

計算による波のスペクトルの浅海における変形

湯 麟 武*・欧 善 恵**

1. は し が き

在来の浅海における波の推算法は、まず気象資料により深海波の有義波高および有義波周期を求め、微小振幅波として仮定し、その浅海におけるいろいろの変化を計算して波の性質を推定する。この方法はきわめて問題点があり、よく検討すべきである。

現地における波は、ほとんど不規則波であり、周波数、振幅、位相、方向のおおの異なるコンポーネント波の合成と考えられ、スペクトルで表示される。深海の波が浅海へ向って進行するとともにのおおのコンポーネント波は地形変化によって変形し振幅と方向が変化する。非線型効果を考えない限り、変形されたコンポーネント波を合成して浅海における波のスペクトルを求めることができる。筆者らはその計算法を考察し浅海波スペクトルの二、三の性質を提出する。

2. 基本的な仮定

(1) 深海波は成熟していると考え、しかも長期間存在する。したがってある時期を過ぎると、すべてのコンポーネント波は浅海まで伝播するので、速度分散 (Velocity dispersion) を考えなくてもよい。

(2) 海底等深線が直線で平行にならんでいて、しかも勾配が一様である。

(3) 深海波の風域幅が相当広いので浅海における計算点が風域の中央にあり、スペクトルの方向分散 (Angular spreading) を考えなくてもよい。

(4) 計算においては、線型境界条件が適用できると考え、重合の原則を応用することができる。

(5) スペクトルのコンポーネント波は各自微小振幅波として、浅海では次のエネルギー保存方程式によって変形を計算する。

$$[EGb]_1 - [EGb]_2 = -\bar{P}_g + \bar{P}_r + \bar{P}_d$$

E : 単位海面における波のエネルギー

$$1/8 \rho g H^2$$

G : 波の群速度

b : 波向線間の幅

$\bar{P}_g$: 単位時間内に 1, 2 両断面の間に伝播するエ

ネルギー

$\bar{P}_r$: 単位時間内に反射によって反対方向へ伝播するエネルギー

$\bar{P}_d$: 単位時間内に 1, 2 両断面の間に消耗したエネルギー

(6) $\bar{P}_g \rightarrow 0$ として、海底勾配が小さい場合のみを考えるから $\bar{P}_r \rightarrow 0$, したがって上式は

$$[EGb]_1 - [EGb]_2 = -\frac{\partial(EGb)}{\partial x} = \bar{P}_d b \dots (1)$$

になる。

(7) 浸透によるエネルギー損失は考えないことにし、 $\bar{P}_d$ は内部摩擦と底面摩擦だけによるものとする。

(8) 座標系は図-1 のように規定する。

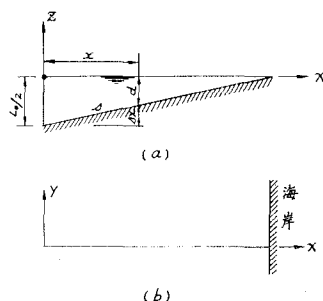


図-1 座 標 系

3. 波向が海岸等深線と直角方向にあるときの一次元スペクトルの変形

波の方向は海岸等深線と直交し、しかも周波数スペクトルだけ考えるから、屈折が生じなく、 $b = \text{const.}$ となるので式 (1) は次のようになる。

$$\frac{\partial(EG)}{\partial x} = G \frac{\partial E}{\partial x} + E \frac{\partial G}{\partial x} = -\bar{P}_d \dots (2)$$

$\bar{P}_d$ は内部摩擦と底面摩擦で Hough (1896) の解を使って

$$\begin{aligned} \bar{P}_d &= \frac{k}{2\pi} \int_{-d}^0 \int_0^L \mu \left[\left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. - 4 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] dx dz \\ &= \frac{\pi^2 \mu \beta H^2}{2T^2 (\sinh kd)^2} \left[1 + \frac{2k}{\beta} \sinh 2kd + \dots \right] \end{aligned} \dots (3)$$

*正会員 工博 中華民国国立成功大学教授

**工修 同上 大学院学生 (博士課程)

$$G = nc = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{4\pi d/L}{\sinh \frac{4\pi d}{L}} \right] \times \frac{gT}{2\pi} \tanh \frac{2\pi h}{L} \quad (4)$$

$$E = \frac{1}{8} \rho g H^2 \quad (5)$$

$k = 2\pi/L$: 波数, $d = (L_0/2) - sx$: 水深

L, L_0 : 水深 d および深海における波長

μ : 粘性係数, $u, w: x, z$ 方向の流速

$\beta = [\sigma/2\nu]^{1/2}$, H : 波高, T : 周期, ρ : 水密度

g : 重力加速度, s : 海底勾配,

$\sigma = 2\pi/T$: 角周波数 ν : 動粘性係数

式(3), (4), (5)を(2)に代入すれば,

$$\frac{dH}{H} = Jd\xi \quad (6)$$

$$\xi = \frac{d}{L} \quad (7)$$

$$J = -\frac{\pi(\sinh 4\pi\xi - 2\pi\xi \cosh 4\pi\xi + 2\pi\xi)}{(\cosh 2\pi\xi)^2[(\sinh 2\pi\xi)^2 + 2\pi\xi \tanh 2\pi\xi]} + \frac{\sqrt{2}\pi\nu^{1/2}\sigma^{3/2}}{sg(\sinh 2\pi\xi)^2} + \frac{8\pi\nu\sigma^3}{sg^2(\cosh 2\pi\xi)^2} \quad (8)$$

$$\frac{H}{H_0} = \exp\left\{\int_{0.5}^{\xi} Jd\xi\right\} \quad (9)$$

H_0 : 深海における波高

エネルギー・スペクトルは波高の自乗に正比例するからすなわち $S(\sigma)d\sigma \sim H^2$, ゆえに同じ周波数のコンポーネント波, 浅海中のスペクトル密度 $S(\sigma)$ と深海におけるスペクトル密度との比は次のごとくである。

$$\frac{S(\sigma)}{S_0(\sigma)} = \exp\left\{2\int_{0.5}^{\xi} Jd\xi\right\} \quad (10)$$

風速 U が長期間海面に吹く場合その波が浅海に伝播した時のスペクトル密度関数は Pierson-Moskowitz (1964) の式を使うと次のようになる。

$$S(\sigma) = 0.0081 g^2 \sigma^{-5} \exp\left[-0.74\left(\frac{g}{U\sigma}\right)^4\right] \times \exp\left\{2\int_{0.5}^{\xi} Jd\xi\right\} \quad (11)$$

$U=30$ Knots, 主要周波数 (Optimum frequency) に対して $d/L=0.2$ の場合を数値積分で計算した結果は図-2のごとくである, 図中の点線は土屋, 井上 (1961) の勾配一様な海底摩擦による波高減衰の式

$$\ln\left(\frac{H}{H_0}\right) = -4\pi^2 \sqrt{\pi} \left(\frac{\nu}{g^2 T^3}\right)^{1/2} \times \int_{\xi}^{\xi_0} \frac{\tanh 2\pi\xi + 2\pi\xi (\operatorname{sech} 2\pi\xi)^2}{(1+4\pi\xi \operatorname{csch} 4\pi\xi) \tanh 2\pi\xi \sinh 2\pi\xi} d\xi - \frac{\ln\{(1+4\pi\xi \operatorname{csch} 4\pi\xi) \tanh 2\pi\xi\}}{2(1+4\pi\xi_0 \operatorname{csch} 4\pi\xi_0) \tanh 2\pi\xi_0} \quad (12)$$

$$\xi_0 = 1/2$$

を使って計算したのである。

代表波高 $H_{1/3}, H_{1/10}$ などは $\sqrt{\int_0^\infty S(\sigma) d\sigma}$ と比例するから式(11)を使っていろいろな代表波高の浅海に

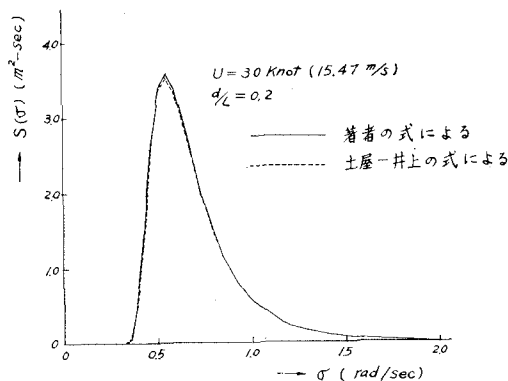


図-2 計算した浅海スペクトル (波向は海岸に直角) おける変化を計算することができる。図-3 はその計算例である。

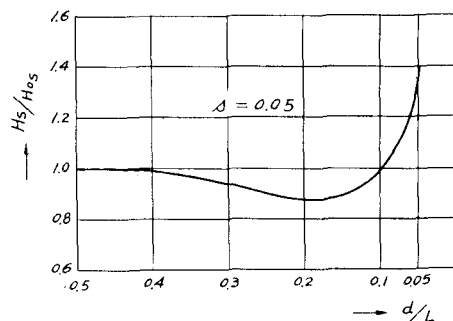


図-3 代表波高の比 (波向は海岸に直角)

4. 屈折を考えた一次元スペクトルの変形

波の入射角 θ_0 が 0 でないとき, コンポーネント波はおのの自分の波速をもっているから浅海では異なった波向で進行する。2. 基本的な仮定で述べた通り, 深海波の風域の幅は十分長く, 計算点は風域の幅の中ほどに位するからすべての屈折したコンポーネント波が伝播してくる。

波の変形を計算する方程式は式(1)より

$$b \frac{\partial(EG)}{\partial x} + EG \frac{\partial b}{\partial x} = -\bar{P}_d b \quad (13)$$

Snell の定理により

$$b = \frac{b_0}{\cos \theta_0} \sqrt{1 - (\tanh 2\pi\xi \sin \theta_0)^2} \quad (14)$$

b : 深海における波向線の間隔

$\xi = d/L$, θ_0 : 深海における入射角

式(4), (5), (11)を式(13)に代入すれば,

$$\frac{\partial(EG)}{\partial \xi} + (EG)f(\xi, \theta_0, \sigma) = 0 \quad (15)$$

$$f(\xi, \theta_0, \sigma) = \frac{2\pi \tanh 2\pi\xi (\sin \theta_0 \operatorname{sech} 2\pi\xi)^2}{(\sin \theta_0 \tanh 2\pi\xi)^2 - 1} - \frac{4\sqrt{2}\pi\nu^{1/2}\sigma^{3/2}}{sg} \times \left[1 + \frac{4\sqrt{2}\pi\nu^{1/2}\sigma^{3/2}}{g} (\cosh 2\pi\xi)^2 \right] \quad (16)$$

式(15)を積分すれば

$$\frac{EG}{(EG)_0} = \exp \left\{ - \int_{0.5}^{\xi} f(\xi, \theta_0, \sigma) d\xi \right\}$$

すなわち

$$\frac{H}{H_0} = \frac{S(\sigma)}{S_0(\sigma)} = K_s^2 \exp \left\{ - \int_{0.5}^{\xi} f(\xi, \theta_0, \sigma) d\xi \right\} \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$K_s^2 = G_0/G = C_0/2nc$$

これを Pierson-Moskowitz のスペクトルに代入すれば、浅海におけるスペクトルは次のようになる。

$$S(\sigma) = 0.0081 g^2 \sigma^{-5} \exp \left[-0.74 \left(\frac{g}{U\sigma} \right)^4 \right] \times \exp \left\{ - \int_{0.5}^{\xi} f(\xi, \theta_0, \sigma) d\xi \right\} \quad \dots\dots\dots (18)$$

$S=0.05$, $\theta_0=\pi/6$, 代表波高の比 $H_s/H_{s0}=\sqrt{E'/E_0'}$, $E'=\int_0^\infty S(\sigma)d\sigma$, $E_0'=\int_0^\infty S_0(\sigma)d\sigma$ を計算すれば図-4のごとくである。

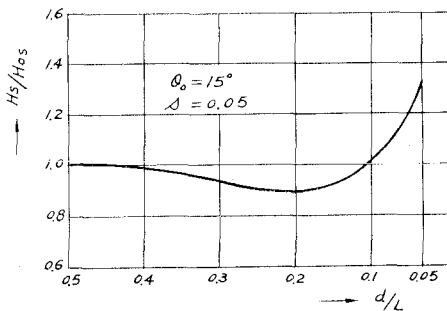


図-4 代表波高の比 (波向は海岸に傾斜)

5. 方向スペクトルを考える場合

以上は周波数だけのエネルギー・スペクトル密度について計算したが、方向スペクトルも考えれば、同様に計算ができる。深海波の二次元スペクトルを次のようにとる。

$$S_0(\sigma, \theta_0) = S_0(\sigma) \frac{2}{\pi} \cos^2 \theta_0 \quad \dots\dots\dots (19)$$

θ_0 はコンポーネント波の波向と主波向との角, $S_0(\sigma)$ は引き続き Pierson-Moskowitz のスペクトルを使う。

図-5のごとく、主波向の入射角を ψ_0 とし、コンポーネント波の波向と海岸法線との角を θ_j とする。深海において、角周波数 σ_i , 波向 θ_j のコンポーネント波の

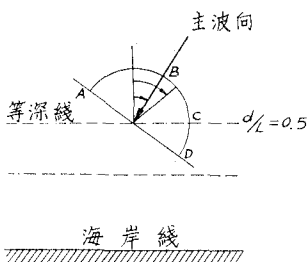


図-5 方向スペクトルをえつ波が入射する時の定義図

浅海におけるスペクトル密度 $S(\sigma_i, \theta_j')$ は式(17)より次式で示される。

$$S(\sigma_i, \theta_j') = S_0(\sigma_i, \theta_j) K_s^2 \times \exp \left\{ - \int_{0.5}^{\xi} f(\xi, \theta_j, \sigma_i) d\xi \right\} \quad \dots\dots\dots (20)$$

θ_j' : 深海で入射角が θ_j であったコンポーネント波が屈折して $\xi=d/L$ のところへきたときの入射角。

このコンポーネント波の浅海と深海における振幅の比は次のようである。

$$\left(\frac{a}{a_0} \right)^2 = \frac{S(\sigma_i, \theta_j') d\sigma d\theta_j'}{S_0(\sigma_i, \theta_j) d\sigma d\theta_j} \quad \dots\dots\dots (21)$$

Snell の定理により

$$d\theta_j' = \frac{\tanh 2\pi\xi \cos \theta_j d\theta_j}{\sqrt{1 - (\tanh 2\pi\xi \cos \theta_j)^2}} \quad \dots\dots\dots (22)$$

浅海で角周波数 σ_i の波の各方向を合成したエネルギー・スペクトル密度は、

$$S(\sigma_i) = \int_{\alpha}^{\beta} S_0(\sigma_i, \theta_j') d\theta_j' \quad \dots\dots\dots (23)$$

α は θ_j が $-(\pi/2) + \psi_0$, すなわち波向が等深線と平行なコンポーネント波の ξ における入射角, β は θ_j が $\pi/2$ の場合の浅海入射角である。

式(20), (22)を式(23)に代入すれば

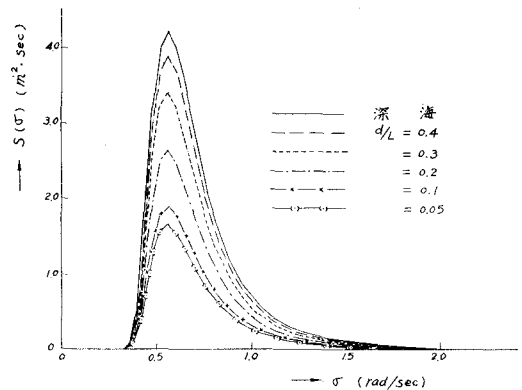


図-6 主波向が海岸に垂直の場合のスペクトルの変化

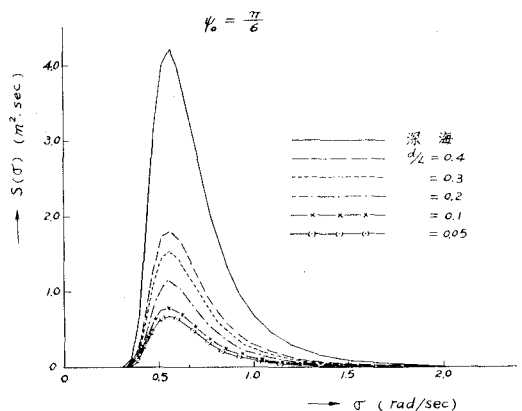


図-7 主波向が斜めに入射する場合のスペクトルの変化

$$\begin{aligned}
 S(\sigma) = & \int_{-(\pi/2)+\psi_0}^{\pi/2} 0.0081 g^2 \sigma^{-5} \\
 & \times \exp \left[-0.74 \left(\frac{g}{U \sigma} \right)^4 \right] \frac{2}{\pi} \cos^2(\theta_j - \psi_0) \\
 & \times K_s^2 \exp \left\{ -\int_{0.5}^{\xi} f(\xi, \theta_j, \sigma) d\xi \right\} \\
 & \times \frac{\tanh 2\pi\xi \cos \theta_j}{\sqrt{1 - (\tanh 2\pi\xi \sin \theta_j)^2}} d\theta_j \dots\dots(24)
 \end{aligned}$$

式(24)を計算すれば図-6および7のようである。

また式(21)を積分すれば図-8のごとく各種の代表波高の比を求めることができる。

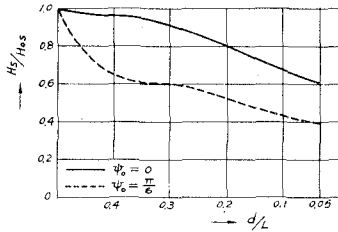


図-8 方向スペクトルを考えた代表波高の比

6. む す び

以上述べたごとく浅海波のスペクトル計算法は非線型効果の無規できる範囲——大抵 $d/L \geq 0.2$ ——では実用できると思う。本文はごく簡単な地形条件について計算したが、複雑な地形であればおのおののコンポーネント波について屈折および摩擦などについて計算し重畳して浅海波のスペクトルを求める。この方法は冬の季節風のような継続期間の長い波の浅海における変形を推算するのに際して有効である。

すべての計算結果において、スペクトル曲線のピークは全然動かない。したがって主要周期(Optimum period)は変わらない。これは Hasselmann (1967) の理論と合致する。線形理論が適用できる範囲では、波のエネルギースペクトルは水深とともに減少する。

参 考 文 献

- 1) Bretschneider, C.L. (Technical Editor): Ocean Wave Spectra, Proc., Conference sponsored by the U.S. Navy Oceanographic Office and the Div. of Earth Sci., National Academy of Sci., National Res. Council, Easton, Maryland, May 1-4, 1961. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1963.
- 2) Bunting, D.C.: Evaluating forecasts of ocean-wave spectra, J. Geophys. Res. 21, p. 4131, 1970.
- 3) Hasselmann, K., and Collins, J.I.: Spectral dissipation of finite-depth gravity waves due to turbulent bottom friction, J. Marine Res., Vol. 26, No. 1, 1967.
- 4) Harrison, W., and Wilson, W.S.: Development of a method for numerical calculation of wave refraction, U.S. Coastal Eng. Res. center, Tech. Memo., No. 6, 1964.
- 5) Hough, S.S.: On the influence of viscosity on waves and currents, Proc. London Math. Society, Vol. XXVIII, pp. 264-288, 1896.
- 6) Inoue, T.: On the growth of the spectrum of a wind generated sea according to a modified Miles-Phillips mechanism and its application to wave forecasting, N.Y. Univ. Geophys. Sci. Lab. Rep. 67-5, 1967.
- 8) Kinsman, B.: Wind wave, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1965, Chap. 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11.
- 9) Kitaigorodskii, S.A.: Application of the theory of similarity to the analysis of wind generated wave motion as a stochastic process, Izv. Akad. Nauk SSSR. Ser. Geofiz., 9, pp. 1221-1228; English Transl., 9, pp. 765-769, 1962.
- 10) Karlsson, T.: Refraction of continuous ocean wave spectra, Proc. of the Amer. Society of Civil Eng. pp. 437-448, WW 4, Nov. 1969.
- 11) Pierson, W.J., Jr., and Moskowitz, L.: A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of S.A. Kitaigorodskii, J. of Geophys. Res., Vol. 69, No. 24, 1964.
- 12) Silvester, R. and Vongvisessomjai, S.: Energy distribution curves of developing and fully arisen seas, J. of Hyd. Res., IAHR, Vol. 8, No. 4, pp. 493-521, 1970.
- 13) 土屋義人・井上雅夫: 海底摩擦による波高減衰の基礎的研究(1), 第8回海岸工学講演会講演集, pp. 19-24, 1961.
- 14) 岩垣雄一・土屋義人・坂井順行: 海底摩擦による波高減衰の基礎的研究(2), 第11回海岸工学講演会講演集, pp. 62-68, 1964.