

浅海における風波の発達

郭 棟*・堀川清司**

1. まえがき

ここ数年深海における風波の発達に関する理論と実測データの集積によって風波の実態がかなり明らかになってきた。また高性能電子計算機の導入によって海洋における風波の追算と予報にも著しい進展が見られている。一方浅海域の風波についても井島らの提案した数値推算法によって湾内または沿海の風波の推算を迅速に行なうことができるようになった。しかし浅海波の推算において基本となる Bretschneider の与えた曲線はかならずしも実測や実験値とは一致していない。浅い海域での波の推算精度を上げるために、浅海域において発達した風波についてさらにくわしく検討する必要があると思われる。

通常浅海域で観測された有義波は、その周期は推算値とよく一致するが、波高は推算値よりも小さいと報じられている。波のスペクトルも水深が浅くなるにつれて小さくなり主要周波数も若干大きくなる事が知られている。しかしその実体を把握するには実測資料、およびその力学的機構についての考察がともに不十分であり、沿岸波浪、特に遠浅海岸、浅い湾内や湖沼の波浪をより合理的に推算するには今後さらに努力する必要がある。

浅海域における波を議論する際に底面摩擦と波の非線型効果が重要な役割を果たすことが考えられるが、ここではまずこれらを無視し、水深の影響による風波の発達についてのみ考察する。本文ではスペクトルについて議論し、有義波法についての研究結果は別の機会に発表する予定である。

2. 理論的考察

波の発生、発達に関する理論は Kelvin-Helmholtz の不安定説、Jefferys の遮蔽説、Sverdrup-Munk の理論、Eckart の理論、Phillips の共鳴説と Miles の乱流説があり、いずれも波の発達現象を十分に説明するには至っていないが、Miles の理論がもっとも合理的であると考えられる。したがってここでは Miles が Phillips の理論を導入し shear flow と圧力変動の両者による海面波の発達機構を論じた、いわゆる combined model に基

づき、これを浅海波の場合に拡張することを試みる。

圧力分布と水面変位 η は定常な random 関数と仮定し、自由表面の位置ベクトル $X = (x_1, x_2)$ の関数とする。Fourier-Stieltjes 変換により水面の変化 $\eta(X, t)$ は式(1)のように平面内のすべての波数ベクトル K についての積分で表わされる。

$$\eta(X, t) = \int dA(K, t) \exp[iK(X - ut)] \dots (1)$$

ここで u は K に対応する圧力変動の移動速度、また $dA(K, t)$ は振幅である。水面変位の二次元スペクトルは η の自己相関関数、

$$R(r) = \overline{\eta(X) \cdot \eta(X+r)} \dots (2)$$

の Fourier 変換であり、 $|r| \rightarrow \infty$ で $R(\infty)$ は急速に 0 に漸近する。よってその Fourier 変換は、

$$\Psi(K, t) = (2\pi)^{-2} \int R(r) \exp[-iKr] dr \dots (3)$$

で与えられ、これは X を固定して全表面にわたって積分したものである。一方 η の逆変換によりスペクトルはつぎの形で表示される。

$$\Psi(K, t) = \frac{\overline{dA(K, t) \cdot dA^*(K, t)}}{dk_1 \cdot dk_2} \dots (4)$$

ただし、* は複素共役関数を表わす。同様にして水の表面に働く圧力変動 $p(X, t)$ も定常的な random 関数として次式のように表わす。ここに $d\tilde{w}$ は圧力変動の振幅である。

$$p(X, t) = \int \exp[iK(X - ut)] d\tilde{w}(K, t) \dots (5)$$

圧力変動のスペクトル関数 $\Pi(K, t)$ は、

$$\begin{aligned} \Pi(K, t) &= (2\pi)^{-2} \\ &\times \int \overline{p(X, t) p(X+r, t'+t)} e^{-iKr} dr \\ &= \frac{\overline{d\tilde{w}(K, t') \cdot d\tilde{w}^*(K, t'+t)}}{dk_1 \cdot dk_2} \dots (6) \end{aligned}$$

として表わされる。

水面に作用する圧力分布を波の存在と関係しない p_0 と波の運動に伴って生ずる圧力 p_1 によって構成されると考える。

$$p(X, t) = p_0(X, t) + p_1(X, t) \dots (7)$$

p_0 はその振幅が時間とともにゆるやかに変わりながら V の速度を持って進行するとし、次の式で表示する。

$$p_0(X, t) = f(t) \cdot \exp[iK(X - Vt)] \dots (8)$$

* 正会員 工修 台湾成功大学副教授 水利工程系

**正会員 工博 東京大学教授 工学部

ただし、 $|f/kV| \ll 1$ 、 $f(t)$ はゆるやかに変わる関数、 V は圧力変動の移動速度である。 $p_1(\mathbf{X}, t)$ は波形と次式のような関係にあるとする。

$$p_1(\mathbf{X}, t) = -\zeta \rho_w c \eta_t \coth kh \dots \quad (9)$$

ただし、 ζ は定数、 ρ_w は水の密度、 c は波数 $k=|\mathbf{K}|$ の波速、 $\eta_t = \partial \eta / \partial t$ である。 h は水深、水面波形は、

$$\eta(\mathbf{X}, t) = a(t) \exp[i\mathbf{K}(\mathbf{X}-ct)] c(k) \div V \dots \quad (10)$$

とし、 $a(t)$ も時間とともにゆるやかに変わる関数で $|a/kca| \ll 1$ である。二次元的に考えると、

$$V = U \cos \alpha \dots \quad (11)$$

U は風速、 V は波数 k を持つ圧力変動 p_0 の移動速度、 α は風向と波向のなす角度である。

渦なしの完全流体と仮定し、浅海の場合の表面条件式は η について次の振動方程式で表わされる。

$$\frac{\rho_w}{k} \eta_{tt} \coth kh + (\rho_w g + Kk^2) \eta = -p \dots \quad (12)$$

ただし、 K は表面張力。波速 c は

$$c^2 = \frac{g}{k} \tanh kh \left(1 + \frac{Kk^2}{\rho_w g} \right) \dots \quad (13)$$

式 (8), (9), (10) を式 (12) に代入すると次式をうる。

$$\begin{aligned} \eta_{tt} - \zeta kc \eta_t + k^2 c^2 \eta \\ = -\frac{k}{\rho_w} \tanh kh \cdot f(t) \exp[ik(x-Vt)] \end{aligned} \quad (14)$$

この式を初期条件 $t=0$ で $\eta=\eta_t=0$ のもとで解くと、

$$\begin{aligned} \eta(x, t) &= \frac{\tanh kh \exp[ik(x-Vt)]}{2i\rho_w c} \\ &\times \int \exp[m(t-\tau)] \\ &\cdot \{\exp[ik(V-c)(t-\tau)] \\ &- \exp[ik(V+c)(t-\tau)]\} f(\tau) d\tau \dots \quad (15) \end{aligned}$$

になり resonance wave の場合 $c \neq V$ から右辺括弧内第2項は t が大きくなるにしたがって微小となり前項に比較して省略できる。したがって次のようになる。

$$\begin{aligned} \eta(x, t) &\div \frac{\tanh kh \cdot \exp[ik(x-Vt)]}{2i\rho_w c} \\ &\times \int_0^t \exp[m+ik(V-c)(t-\tau)] \\ &\times f(\tau) d\tau \dots \quad (16) \end{aligned}$$

ただし、式 (15), (16) の m は

$$m = \frac{1}{2} \zeta kc \ll 1 \dots \quad (17)$$

である。式 (10) と式 (16) より、

$$\begin{aligned} a(t) &= \frac{e^{mt} \tanh kh}{2i\rho_w c} \\ &\times \int_0^t \exp\{-[m+ik(V-c)]\} f(\tau) d\tau \dots \quad (18) \end{aligned}$$

をうる。式 (1) と式 (10) から $a(t)$ は、

$$a(t) = \int \exp[i(kc - \mathbf{K}u)t] dA(\mathbf{K}, t) \dots \quad (19)$$

に対応し、式 (8) の $f(t)$ は式 (5) の $d\tilde{\omega}$ に対応す

る。したがって式 (15) より $V=U(k) \cdot \cos \alpha \div c(k)$ の場合、次のようにになる。

$$\begin{aligned} dA(\mathbf{K}, t) &= \frac{\tanh kh}{2i\rho_w c} \int_0^t \exp\{[m+ik(V-c)] \\ &\times (t-\tau)\} d\tilde{\omega}(\mathbf{K}, \tau) dt \dots \quad (20) \end{aligned}$$

よって式 (20) を式 (4) に代入すると水面波形のスペクトル密度 $\Psi(\mathbf{K}, t)$ は、

$$\begin{aligned} \Psi(\mathbf{K}, t) &= \frac{\tanh^2 kh}{4\rho_w^2 c^2} \int_0^t \int_0^t \exp \\ &\times [m(2t-\tau-\tau') + ik(V-c)(\tau'-\tau)] \\ &\cdot \frac{d\tilde{\omega}(\mathbf{K}, t) d\tilde{\omega}_*(\mathbf{K}, t)}{dk_1 dk_2} d\tau d\tau' \\ &= \frac{\tanh^2 kh}{4\rho_w^2 c^2} \int_0^t \int_0^t \exp[m(2t-\tau-\tau')] \\ &\div ik(V-c)(\tau'-\tau)] \\ &\cdot \Pi(\mathbf{K}, \tau-\tau') d\tau d\tau' \dots \quad (21) \end{aligned}$$

dummy 変数 $\tau-\tau'$ を τ でおきかえると、

$$\begin{aligned} \Psi(\mathbf{K}, t) &= \frac{e^{mt} \tanh^2 kh}{2\rho_w^2 c^2 m} \int_0^t \sinh[m(t-\tau)] \\ &\times \cos[k(V-c)\tau] \cdot \Pi(\mathbf{K}, \tau) d\tau \dots \quad (22) \end{aligned}$$

を得る。ただし、 $V=U(k) \cos \alpha \div c(k)$ の制限を受ける。principal stage について考えると

$$\begin{aligned} \Psi(\mathbf{K}, t) &\sim \frac{\tanh^2 kh}{2\rho_w^2 c^2} F(t, m) \\ &\times \int_0^\infty \Pi(\mathbf{K}, \tau) \cos[k(V-c)\tau] d\tau \\ &= \frac{\tanh^2 kh}{2\rho_w^2 c^2} F(t, m) \Pi(\mathbf{K}, 0) \\ &\times \theta(\mathbf{K}, c \sec \alpha - U) \dots \quad (23) \end{aligned}$$

ただし、 θ は圧力変動の integral time scale である。また、

$$F(t, m) = (2m)^{-1} (e^{2mt} - 1) \dots \quad (24)$$

mt が小さい時には、

$$F(t, m) = t + mt^2 \dots \quad (25)$$

である。ここで ζ の値について考えてみる。平均流から乱流に輸送される単位時間当たりのエネルギーは、

$$\bar{E} = \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} = -\rho_a \int_0^{z_c} \bar{u}\bar{w} \frac{\partial U}{\partial z} dz \dots \quad (26)$$

ただし、 ρ_a は空気の密度、 z_c は $U(z_c)=c$ ($\alpha=0$)、すなわち平均流速が波速に等しい限界層の高さである。 \bar{E} は波の持つ全エネルギーの平均値である。Reynolds 応力は

$$\rho_a \bar{u}\bar{w} \approx \frac{\pi \rho_a}{k} \left. \frac{U''}{U'} \right|_{z_c} \cdot \left. \bar{w}^2 \right|_{z_c} \dots \quad (27)$$

として与えられる。よって、

$$\bar{E} \approx -\frac{\pi \rho_a c}{k} \left. \frac{U''}{U'} \right|_{z_c} \cdot \left. \bar{w}^2 \right|_{z_c} \dots \quad (28)$$

である。long-crest 正弦波の場合

$$\begin{aligned} \bar{E} &= \rho_w g \bar{\eta}^2 = \rho_w c^2 k \coth kh \cdot \bar{\eta}^2 \\ &= \frac{\rho_w}{k} \coth kh \cdot \bar{\eta}^2 \dots \quad (29) \end{aligned}$$

1 radian 当りの波のエネルギーの時間的増加率 ζ は、

$$\zeta = \frac{1}{kcE} \cdot \frac{\partial E}{\partial t} \\ = -\frac{\pi \rho_a}{\rho_w} \frac{\tanh kh}{k} \frac{U''}{U'} \Big|_{z_c} \cdot \frac{\bar{w}^2|_{z_c}}{\eta^2} \quad (30)$$

となる。これらの式における U_{z_c}'' , U_{z_c}' は $U(z_c) \times \cos \alpha = c$ を満足するような点での z に対する微分である。

$\bar{w}^2|_{z_c} / \eta^2$ を求めるには非粘性流体についての Orr-Sommerfeld 方程式を解くことになる。Miles は波の進行による空気の圧力 p_a を

$$p_a = (\alpha + i\beta) \rho_a U_1^2 k \eta \quad (31)$$

とおき、平均流は対数分布、

$$U(z) = U_1 \log(z/z_0), \quad U_1 = U_* / \kappa \quad (32)$$

をなすとし、式(32)を用いて深海の場合について Orr-Sommerfeld 方程式の直接数値積分を行なった。ただし U_* は摩擦速度、 $\kappa (\neq 0.4)$ は Kármán 定数、 z_0 は粗度を表わす高さ、 α と β は無次元化された圧力係数である。ここでは Miles が深海について求めた結果を浅海に拡張することの可能性について検討する。

空気の圧力を式(31)と同様に仮定すると空気の抵抗がない場合 ($p_a=0$)、浅海での波速を $c_{sw} = (g \tanh kh)/k$ として表わせば、式(12)の関係を満足することから、式(10)と式(31)を式(12)に代入することによってこの場合の波速 c_s が求められる。

$$c_s^2 = c_{sw}^2 + s(\alpha + i\beta) U_1^2 \quad (33)$$

ただし、

$$s = \frac{\rho_a}{\rho_w} \tanh kh \quad (34)$$

式(32)右辺第2項が c_{sw}^2 に比較して微小とすると c_s の第一近似は

$$c_s = c_{sw} \left[1 + \frac{1}{2} s(\alpha + i\beta) \left(\frac{U_1}{c_{sw}} \right)^2 \right] \quad (35)$$

となり空気の negative damping factor ζ は近似的に次のように表わされる。

$$\zeta = 2 \frac{I(c_s)}{R(c_s)} = s \beta \left(\frac{U_1}{c_s} \right)^2 \quad (36)$$

ここで I , R は c_s の実数部と虚数部を示す。よって深海での波速を浅海の波速 $c_{sw} \rightarrow c_{sw}$ 、また $s = \frac{\rho_a}{\rho_w} \rightarrow \frac{\rho_a}{\rho_w}$

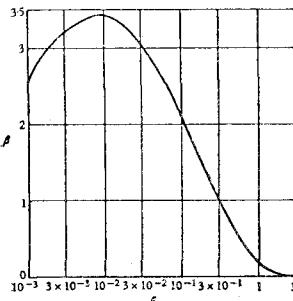


Fig. 1 Relation of β versus ξ_c . (after Miles).

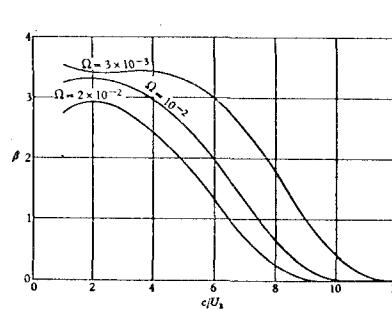


Fig. 2 Relation of β versus c_s/U_1 . (after Miles).

$\tanh kh$ とおきかえることによって Miles が深海波について求めた α , β の値は浅海波にも適用しうる。

Fig. 1 は β と ξ_c との関係である。ただし、

$$\xi_c = kz \quad (37)$$

z_c は $U=c_s$ を満足する z の値、すなわち

$$c_s = U_1 \log(z_c/z_0) \quad (38)$$

である。これより、

$$\xi_c = \frac{g z_0}{U_1^2} \tanh kh \left(\frac{c_s}{U_1} \right)^{-2} \exp \left(\frac{c_s}{U_1} \right) \\ = \varrho_s \left(\frac{c_s}{U_1} \right)^{-2} \exp \left(\frac{c_s}{U_1} \right) \quad (39)$$

ただし、

$$\varrho_s = \frac{g z_0}{U_1^2} \tanh kh \quad (40)$$

を ϱ の代りに用いることによって Miles の求めた Fig. 2 をそのまま用いることができる。式(36)の関係より、

$$2mt = \zeta kc_s t = \beta \frac{\rho_a}{\rho_w} \tanh^2 kh \left(\frac{U_1}{c_s} \right)^2 \left(\frac{gt}{c_s} \right) \\ = \beta \frac{\rho_a}{\rho_w} \frac{1}{n \tanh^2 kh} \left(\frac{\sigma U_1}{g} \right)^4 \frac{g F}{U_1^2} \quad (41)$$

となる。

3. 周波数スペクトル

前節で求めたスペクトル関数は波数スペクトルである。実際の計算としては周波数スペクトルで表わした方が便利であり、さらに圧力変動スペクトル関数についても仮定を設ける必要がある。周波数スペクトルと波数スペクトル $\Psi(K)$ の関係は次式、

$$\bar{\eta}^2 = \int_0^\infty \Psi(K) dK = \int_0^\infty \phi(\sigma) d\sigma \quad (42)$$

によって求められる。ただし、 $\sigma = 2\pi f$ は角周波数である。浅海波では $\sigma^2 = gk \tanh kh$, $2\sigma d\sigma = 2cc_G k dk$ の関係から (ただし、 c_G は群速度)

$$\bar{\eta}^2 = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \Psi(k, \sigma) k dk d\sigma \\ = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \Psi_0(\sigma, \alpha) \sigma d\sigma d\alpha$$

と次の関係をうる。

$$\Psi(k, \alpha) = \Psi_0(\sigma, \alpha) \frac{ng}{k} \tanh kh \\ = nc^2 \Psi_0(\sigma, \alpha) \quad (43)$$

ただし $\Psi_0(\sigma, \alpha)$ は方向周波数スペクトルである。また、

$$n = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2kh}{\sinh 2kh} \right)$$

周波数スペクトル $\phi(\sigma)$ はある一定の波数に対するスペクトル $\Psi(K)$ のすべての方向についての積分として表示しうる。よって、

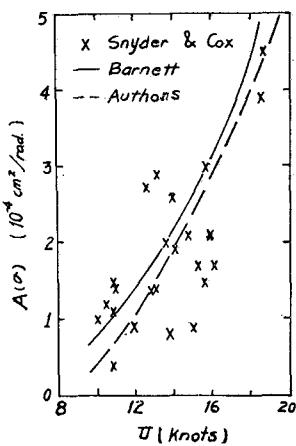


Fig. 3 Predicated values for $A(\sigma)$ compared with measurements by Snyder & Cox.

$$\phi(\sigma) = \frac{\sigma}{nc^2} \int_0^{2\pi} \Psi(k, \alpha) d\alpha = \sigma \int_0^{2\pi} \Psi_0(\sigma, \alpha) d\alpha \quad \dots \dots \dots (44)$$

となる。したがって式(23)は次のようになる。

$$\phi(\sigma) = \frac{\pi \sigma^5 t}{n \rho_w^2 g^4 \tanh^2 kh} F(t, m) \int_0^{2\pi} \Pi(K, \alpha) d\alpha \quad \dots \dots \dots (45)$$

風圧変動のスペクトル関数 $\Pi(K, \alpha)$ は Priestly が刈り込んだ芝生の上で観測を行なって得た式のような風圧のスペクトルを引用する。

$$\Pi(K, \alpha) = \frac{4 \phi(\sigma)}{(2\pi)^2} \left[\frac{m_1}{m_1^2 + k^2 \sin^2 \alpha} \right] \times \left[\frac{m_2}{m_2^2 + (k \cos \alpha - \sigma/U)^2} \right] \quad \dots \dots \dots (46)$$

ただし、 $m_2 = 0.33(\sigma/U)^{1.23}$, $m_1 = 0.52(\sigma/U)^{0.95}$, 単位は m, sec である。Priestly は観測結果から scale factor $\phi \approx \psi \cdot 1.23/\sigma^2$ として表わされると言っている。ψについては Snyder-Cox は U^4 , Barnett は U^6 , 井上は $U^{4.5}$ に比例するとおいている。ここでは次元の一致をみたすため次のように書き変える。

$$\phi \sim \rho_a^2 U^6 \sigma / g^2 \quad \dots \dots \dots (47)$$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{m_1/k}{(m_1/k)^2 + \sin^2 \alpha} \right] \left[\frac{m_2/k}{(m_2/k)^2 + (\cos \alpha - \sigma/U)^2} \right] \frac{1}{k^2} \\ &= \frac{(U \sigma/g \tanh kh)^{2.25} \cdot \sigma^{-4} g^2 \tanh^2 kh}{6 [1/4 + (U \sigma/g \tanh kh)^2 \sin^2 \alpha] [1/9 + (U \sigma/g \tanh kh - 1)^2 (U \sigma/g \tanh kh)^{0.5}]} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (48)$$

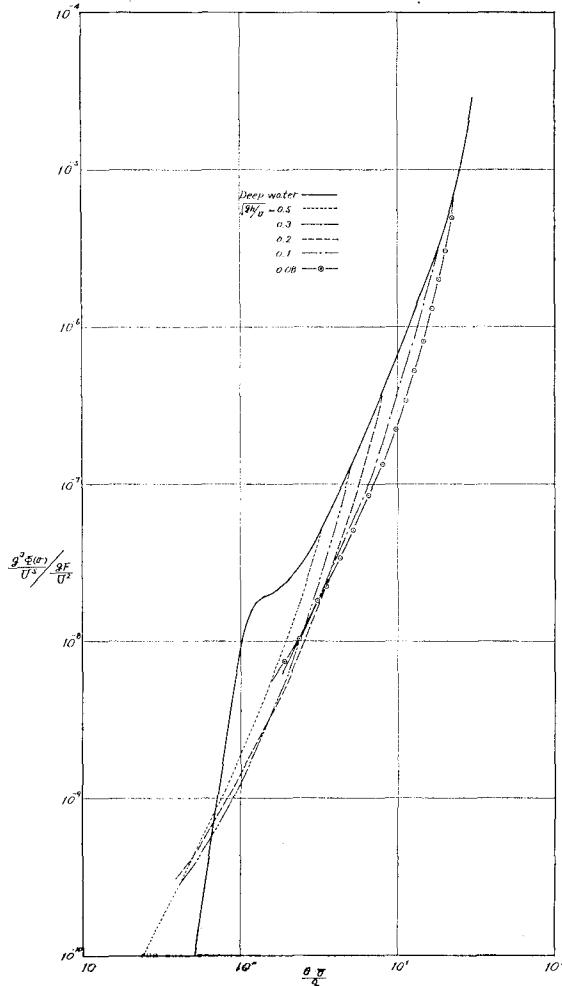


Fig. 4 Computed low frequency range of the wave spectra in shallow water.

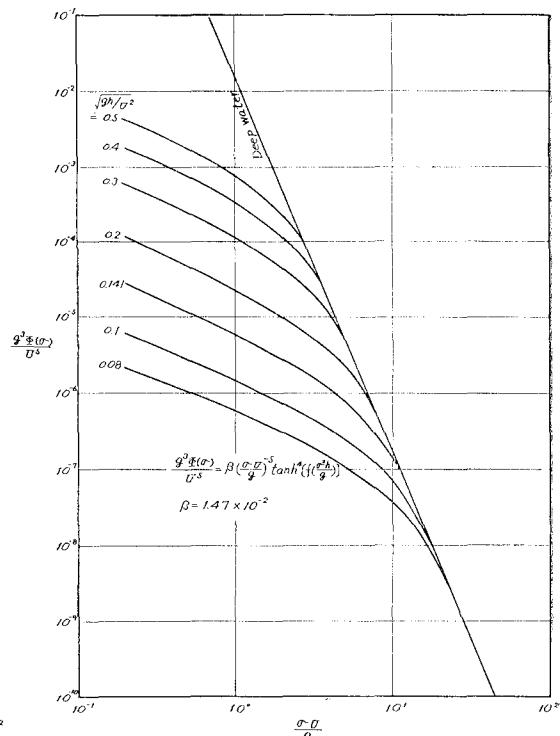


Fig. 5 Computed high frequency range of the wave spectra in shallow water.

こうして式(45)から次のような無次元周波数スペクトルをうる。

$$\frac{g^3\phi(\sigma)}{U^5} = C \frac{(\rho_a/\rho_w)^2}{n \tanh^{2.25} kh} \left(\frac{\sigma U}{g} \right)^{4.25} \frac{gt}{U} \cdot F(m, t) \\ \cdot \frac{1}{\left[\frac{1}{4} + \left(\frac{\sigma U}{g} \right)^2 \frac{\sin^2 \alpha}{\tanh^2 kh} \right] \times \\ \left[\frac{1}{9} + \left(\frac{\sigma U}{g \tanh kh} - 1 \right)^2 \left(\frac{\sigma U}{g \tanh kh} \right)^{0.5} \right]} \quad \dots \dots \dots (49)$$

一次元的、かつ線形的増大の場合には

$$\frac{g^3\phi(\sigma)}{U^5} = C \frac{(\rho_a/\rho_w)^2}{n^2 (\tanh kh)^{3.25}} \cdot \frac{gF}{U^2} \\ \cdot \left[\frac{1}{9} + \left(\frac{\sigma U}{g \tanh kh} - 1 \right)^2 \left(\frac{\sigma U}{g \tanh kh} \right)^{0.5} \right] \quad \dots \dots \dots (50)$$

となる。ただし C は定数である。スペクトルの時間的変化は

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = A + B \phi \quad \dots \dots \dots (51)$$

である。線型的増大の深海波では、

$$\frac{g^2 A}{U^4} = 2C \left(\frac{\sigma U}{g} \right)^{4.25} / \left[\frac{1}{9} + \left(\frac{\sigma U}{g} - 1 \right)^2 \left(\frac{\sigma U}{g} \right)^{0.5} \right] \quad \dots \dots \dots (52)$$

ただし $C = C(\rho_a/\rho_w)^2$, Snyder-Cox が $17 m$ ($f \approx 0.3 \text{ sec}^{-1}$) の波についてとらえた波の時間的生長の観測結果にもっともよく一致するように C' を決めるとき $C' = 2.44 \times 10^{-10}$ を得る。この値によって計算された A 値と Snyder-Cox の観測値の比較は Fig. 3 のようであり、(50) 式の計算結果は Fig. 4 の曲線で示されている。浅海における風波のスペクトルが線型的増大をなす場合の低周波側の型を表わす。指数的増大の機構が支配的になると式(51)第2項の効果が顕著になり、係数 B が重要な役割を果たす。式(51)の B は前節で求めた $2 m$ に相当し、式(41)から、

$$\frac{BU}{g} = \beta \frac{\rho_a}{\rho_w} \cdot \left(\frac{U_1 \sigma}{g} \right)^3 \frac{1}{\tanh kh} \quad \dots \dots \dots (53)$$

を得る。浅海の場合、通常吹送距離は比較的短く、 $gF/U^2 < 10^3$ を対象とする場合が一般であり第2項の影響は二次的である。

一方、高周波数の平衡領域については Phillips の提案した -5 乗則に従うとして深海では、

$$\frac{g^3\phi(\sigma)}{U^5} = \beta \left(\frac{\sigma U}{g} \right)^{-5} \quad \dots \dots \dots (54)$$

ただし、 $\beta \approx 1.47 \times 10^{-2}$ である。浅海の場合、極限波高の関係を

$$H/L = \frac{1}{2\pi} \tanh kh \quad \dots \dots \dots (55)$$

を用いて

$$\phi(\sigma) d\sigma \approx H^2 \approx \left[\frac{1}{k} \tanh kh \right]^2 \approx g^2 \sigma^{-4} \tanh^4 kh$$

または、

$$\frac{g^3\phi(\sigma)}{U^5} \approx \beta \left(\frac{\sigma U}{g} \right)^{-5} \tanh^4 kh \quad \dots \dots \dots (56)$$

によって高周波数側のスペクトルの形を形成する。深海と浅海の限界値は $\sigma U/g = (2\pi h/L_0)^{1/2} (gh/U^2)^{-1/2}$ によって決定できる。すなわち、 $\sigma U/g \ll (gh/\pi U)^{-1/2}$ で浅海の領域になる。Fig. 5 は式(56)の関係を表わした曲線である。

4. 実験値との比較

以上のようにして求めた浅海域における波のスペクトルの線型的増大の場合について計算した結果を著者の一人が過去に行なった実験データと比較してみると、 gh/U^2 が比較的大きい場合には Fig. 6 のごとく理論値と実験値とは比較的よく一致するが、 gh/U^2 がきわめて小さい場合 (Fig. 7) には実験値は理論値よりもかなり小さくなる。これは恐らく摩擦の効果が著しく無視しえない程度になるからであろうと思われる。式(50)からも見られるように分母に $(\tanh kh)^{3.25}$ がかかるており、水深が極めて深い場合には逆にスペクトル密度が増大する場合もある。当然ながらこの水深比がきわめて小さい範囲では非線型効果と摩擦の効果が顕著になり、もはや本論文の仮定の範囲外となる。

吹送距離によるスペクトル密度の変化は大体理論値と実験値とはよく一致している (Fig. 8 参照)。また高周波数の平衡領域において式(56)はほぼ実情とよく一致している。Fig. 9 はスペクトル密度のもっとも集積している主要周波数 f_{op} とスペクトル密度の peak $\phi(\sigma)_{max}$ の関係を示したものであるが、これらのデータからもわかるように式(56)の関係の妥当性が裏づけられる。

係数 β については Longuet-Higgins, や光易によって種々議論がなされており、かならずしも一定ではない。現地の観測例から見ると $\beta \approx (0.74 \sim 1.48) \times 10^{-2}$ の値を取り、通常吹送距離が増加するとともに若干小さくなる。実験室においては、いわゆる over-shoot の効果から β は非常に大きくなる傾向が見られる。ここでは計算値との比較をするため、もっとも高周波数側のスペクトルに一致するように β の値を取り、それによって高周波側の曲線を図に書き入れた。風波のスペクトル密度は主要周波数を把握することによって大体の形を推定することができる。そこで Fig. 4, Fig. 5 より $\beta = 1.47 \times 10^{-2}$ として深海におけるときの gF/U^2 と $(\sigma U/g)_{op}$ の関係を求めた結果が Fig. 10 の鎖線である。実測値との比較から見られるように gF/U^2 が小さい部分においては計算値は過小になり、 gF/U^2 が大きい場合には実測値よ

りも大きくなる。しかし gF/U^2 が小さい場合には β は 1.47×10^{-2} よりもかなり大きくなることから、実際に推定した $(\sigma U/g)_{op}$ の値は鎖線よりも大きくなり、図中の実線に近づく。 gF/U^2 が大きい場合 $\beta < 1.47 \times 10^{-2}$ ではあるがその差が小さいため、 $(\sigma U/g)_{op}$ に対する影響も比較的小さい。

5. 経験による浅海風波のスペクトル型の提案

風波のスペクトルの一般的な形を定めるために、Neuman, Pierson, Pierson-Moskowitz, Bretschneider

および光易らによって多くの深海風波のスペクトルの形が提案されている。浅海については前に述べた計算法を試みたがまだ実際現象とは若干の相違がある。浅海域での風波のスペクトルも深海と同じく主要周波数、低周波数および高周波数側の勾配を抑えることによって具体的に定められる。実用の見地から過去の実験データを整理し簡易なスペクトル型を提案する。一般に水深、風速、吹送距離とは関係なく浅海域でのスペクトルは深海と同様に次の関係を持つ、

$$\frac{\Phi(\sigma)}{\Phi(\sigma)_{max}} = \left(\frac{f}{f_{op}} \right)^{-5} \quad \dots \dots \dots (57)$$

ただし $\Phi(\sigma)_{max}$ は周波数スペクトルの peak での値、 f_{op} は主要周波数。**Fig. 11** はその一例であるが他のケースも同様である。また optimum 波速 C_{op} と吹送距離との間には次式

$$\begin{aligned} C_{op} &= \frac{g \tanh(kh)_{op}}{2 \pi U f_{op}} \\ &= 0.077 \left(\frac{g F}{U^2} \right)^{1/4} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (58)$$

の関係 (**Fig. 10** 参照) がある。主要周波数でのスペクトル密度 $\Phi(\sigma)_{max}$ については式 (56) と式 (58) から次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{g^3 \Phi(\sigma)_{max}}{U^5} &= \beta \alpha^4 \beta' \\ &\times \frac{g}{U f_{op}} \cdot \frac{g F}{U^2} \div 5.23 \times 10^{-7} \\ &\left(\frac{\sigma_{op} U}{g} \right)^{-1} \frac{g F}{U^2} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (59)$$

ただし、 $\alpha = 0.077$, $\beta = 1.47 \times 10^{-2}$ 。よって式 (57) と (59) 式から各種水深におけるスペクトルの形が定められる。

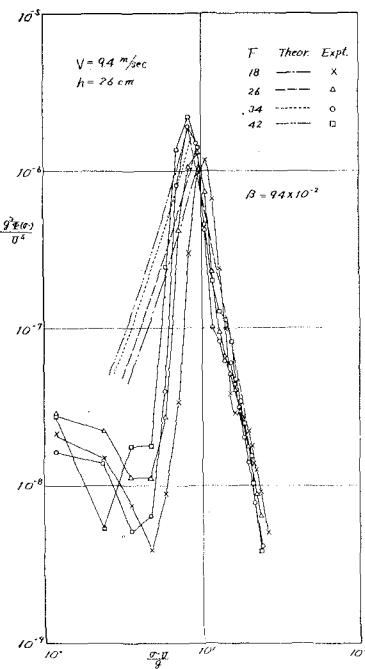


Fig. 6 Computed spectra compared with measurements.

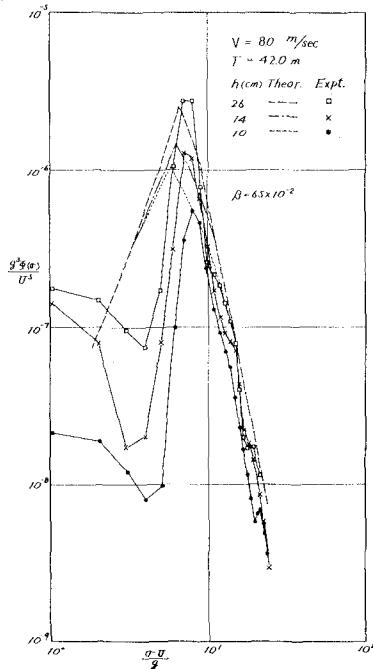


Fig. 7 Computed spectra compared with measurements.

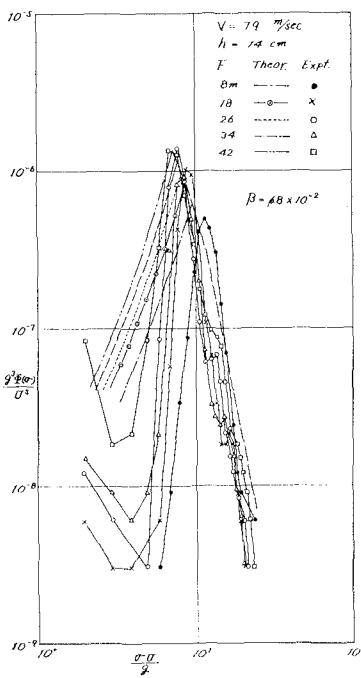
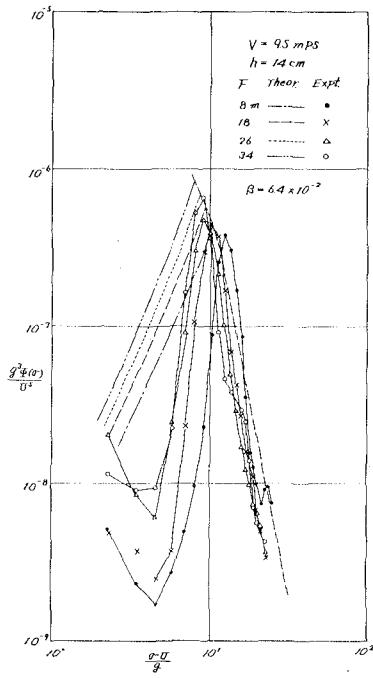


Fig. 8 Computed spectra compared with measurements.



(b)

(a)

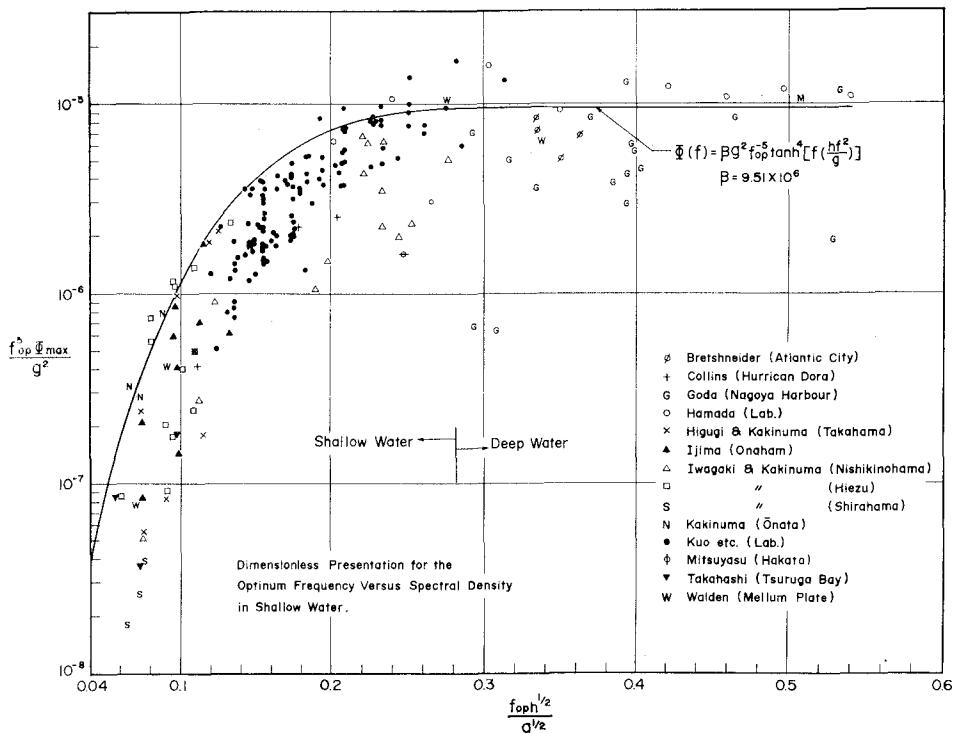


Fig. 9 Relationship of spectral peak versus optimum frequency in shallow water.

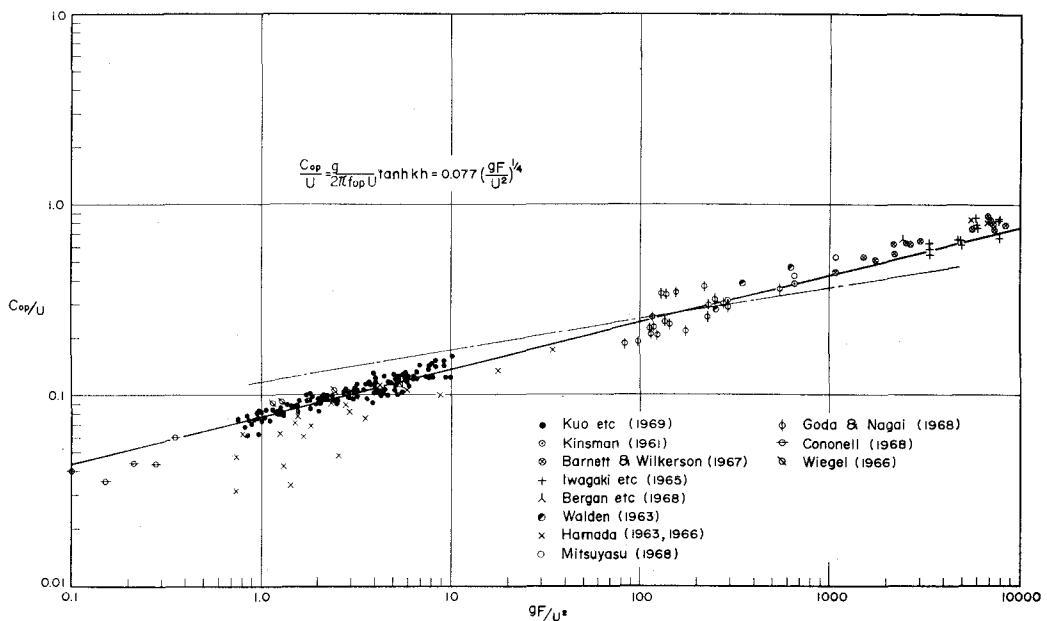


Fig. 10 The optimum frequency as a function of fetch in shallow water.

6. 結 語

以上のように、ここではまず Miles の波の発達理論を浅海域に拡張し、さらに Priestly の圧力変動スペク

トルを引用して浅海域における風波のスペクトルの計算を試みた。その結果から浅海波の波数スペクトルは深海の場合よりも $\tanh^2 kh$ 倍、また風圧係数も深海について求めた Miles の結果が若干のパラメータの修正でそ

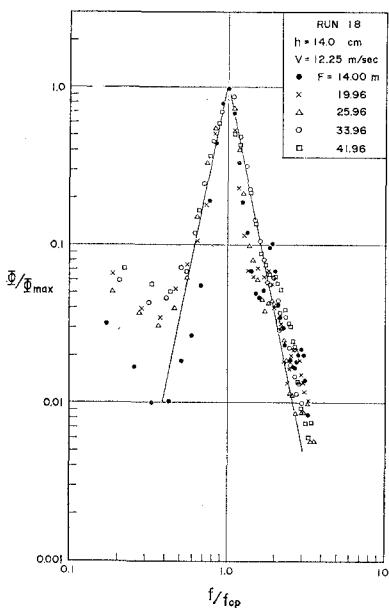


Fig. 11 Normalized wave spectra in shallow water.

のまま用いられることがわかった。

スペクトルの高周波側は極限波高の関係より説明がつくながら、低周波側については本文のモデル化によてもかならずしも十分に説明したとはいえない。その主なる原因は圧力変動スペクトルの仮定によるものであると考えられる。著者らも日野の提案した圧力変動スペクトルを用いて検討を加えたが Priestly の式の方がより妥当な結果を与えるように思われた。当然ながら摩擦の効果を考慮することによって、計算値は実測値により接近しうることが考えられる。今後さらにこの点についても研究を進める予定である。近似的には 5. で提案した式 (57) と式 (59) によって浅海波のスペクトルは求められる。いずれにしても本文で述べた取扱いにおいては風速の取り方によってその計算結果が異なる可能性があるので、とくに注意を払う必要がある。

参考文献

- 1) Barnett, T.P. : On the generation, dissipation, and prediction of ocean wind waves, J. Geophy. Res., Vol. 73, No. 2, 1968.
- 2) Barnett, J.P. & Sutherland, A.J. : A note on an overshoot effect in wind generated waves, J. Geophy. Res., Vol. 73, No. 22, 1968.
- 3) Barnett, J.P. & Wilkerson, J.C. : On the generation of wind waves as inferred from airborne measurements of fetchlimited spectra, J. Marine Res., Vol. 25, No. 3, 1967.
- 4) Bretschneider, C.L. : A one-dimensional gravity wave spectrum, Ocean Wave Spectra, Prentice-Hall, 1963.
- 5) Burling, R.W. : The spectrum of waves of short fetches, Dtsch. Hydrogr. Zeis., 12, 1959.
- 6) Hasselman, K. & Collins, J.I. : Spectral dissipation of finite-depth gravity waves due to turbulent bottom friction, J. Marine Res. Vol. 26, No. 1, 1968.
- 7) Hidy, G.M. and Plate, E.J. : Wind action on water standing in a laboratory channel, J. Fluid Mech. Vol. 26, Part 4, 1966.
- 8) Inoue, T. : On the growth of the spectrum of a wind generated sea according to a modified Miles-Phillips mechanism and its application to wave forecasting, Geophy. Scic. Lab., TR-67-5, New York Univ., 1967.
- 9) 井島武士 : 波浪の数値予測, 1968 年度水工学夏期研修会講義集.
- 10) Jeffereys, H. : On the formation of water waves by wind, Proc. Roy. Soc. Lond., Ser. A, Vol. 107, 1925.
- 11) Longuet-Higgins, M.S. : On wave breaking and the equilibrium spectrum of wind-generated wave, Proc. Roy. Soc. Lond., Ser. A, Vol. 310, 1969.
- 12) 郭金棟 : 浅海風波のスペクトルについての実験的研究, 第 16 回海岸工学講演会講演集, 1969.
- 13) Miles, J.W. : On the generation of surface waves by shear flows, J. Fluid Mech., Vol. 3, Pt. 2, 1957.
- 14) Miles, J.W. : On the generation of surface waves by shear flows (Part 2), J. Fluid Mech., Vol. 6, Part 5, 1959.
- 15) Miles, J.W. : On the generation of surface waves by shear flow (Part 3), J. Fluid Mech. Vol. 7, 1960.
- 16) Miles, J.W. : On the generation of surface waves by shear flow (Part 4), J. Fluid Mech. Vol. 13, 1962.
- 17) Mitsuyasu, H. : On the growth of spectrum of wind generated waves (I) (II), Rep. Res. Inst. Appl. Mech., Kyushu Univ., Vol. XVII, No. 59, 1968.
- 18) 光易 恒 : 風波のスペクトルの発達 (2), 第 17 回海岸工学講演会論文集, 1970.
- 19) Neuman, G. : On ocean wave spectra and a new method of forecasting wind generated sea, B.E.B. Tech. Memo. No. 43, 1953.
- 20) Phillips, O.M. : On generation of waves by turbulent wind, J. Fluid Mech., Vol. 2, 1957.
- 21) Phillips, O.M. : The equilibrium range in the spectrum of wind generated waves, J. Fluid Mech., Vol. 4, 1958.
- 22) Phillips, O.M. : On some properties of spectrum of wind-generated ocean waves, J. Marine Res., Vol. 16, 1958.
- 23) Phillips, O.M. & Katz, E.J. : Low frequency components of the spectrum of wind-generated waves, J. Marine Res., Vol. 19, 1961.
- 24) Pierson, W.J. & Moskowitz, L. : A proposed spectra form for fully developed wind seas based on the similarity theory of SA Kitaigorodskii, J. Geophy. Res., Vol. 69, No. 24, 1964.
- 25) Priestly, J.T. : Correlation studies of pressure fluctuations on the ground beneath a turbulent boundary layer, N.B.S. Rept. 8942, 1965.
- 26) Synder, R.L. & Cox, C.S. : A field study of wind generation of ocean waves, J. Mar. Res., Vol. 24, No. 2, 1966.
- 27) Sutherland, A.L. : Growth of spectral components in a wind-generated wave train, J. Fluid Mech. Vol. 33, Part 3, 1968,
- 28) Walden, H. : Comparison of one-dimensional wave spectra recorded in the German Bight with various "theoretical" spectra, Ocean Wave Spectra, Prentice-Hall, 1963.