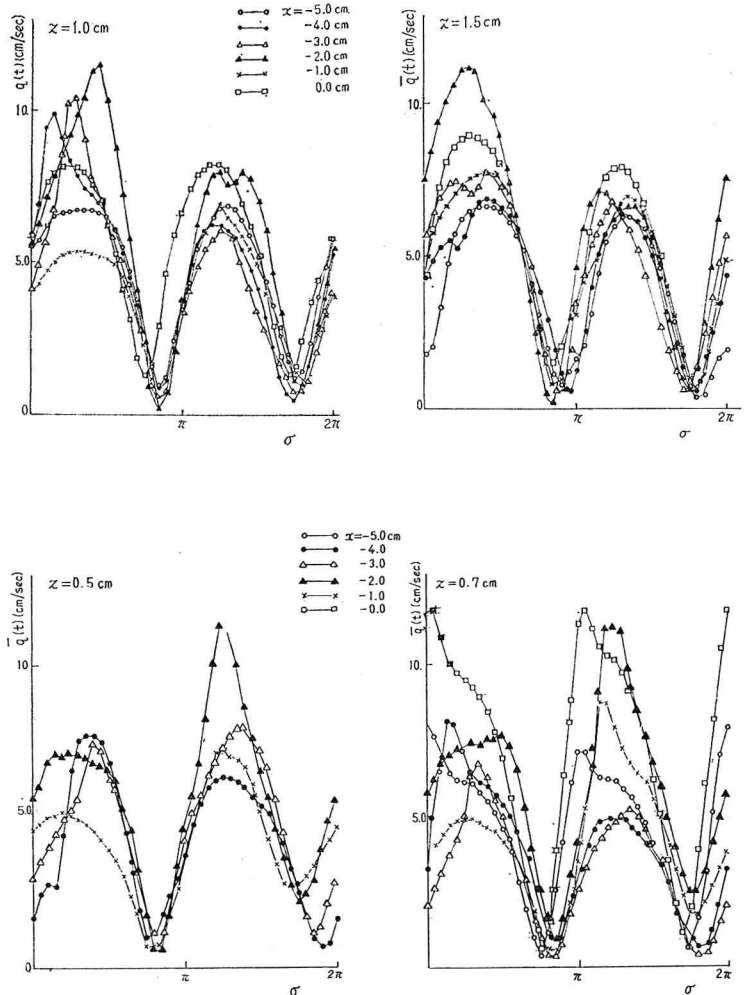


図-5 (c), (d) 平均流速 $\bar{q}(\sigma)$ 位相 σ による変化

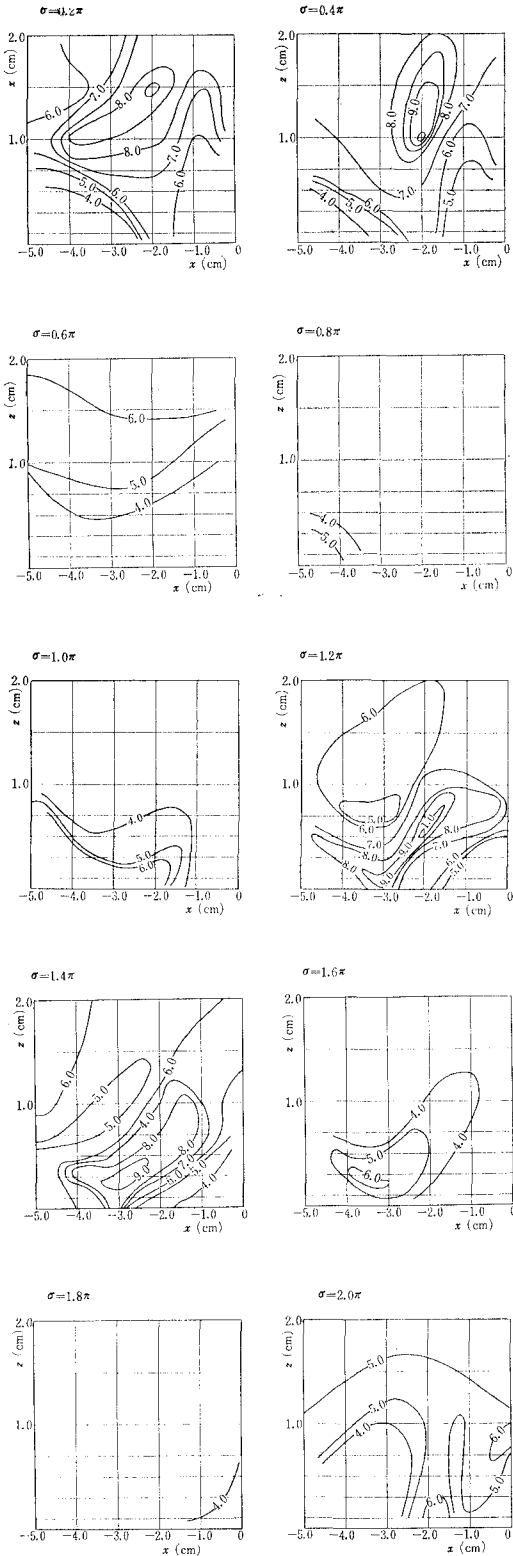


図-6 平均流速分布 $q(\sigma; x, z)$ の位相 σ による変化パターン

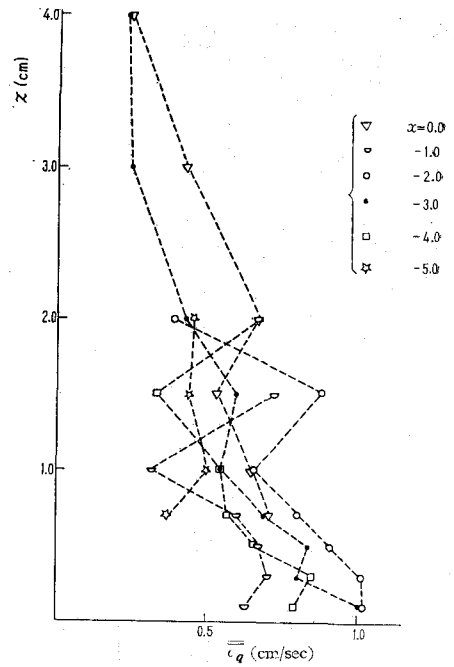


図-7 変動流速強さの位相平均値 $\bar{\delta q}$ の分布

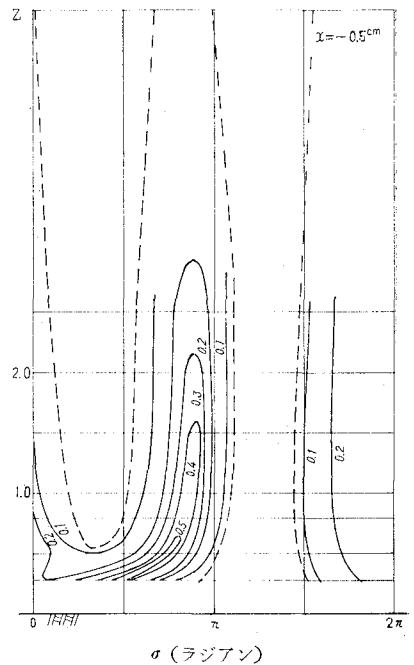


図-8 変動流速等強度分布図 ($x = -0.5 \text{ cm}$)

度のない状態では比較対称性がよく、

$$q = |q_0 \sin(\omega t + \varepsilon)| \dots\dots\dots (5)$$

で表わされるが、粗面上では図-5(a)のようにひずんだ流速分布となる。また、各位相ごとの $|q|$ を (x, z) 平面上の等値線と示したのが図-6である。この図は渦の発生、移動、消滅の状態を明らかに示している。

(3) 変動流速の強度分布

変動流速 δq_k は流速 $q_k(\sigma)$ と同位相の平均流速 $\bar{q}(\sigma)$ の差、すなわち式(2)で定義し、変動速度強度 $\delta q(\sigma)$ は式(4)で定義した。この結果を図-5(b)に示す。変動流速強さの1周期での平均値 $\overline{\delta q} = \frac{1}{T} \int_0^T \delta q(\sigma) d\sigma$ の垂直方向の分布は図-7のようであり、水平位置による差はあまりない。図-5(b)に示すような変動速度強度曲線を図-4に示す各測点について求め、これを用いて求めた等強度線図を図-8~10に示す。図-8と9は検定曲線がないので、大きさのオーダーを示す。図-8と図-10では z の小さい範囲で、その傾向が異なるかに見えるが、図-8は $x = -0.5$ cmで棒にきわめて近い位置での測定である。一方、写真-1~2を見ると棒のすぐ後で発生した渦は発達しながら上へ流されており、図-8はこの状態と一致する。

(4) 相 関

(a) 自己相関

流速データを一連の時系列としてその単純自己相関をとれば、これは図-11に示すように周期性を示す。しかし乱れの成分については当然のことながら図-12に示すようにラグ τ が大きくなると急激に相関はなくなる。

ここでは平均流が周期運動をするので単に相関を求めるだけでなく、 m 周期離れた隣りとの相関にも注目する必要がある。そこで次式で周期相関を定義する。

$$C(m, \sigma) = \overline{q_k(\sigma) \cdot q_{k+m}(\sigma)} \\ = \frac{1}{N_2} \sum_{k=1}^{N_2} q_k(\sigma) \cdot q_{k+m}(\sigma) \dots\dots\dots (7)$$

この結果を図-13~14に示す。これらの値は場所的な変化は少ない。ここで図-13(a)の $\sigma = 8\pi/5$ で平均流速の相関が落ちているのは平均流速にくらべて乱れが大きいためである。

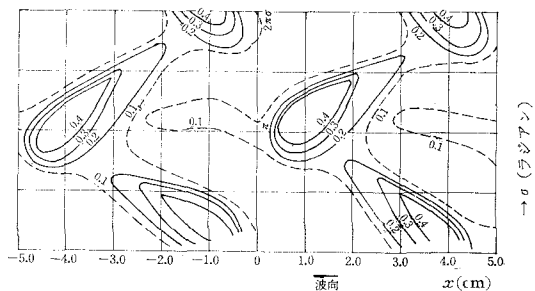


図-9 変動流速等強度分布図 ($z=0.7$ cm)

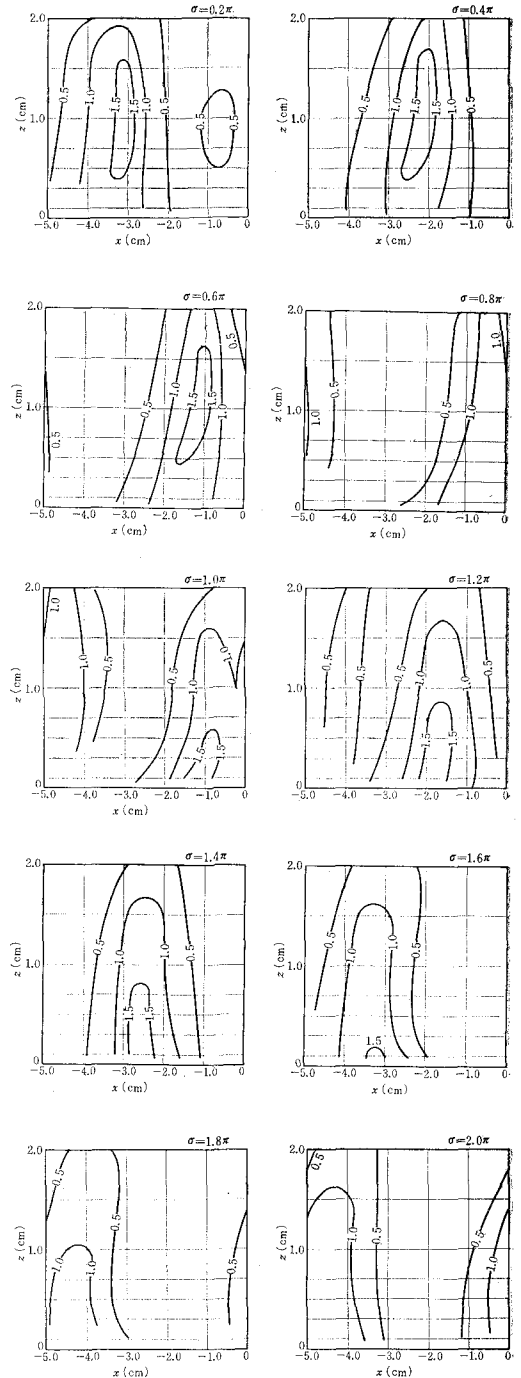


図-10 変動流速の等強度線 $\delta q(\sigma; x, z)$ (単位: cm/sec)

変動流速については図-14に示すように m が大きくなると相関はなくなるが、相関の減少の仕方は思ったよりゆるい。

(c) 二点間の相互相関

流速の異なる2点間の相互相関式は

$$C_{X,Y}(\xi, \tau) = \overline{q_k(x, \sigma) q_k(x+\xi, \sigma+\tau)}$$

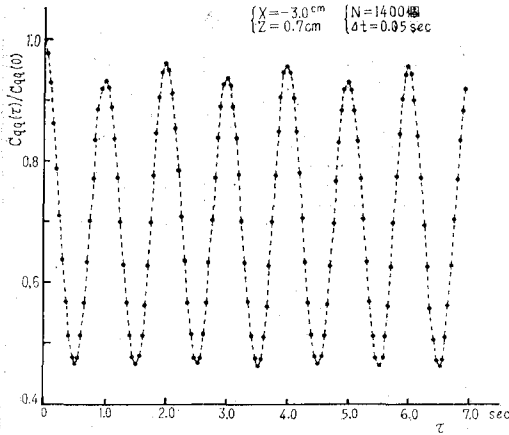


図-11 流速の自己相関

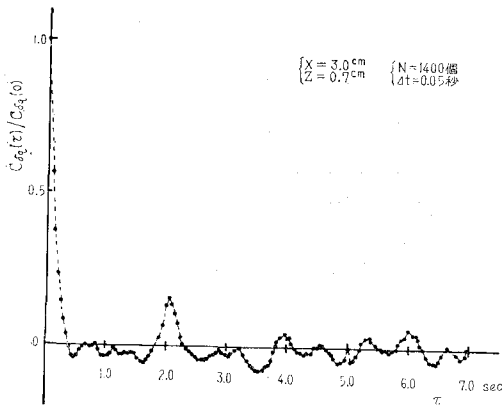


図-12 変動流速の自己相関

$$= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{1}{T} \int_0^T q_k(x, \sigma) \cdot q_k(x+\xi, \sigma+\tau) d\sigma$$

で定義される。実験結果は図-15に示すように位相あるいは時間に関する平均化の結果、細部構造の影響は相殺して自己相関と同じく周期性がある。しかしピークの遅れは存在しない。これは波動の伝播速度が $C \approx 1.8$ m/sec、波の伝播時間は $\tau = \xi/C = 0.006$ 秒となるため、ここでの計算時間間隔 $\Delta t = 0.05$ 秒にくらべるとピークの遅れは図-15には明らかにならない。

変動流速の相互相関には図-16に示すように、 $\tau = 0.15$ でピークが現われている。一方、図-10より $x = -1.0 \sim -2.0$ までは乱れが流れる時間を読み取るとこれは 0.20 秒である。この結果は 1 例ではあるが、 $\Delta t = 0.05$ 秒であることを考えて両方の結果は一致していると見せる。

(5) パワー・スペクトル

スペクトルの定義には、平均位相流速からのずれ δu_k を簡単に時系列とするか、位相自己相関 $D_{XX}(\sigma, \tau) =$

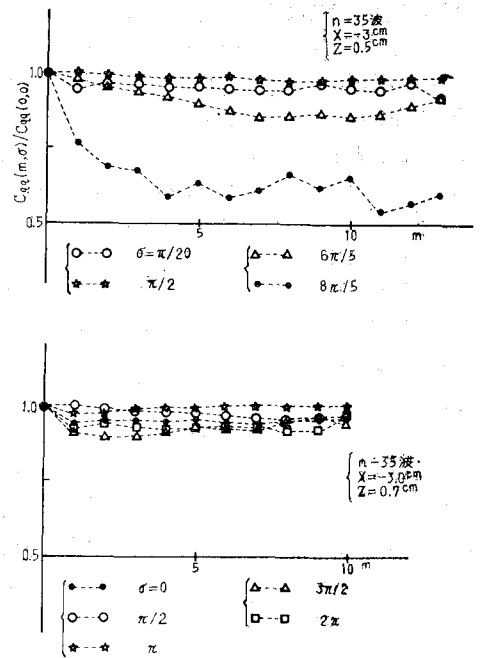


図-13 流速自己周期相関

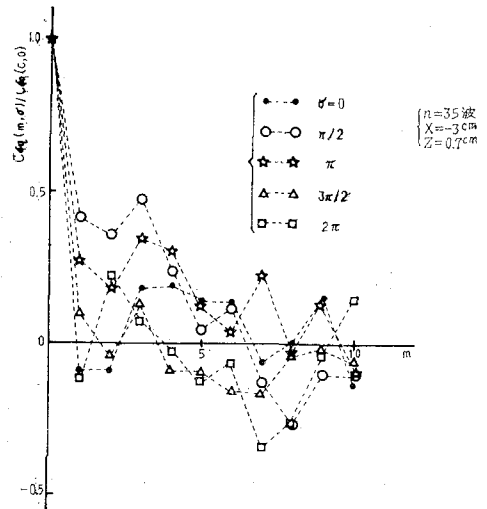


図-14 変動流速の自己位相相関

$\frac{1}{N} \sum_k q_k(x, \sigma) q_k(x, \sigma + \tau)$ (σ : 位相, τ : ラグ) をフーリエ変換する方法

$$S_{XX}(\sigma) = \int C_{XX}(\sigma, \tau) e^{i\omega\tau} d\tau$$

がある。この測定では周期 T にくらべ読み取り間隔 Δt が狭いので、前者によった。

流速のスペクトルを FFT により計算した。これは生データを直接高速フーリエ変換し、その絶対値としてスペクトルを求める方法である (FFT を利用してスペクトルと相関を計算する方法を図-17に示す)。

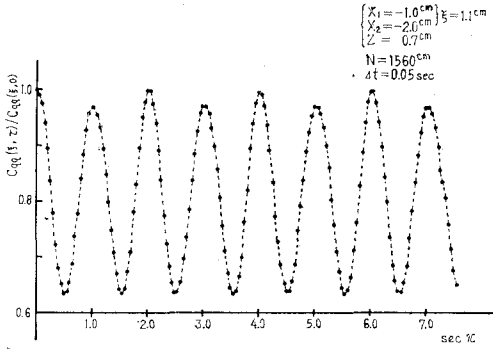


図-15 流速の相互相関

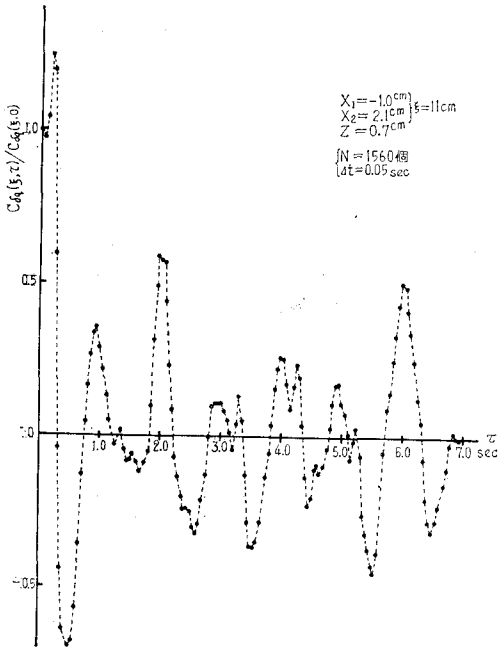


図-16 変動流速の相互相関

$$P(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} F(f) F^*(f)$$

$$(F(f) = \int_{-\infty}^{\infty} q(t) e^{-i2\pi f t} dt)$$

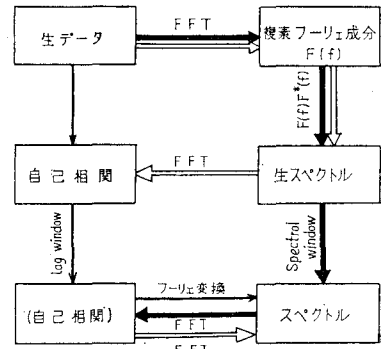
スペクトル推定誤差を除くため最後の段階で実際には数回のウィンドー操作を行なった。スペクトルには図-19に示すように0.5と1.0 Hzのところにピークが現われる。これは波の周期が2秒であり、流速は絶対値を測定しているためであり、図-11の相関の結果とも一致する。

変動速度のスペクトルは定常乱流の慣性領域における $-5/3$ 乗より急な -2 乗に近い勾配を示す。

5. 考 察

(1) 乱れ特性

(i) 粗面上の浅水表面波の乱流構造は次の3つの成



→ Tukey-Blackman 法

→ FFT の応用 A

→ FFT の応用 B

図-17 FFT によるスペクトルの計算法

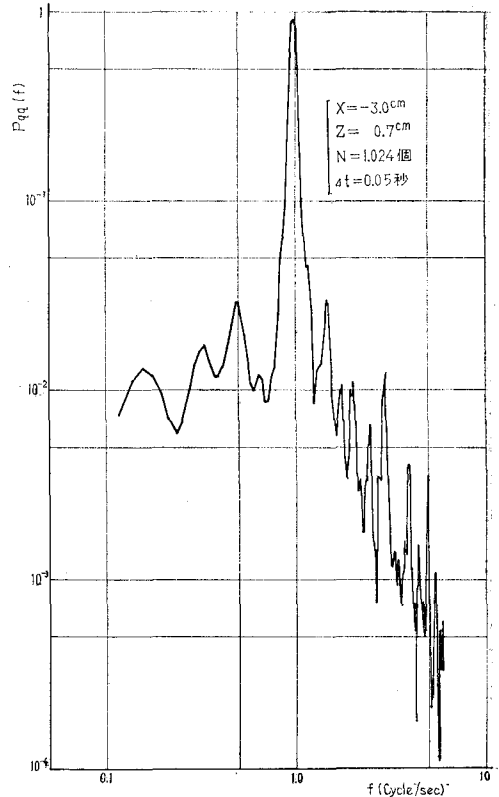


図-18 流速のスペクトル

分に分析し得る。

- (a) 波の軌道運動
- (b) 粗度要素よりの渦構造
- (c) 乱流成分

図-8~10に示すように粗度からの後流渦として発生した乱れは加速の後半から減速にかけて発達・拡散しながら上方向および下流に流される。そして流れの方向が

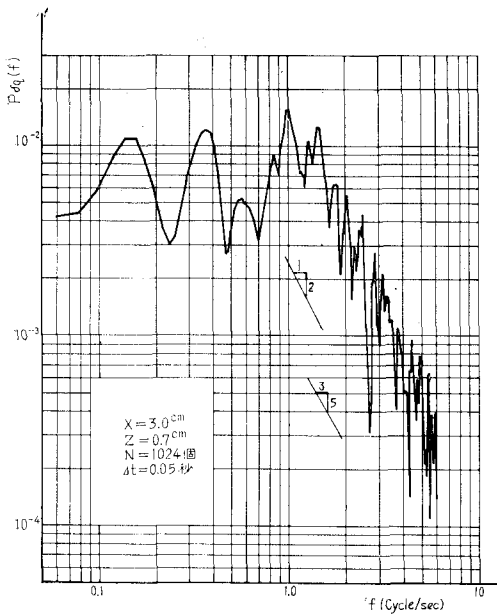


図-19 流速のパワー・スペクトル

逆になり加速状態になると急に消える。この現象はこれまでの定常流乱流では見落とされていた点であり、流れの distortion と渦糸の変化の関係とも対比される。

(ii) 流速の伝播速度は波速と等しい。これは点間の相互相関の結果からもいえる。しかし、渦および乱れはそれよりもはるかに遅く伝播する。これは図-10と16の結果からわかる。

(iii) 乱れは渦によって構成されているものと考えて渦の動きに注目してみる。渦の寿命時間 $\tau_* = L / \sqrt{u'^2}$ である。

ここに、 L : 渦径、 $\sqrt{u'^2}$: 渦のエネルギーである。いま写真より $L = 1.5$ cm, 測定結果より $\sqrt{u'^2} = 1.5$ cm/sec とすれば、 $\tau_* = 1.0$ 秒となる。これにくらべて渦ははるかに早く消える。このため渦は粘性によってすべて熱エネルギーに変わったのではなく、流れとの相互作用によって流れに変わったものと考ええる。

このように周期変動流における乱れの特徴は定常流とは著しく異なるといえる。また加速と減速がくりかえされる流れでは乱れは発達しにくい。

(2) 乱れ的作用

乱れは粘性に似た作用、いわゆる Reynolds 応力を生む。ここでは波の場合についてその物理的な意味、すなわち流体力学的なメカニズムを測定結果をもとに定性的ではあるが説明を試みる。

a) 流れと乱れの相互作用

定常流中に置かれた棒の後流には渦列が発生する。その渦は大きさと間隔を一定に保ちながら後方に流される。これとは異なり、波の底層の渦は流れの減速時に成

長しながら流されて、加速時には消滅する。これは 5. (1) で考察したように渦と流れの相互作用と考えられる。すなわち流れの加速時には流れのエネルギーが渦のエネルギーに変わり、逆に減速時の後半には渦のエネルギーの一部が流れのエネルギーに変わることを示唆している。すなわち、渦と流れのこのような相互作用により乱れが逆に流れのエネルギーに変わるものといえる。

b) 乱れによる運動量の輸送

いま棒の後流として点1 (x_1, y_1, z_1, t_1) に発生した渦が点2 (x_2, y_2, z_2, t_2) で流れとの相互作用で消滅すれば運動量は渦を仲介として点1から点2に運ばれたことになる。このようなメカニズムで空間的、時間的に運動量の輸送がおこるものと考えられる。この考えは Prandtl の混合距離の考えにほかならず図-6~10と写真-1,2はこのメカニズムを視覚的に説明している。

7. 結 論

これまでに、波の乱れを測定し、それを正確に解析した例は少ない。ここでは次の点が明らかになった。

(1) 実験室内の波のように明確な卓越周期運動をもつ流れの乱れは一波ごとに区切りそれらのアンサンブル平均をとり、各位相 (phase) における平均値よりのずれを乱れ成分と定義できる。式で示すと式 (1), (2), (4) となる。

(2) 波動運動の平均場 (渦場) とその乱れの位相と場所による変化を測定することができた。ここで用いた流速計は方向性がなく、むしろこれを逆に利用して波動運動の変動成分のエネルギーとしてとらえている。これにより、加速にともなう粗度要素からの渦の発生・伝播および流れの加速状態の後半で、棒からの後流は乱れとなり、加速から減速状態にかけては乱れは成長し輸送され、減速状態の後半から加速状態にかけて乱れは消える状態に至るという結果を得た。

(3) 乱れによる運動量・物質の輸送のメカニズムは、粗度要素より発生する渦が底面との鏡像渦との作用で上方に移動することによる。これは Prandtl の混合距離理論の視覚化にほかならない。また渦と流れの相互作用によって、流れの加速時に渦のエネルギーの一部が流れに変わり、これが波による mass transport となるとみられる。

(4) 波の乱れのスペクトルは高周波数域で $-5/3$ 乗則より急な -2 乗に近い勾配をもつ。

(5) 水中でも熱線流速計によって流速の測定ができることがわかった。この場合、波のような周期運動に対してはきわめて安定である。

謝辞: 本研究は科学技術庁の国内留学制度の一環として行なったものである。この研究を進めるにあたり東工大土木工学科水工研究室の吉川教授、河野助手、福岡助

手から有益な討議をえた。また実験とデータ整理に飯田俊雄君の助力を得た。ここに謝意を表わす。

参 考 文 献

- 1) 日野(1966):「河川の乱流現象」, 水工シリーズ, 土木学会
- 2) 栗谷・古本・島田(1969):「開水路における周期的流れによる乱流拡散」, 土木学会第24回年次学術講演会集
- 3) 玉井(1970):「不規則波自身による拡散について」, 土木学会論文報告集, No. 181.
- 4) 日野(1970):「波自身による乱流拡散への試論」, 第14回水理講演会講演集
- 5) 本間・堀川・鹿島(1964):「波による浮遊砂に関する研究」, 第11回海岸工学講演会講演集
- 6) 梶浦(1964):“On the bottom friction in an oscillatory current”, Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. of Tokyo Vol. 46.
- 6a) 梶浦(1968):“A model of the bottom boundary layer in water waves” Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. of Tokyo, Vol. 46.
- 7) Jonsson, I.G. (1963): “Measurement in the turbulent wave boundary layer”, I.A.H.R, Congress London.
- 8) 野田(1969):「波動による乱流境界層の発達」, 第16回海岸工学講演会講演集
- 9) 堀川・渡辺(1970):「波運動に伴う乱れと底質の浮遊」, 第17回海岸工学講演会論文集
- 10) Longuet-Higgins, M.S. (1952): “Mass-transport in water waves”, Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A, Vol. 245.
- 11) 堀川・渡辺(1968):「表面波による振動流境界層に関する実験的研究」, 第15回海岸工学講演会講演集
- 12) 野田(1970):「波動境界層における質量輸送と海底の洗掘」, 第17回海岸工学講演会論文集
- 13) Kovasznay, L. S. G. (1966): “Introduction to Turbulence”, 東京大学宇宙航空研究所, 訳 斎藤・田中(「乱流理論入門」)
- 14) Collins, J.I. (1963): “Inception of turbulence at the bed under periodic gravity waves”, J. of Geophysical Research, Vol. 68, No. 21.
- 15) 日野・大西(1970):「浅水波の粗面上の乱流構造—非定常乱れの測定と解析方法について—」, 東工大土木工学科研究報告. No. 9.