

風波の反射によって起こるスペクトル 構造の規則的变化について

石 田 昭*・伊 藤 親 直**

1. 緒 言

不規則波の反射現象は現象的に興味深いものであると同時に工学的にも重要であることはもちろんである。しかしながら理論的扱いが複雑であることや実験結果の解析に時間と労力を要することなどが障害となってこれまであまり研究されていないようである。そこで著者らは地震波の反射率測定法に関する Bogert¹⁾ らの研究を参考にして直立壁前方での風波のスペクトル構造の変化について研究を行なった。また規則波が直立壁で反射する場合には直立壁前方に腹と節が生じて波高が $L/4$ 間隔で変動することを知っているが、これと対応して風波の全エネルギーの場地的変動と卓越波の腹と節の関係についても研究を行なった。従来の研究では周波数帯域の狭いねりの反射率を現地観測の記録をもとに解析した Munk²⁾ らの研究、風波の反射率を2台および3台の波高計を使って測定する方法を提案した鹿島³⁾ の研究、および合成波を実験的に起こして記録をとりそれぞれの成分波の反射率をフーリエ係数の比から求めた岩垣⁴⁾ らの研究など数編にすぎないようである。

2. スペクトル変化の理論

入射波形 $h_i(t)$ を振幅 $A(f)$ 、周波数 f および初期位相 θ によって次のように表示する。

$$h_i(t) = \int_0^\infty A(f) \exp i(2\pi ft + \theta) df \dots\dots\dots (1)$$

反射波形 $h_r(t)$ は反射率を $\alpha(f)$ とし、入射波が直立壁まで到達して戻ってくるまでの時間を $T(f)$ とすれば次のように表示できる。

$$h_r(t) = \int_0^\infty \alpha(f) A(f) \exp i \times \{2\pi f(t - T(f)) + \theta\} df \dots\dots\dots (2)$$

完全な線形重ね合わせであると仮定すれば直立壁前方での波形 $h_z(t)$ は

$$h_z(t) = h_i(t) + h_r(t) \dots\dots\dots (3)$$

となる。 $h_z(t)$ の自己相関をとると次式が得られる。

$$\begin{aligned} \rho(\tau) &= \overline{\{h_i(t) + h_r(t)\} \{h_i^*(t+\tau) + h_r^*(t+\tau)\}} \\ &= \int_0^\infty A^2(f) \exp i(-2\pi f\tau) df \\ &\quad + \int_0^\infty \alpha(f) A^2(f) \exp i\{-2\pi f(\tau - T(f))\} df \\ &\quad + \int_0^\infty \alpha(f) A^2(f) \exp i\{-2\pi f(\tau + T(f))\} df \\ &\quad + \int_0^\infty \alpha^2(f) A^2(f) \exp i(-2\pi f\tau) df \dots\dots (4) \end{aligned}$$

* 印は共役複素数を、—は時間平均を意味している。
 $\rho(\tau)$ をフーリエ変換すれば $h_z(t)$ のパワースペクトル $E_z(f)$ が次のように得られる。

$$\begin{aligned} E_z(f) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \rho(\tau) \exp i(2\pi f\tau) d\tau \\ &= A^2(f) + \alpha(f) A^2(f) \exp i(2\pi fT(f)) \\ &\quad + \alpha(f) A^2(f) \exp i(-2\pi fT(f)) + \alpha^2(f) A^2(f) \\ &= A^2(f) \{1 + \alpha^2(f) + 2\alpha(f) \cos(2\pi fT(f))\} \\ &\dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

ここで $A^2(f)$ は入射波のエネルギー・スペクトルであり $E_i(f)$ と書くことにする。式 (5) の対数をとって表示すると次のようになる。

$$\begin{aligned} \log E_z(f) &= \log E_i(f) \\ &\quad + \log \{1 + \alpha^2(f) + 2\alpha(f) \cos(2\pi fT(f))\} \\ &\dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

すなわち直立壁前方での対数スペクトルは入射波のもつ対数スペクトルに

$$\log \{1 + \alpha^2(f) + 2\alpha(f) \cos(2\pi fT(f))\}$$

という規則性をもった変動を加えたものであることがわかる。ここで完全反射と考えて $\alpha(f) = 1.0$ とすると式 (5) より

$$\frac{E_z(f)}{E_i(f)} = 2 + 2 \cos 2\pi fT(f) \dots\dots\dots (7)$$

となる。深水波の場合には波速 C が次式で与えられるから

$$C = \frac{g}{2\pi f} \dots\dots\dots (8)$$

直立壁まで進んでさらに戻ってくるまでの時間 $T(f)$ は、測定点から直立壁までの距離を d として、

* 正会員 名古屋工業大学講師 土木工学科

** 正会員 日本工営株式会社

$$T(f) = \frac{2d}{C} = \frac{4\pi d}{g} f \quad \dots\dots\dots (9)$$

となり、これを式(7)に代入すると

$$\frac{E_z(f)}{E_i(f)} = 2 + 2 \cos 8\pi^2 \frac{d}{g} f^2 \quad \dots\dots\dots (10)$$

となる。さらに $E_i(f)$ は $f=f_p$ で最大値 E_p をもつものとし、その波長を L_p とすれば

$$L_p = \frac{g}{2\pi} \cdot \frac{1}{f_p^2} \quad \dots\dots\dots (11)$$

であるから

$$\frac{E_z(f/f_p)}{E_i(f/f_p)} = 2 + 2 \cos 4\pi \frac{d}{L_p} \left(\frac{f}{f_p}\right)^2 \quad \dots\dots\dots (12)$$

となる。図-1 は式(12)を示したものである。 $d/L_p = 1/4, 3/4, \dots, (2n+1)/4$ となる場所は卓越波の節に相当す

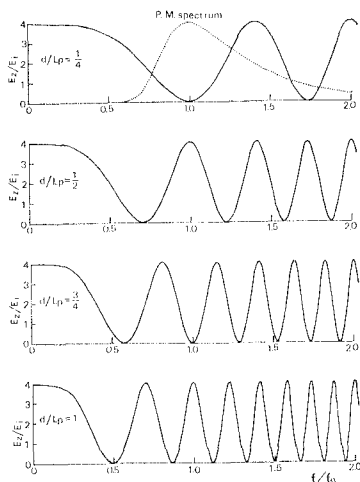


図-1 入射波スペクトルと直立壁前方でのスペクトルの比(深海波)

る場所であるがこの場所ではピークエネルギーが0となる。一方 $d/L_p = 1/2, 1, \dots, 2n/4$ などの場所は卓越波の腹に相当する場所であってこの場所ではピークエネルギーが $4E_p$ となる。反射波のあるときのスペクトルに現われるこのような変動を Bogert らは ripple と名付けている。ripple の振動数は一定でなく直立壁から遠くなるほど高くなるのがわかる。また地震波などと違って水の波のような速度分散性のある波では ripple の振動数はスペクトルの高周波側になるほど高くなって現われる。上方の点線は次に述べる Pierson-Moskowitz スペクトル⁷⁾を示している。

さて風波のようにスペクトル構造に尖ったピークがあるものでは卓越波の腹に相当する場所での全エネルギーは節に相当する場所での全エネルギーより大きくなることが考えられるので全エネルギーの場所的変動を調べてみる。風波スペクトル $E_i(f)$ を図-1 の上方に示したような Pierson-Moskowitz 型と仮定する。

$$E_i(f) = k_1 f^{-5} \exp(-k_2 f^{-4}) \quad \dots\dots\dots (13)$$

$f=f_p$ で $E_i=E_p$ という条件から式(13)は次のように書き直すことができる。

$$E_i(f) = E_p (f/f_p)^5 \exp \frac{5}{4} \{1 - (f/f_p)^4\} \quad \dots\dots\dots (14)$$

$E_i(f)$ の全エネルギー S_i は

$$S_i = \int_0^\infty E_i(f) df = \frac{1}{5} E_p \cdot f_p \exp \frac{5}{4} \quad \dots\dots\dots (15)$$

となる。 $E_z(f)$ の全エネルギー S_z は式(12)より次のようになる。

$$\begin{aligned} S_z &= 2 \int_0^\infty E_i(f) \left\{ 1 + \cos 4\pi \frac{d}{L_p} (f/f_p)^2 \right\} df \\ &= 2 S_i + 2 \exp \frac{5}{4} \int_0^\infty E_p (f/f_p)^5 \exp \{ - (f/f_p)^4 \} \\ &\quad \times \cos 4\pi \frac{d}{L_p} (f/f_p)^2 df \quad \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

式(15)を考慮すれば

$$\begin{aligned} S_z/S_i &= 2 + 10 \int_0^\infty (f/f_p)^5 \exp \{ - (f/f_p)^4 \} \\ &\quad \times \cos 4\pi \frac{d}{L_p} (f/f_p)^2 df \quad \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

となる。式(17)は初等関数で表示できないので数値積分によって求めることにする。 $E_i(f)$ は $f/f_p = 0.62$ および 3.0 で E_p の $1/100$ になってしまうので積分範囲を $f = 0.6 f_p, 3.2 f_p$ とした。図-2 は S_z/S_i の値を

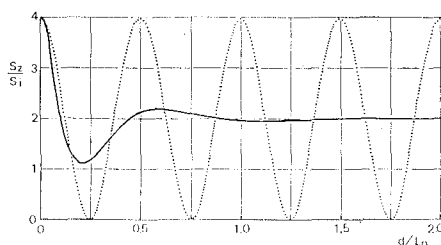


図-2 入射波の全エネルギーと直立壁前方での全エネルギーの比 (Pierson-Moskowitz スペクトルの場合)

縦軸にとり横軸に d/L_p をとったものである。点線は規則波が完全反射した場合の全エネルギー比すなわち

$$S_z/S_i = 4 \cos^2 2\pi \frac{d}{L_p} \quad \dots\dots\dots (18)$$

を示したものである。不規則波の場合にも垂直壁の近くでは卓越波の節および腹付近で全エネルギーが変動するが極値が現われる位置は若干ずれている。そして垂直壁をかなり離れたところでは全エネルギー比が 2.0 に近づいて行くことがわかる。これは図-1 をみるとわかるように d/L_p が大きくなると間隔が非常に狭い ripple がスペクトル上に現われて相殺作用によって一定値に近づくのである。したがって全エネルギー比 S_z/S_i が顕著な変動を示す垂直壁前方の範囲はスペクトル構造が尖っていれば長く、緩やかであれば短い。変動の振幅もスペクトル構造が尖っていれば大きく、緩やかであれば小さ

い。そして規則波のような線スペクトルでは0と4の間の変動が無限に続くことがわかる。

3. 実験方法

図-3 は実験水槽の概略を示したものである。風上端

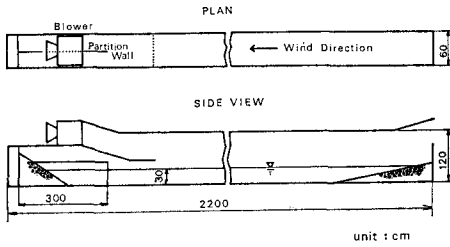


図-3 風洞水槽の概略図

には粒径 2~3 cm の砕石を 10 割勾配で設置し、反射してくる波を消すようにした。風下端は約 3 m の仕切板を設けて一方に直立壁を置き、他方には砕石を 1/6 勾配で設置しその上に厚さ 2.5 cm のスポンジ状マットを置いて消波させた。図-4 は抵抗線式波高計の設置場所

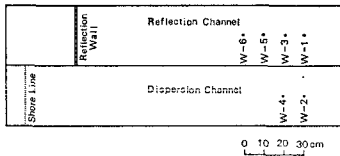


図-4 波高計設置場所

を示したものである。約 5 分間送風して定常状態になってから 10 分間の波形をとり、0.1 sec ごとに Sampling して 6000 個のデジタル量で一つの波形記録とした。スペクトル計算は Tukey の方法を用い lag=100 および 200 で計算した。

5. 解析結果

図-5 は自己相関を示している。入射波の自己相関は

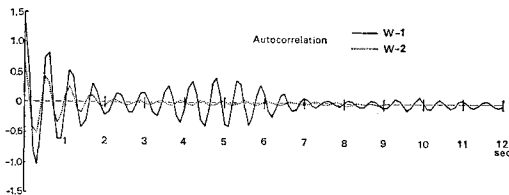


図-5 入射波および直立壁前方での波の自己相関

単純な減衰振動に似ているが、直立壁前方での自己相関は $\tau=5$ sec, 10 sec のところにも第 2, 第 3 のピークがみられる。第 2 のピークは式 (4) の第 2 項が現われているものである。

第 3 のピークが現われる原因ははっきりしない。図-6 は入射波のスペクトル $E_i(f)$ と直立壁前方でのスペクトル $E_z(f)$ を示したもので、W-1, 3, 5, 6 などが $E_z(f)$ に相当し、W-2, 4 が $E_i(f)$ に相当している。 E_z

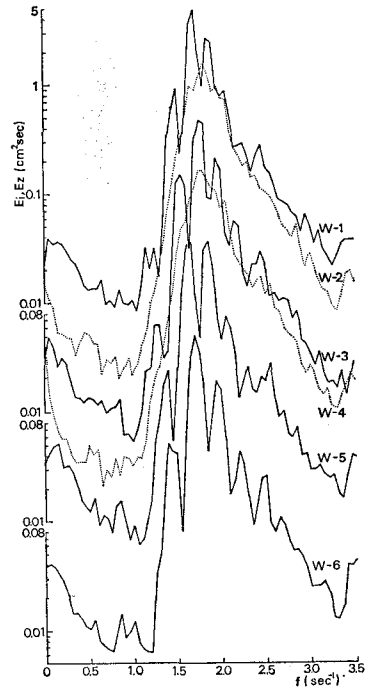


図-6 入射波スペクトルおよび直立壁前方でのスペクトル

(f) にはピーク 周波数付近で明らかに 規則的な ripple が現われているのがわかる。低周波数側および高周波数側の分解能が悪い部分では 規則的な ripple とはいえない。図-7 は W-1 と W-2 および W-3 と W-4 のスペクトルから E_z/E_i を計算して示したもので、点線は

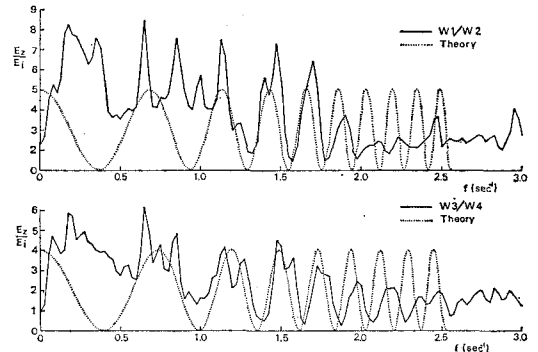


図-7 入射波スペクトルと直立壁前方でのスペクトルの比 (実験結果および浅海波理論)

水深 30 cm の実験条件を入れて 浅海域の 微小振幅波理論から計算した ripple を示している。やはり分解能が悪い部分ではバラツキがはげしいが $f_p=1.8$ cps を中心にエネルギーが大きい部分では規則性のある ripple が現われている。

ここで ripple の谷が現われる f の値を f_t とすれば式 (7) より

$$\begin{aligned} \cos 2\pi f_t T(f_t) &= -1 \\ 2\pi f_t T(f_t) &= \pi + 2n\pi \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

が成立する。これより波速 $C(f_i)$ を求めると

$$C(f_i) = \frac{4d}{1+2n} \cdot f_i \quad (n=0, 1, 2, \dots) \dots (20)$$

となる。図-7 をみると ripple の谷が現われる f_i の値が理論より若干大きくなっているが、この値を式(20)に入れて $C(f_i)$ を求めると図-8 のようになり波速は微小振幅波理論よりわずかに大きくなっていることがわ

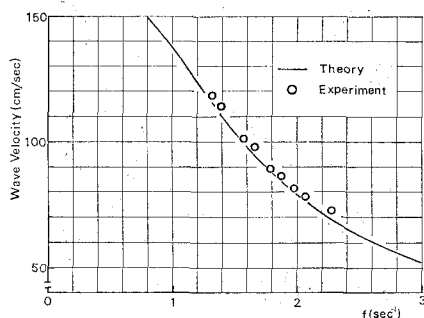


図-8 ripple の谷が現われる位置より決めた波速と理論波速

かる。入射波もこのような波速をもっているのか、あるいは反射によって波速が変わったのかははっきりしない。

しかし入射波もこのような波速をもっているとすれば消波水槽での $h_i(t)$ と反射水槽での $h_r(t)$ は同じであり波形記録そのものを引き算して反射波形が得られるはずである。文献

5) によればこのようにして求めた $h_r(t)$ の全エネルギーが $h_i(t)$ の全エネルギーより大きな値となっている。このことから考えて反射波との干渉によって波速が変化するから両水槽での $h_i(t)$ はスペクトル構造は同じであっても波形記録は同じでなく、したがって波形記録の引き算ができないということも考えられる。また ripple の振幅は高周波側になるほど小さくなっており完全反射 $\alpha(f)=1.0$ とはいえない。反射率を調べるのには式 (5)

を変形して

$$\alpha^2(f) + 2\alpha(f)\cos 2\pi fT(f) + 1 - \frac{E_z(f)}{E_i(f)} = 0 \dots (21)$$

として $\alpha(f)$ の二次式を解かねばならない。しかしながら $T(f)$ を図-8 のような実験値をもとに計算して代入してみても二次式の答はバラツキがはげしすぎて満足できる結果は得られなかった。あるいは実験で求めた $E_i(f)$ の中にも若干の反射波による ripple があって E_z/E_i の値をばらつかせているのかも知れない。

図-9 は入射波のスペクトル $E_i(f)$ を両対数紙で示したものである。このスペクトルは Pierson-Moskowitz のスペクトルよりもかなり尖った構造をしている。そのために全エネルギーの場所的変動については式 (17) になることは期待できない。したがって図-9 のスペクトル $E_i(f)$ を次のように近似した。

$$E_i(f) = E_p(f/f_p)^{11} \quad f \leq f_p \dots (22)$$

$$E_i(f) = E_p(f/f_p)^{-8} \quad f > f_p \dots (23)$$

入射波の全エネルギー S_i は次のようになる。

$$S_i = \int_0^\infty E_i(f) df = \int_0^{f_p} E_p(f/f_p)^{11} df + \int_{f_p}^\infty E_p(f/f_p)^{-8} df = \frac{19}{84} f_p \cdot E_p \dots (24)$$

S_z については

$$S_z = \int_0^\infty 2E_i(f) \left\{ 1 + \cos 4\pi \frac{d}{L_p} (f/f_p)^2 \right\} df = 2S_i + 2E_p \left\{ \int_0^{f_p} (f/f_p)^{11} \cos 4\pi \frac{d}{L_p} (f/f_p)^2 df + \int_{f_p}^\infty (f/f_p)^{-8} \cos 4\pi \frac{d}{L_p} (f/f_p)^2 df \right\} \dots (25)$$

となる。ここで $a = 4\pi \frac{d}{L_p}$ とおけば

$$S_z = 2S_i + 2E_p \cdot f_p \left\{ \frac{1}{2a^8} \int_0^a x^2 \cos x dx + \frac{1}{2} a^{7/2} \int_a^\infty x^{-9/2} \cos x dx \right\} = 2S_i + 2E_p \cdot f_p \left\{ \frac{1}{2a^8} (5a^4 - 60a^2 + 120) \cos a + \frac{1}{2a^6} (a^5 - 20a^3 + 120a) \sin a - \frac{60}{a^6} + \frac{1}{7} \cos a - \frac{2a}{35} \sin a - \frac{4}{105} a^2 \cos a + \frac{8}{105} a^3 \sin a + \frac{8}{105} a^{7/2} \sqrt{2\pi} \left(\frac{1}{2} - C(a) \right) \right\} \dots (26)$$

となる。 $C(a)$ は Fresnel の余弦関数である。

したがって

$$S_z/S_i = 2 + \frac{84}{19} \left\{ \left(\frac{5}{a^2} - \frac{60}{a^4} + \frac{120}{a^6} + \frac{2}{7} - \frac{8a^2}{105} \right) \cos a + \left(\frac{1}{a} - \frac{20}{a^2} + \frac{120}{a^5} - \frac{4}{35}a + \frac{16}{105}a^3 \right) \sin a - \frac{120}{a^6} + \frac{16}{105}a^{7/2} \sqrt{2\pi} \left(\frac{1}{2} - C(a) \right) \right\} \dots (27)$$

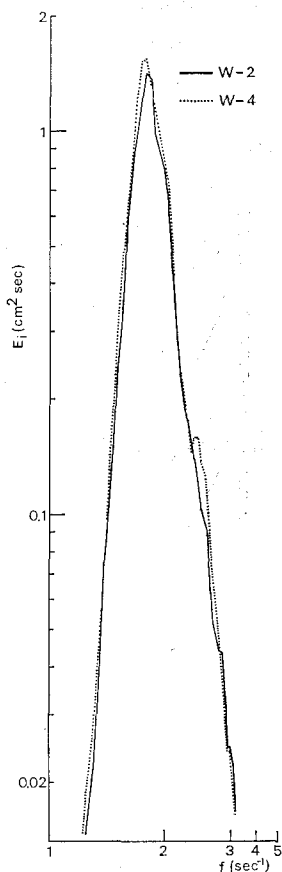
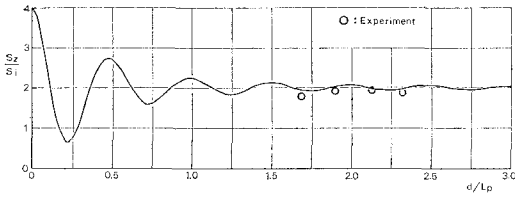


図-9 入射波スペクトルの両対数表示



図—10 スペクトル構造が尖っている場合
の全エネルギー比

となる。図—10 は式 (27) を示したものである。2 節の変形理論で述べたようにスペクトル構造が尖っている場合には全エネルギー比が変動する範囲が長く、かつ変動の振幅も大きくなっている。極値が現われる位置はこの場合も卓越波の節および腹の位置より若干ずれている。これはスペクトル構造が高周波側と低周波側で非対称であること、および ripple の振動数が一定でないことなどのためである。実験値が理論曲線より下にプロットされているのは図—7 から明らかなように高周波側で反射率がより小さいためである。なお、反射壁を緩くすれば f_b 付近での α が 1.0 より小さくなるから 図—10 の変動の振幅は小さくなるが変動の傾向は同じようになるであろう。

5. 結 論

1) 風波のような不規則波が反射する場合には反射壁前方でのスペクトル構造に規則性をもった変動すなわち ripple が現われる。ripple の振幅は反射率の 2 倍であり、その振動数は一定でない。反射壁から離れるほど、また高周波側になるほど振動数が高くなる。

2) 反射壁の近くでは全エネルギーがほぼ卓越波の腹と節の近くで変動するが、極値の現われる位置はスペクトル構造によって若干腹および節の位置からずれる。反射壁から離れると全エネルギー比は 2.0 に近づいて行く。このような全エネルギーの変動はスペクトル構造が尖っていれば規模が大きく、かつ変動する範囲も広くなる。最後に本研究を進めるにあたり終始ご指導、ご激励を賜った名古屋工業大学 細井正延教授ならびに京都大学工学部 岩垣雄一教授に深く感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) Bogert, B.P., M.J.R. Healy, and J.W. Tukey : The Quefrency Alanysis of Time Series for Echos : Cepstrum, Pseudo-Autocovariance, Cross-Cepstrum and Saphe Cracking, Time Series Analysis, 1963, pp. 209-243.
- 2) Munk, W.H., G.R. Miller, F.E. Snodgrass, and N.F. Barber : Directional Recording of Swell from Distant Storms, Phil. Trans. Roy. Soc. A, Vol. 255, 1963, pp. 505-584.
- 3) 鹿島達一 : 不規則な波の入射および反射エネルギースペクトルの測定法について, 第 15 回海岸工学講演会講演集 昭 43.12. pp. 91-96.
- 4) 岩垣雄一・木村 晃・千田哲雄 : 鉛直壁による不規則波の反射に関する研究, 土木学会関西支部年次学術講演会講演概要, 昭 46.5.9, II 24.
- 5) 石田 昭 : 不規則波の反射に関する基礎的研究, 名古屋工業大学学報 Vol. 22, 昭 46.3. pp. 279-288.
- 6) 石田 昭・伊藤親直 : 風波スペクトルに及ぼす反射の影響に関する実験的研究, 土木学会中部支部研究 発表会講演概要集, 昭 46.2.13, pp. 119-120.
- 7) 光易 恒 : 風波のスペクトルの発達 (2) 一有限な吹送距離における風波のスペクトルの形について, 第 17 回海岸工学講演会論文集, 昭 45.11, pp. 1-7.