

定置式波向計(抵抗ひずみ線型)について

高橋 智晴*・鈴木 禧実*・佐々木 弘**・菅原 一晃**

1. まえがき

沿岸波浪の特性解明、沿岸過程、港湾および海岸施設構造物に対するそれらの影響等を調査研究するうえにおいて、現地海岸に来襲する波の諸元、すなわち、波高、周期および波向の実態を観測により知ることはきわめて重要なことである。

これら波浪諸元のうち波高周期の観測装置は数多く開発実用化されその測定特性もかなり明らかにされていて¹⁾。

定常的な波向観測装置としてはわずかに海象観測用(高分解能)レーダが実用化されているにすぎない^{2), 3), 4)}。

従来行なわれてきた波向の観測方法は、陸上よりの実体写真法⁵⁾、航空機による垂直撮影写真によるもの⁶⁾以外に適切な方法がなく、一般にはトランシットあるいは方位盤による目視観測によって行なわれてきた。これらの測定法はいずれも立地条件、気象あるいは日照条件による制約を受ける場合が多く、実体写真法あるいは航空写真による場合には相当の経費を要するとともに特殊な機器装置および測定技術によらねばならぬので普遍的あるいは定常観測に適する測定法とはいはず、目視観測の場合には観測者の主觀に左右されることが大であり定量的な直接記録を得ることはできない。近年、波高計を正三角形状に3台設置して、これらによる波形の同時観測記録から波向を求める方法^{7), 8), 9), 10)}、海底に設置した測流器により水粒子の直角水平2成分の測定値から波向を求める方法¹¹⁾、ブイの上下運動と傾斜の連続記録を用いる方法¹²⁾などが報告されているがいずれもそのデータ整理段階でかなり複雑な計算を必要とし、遠隔操作により定常的に長期間の自記記録を得る方法としては実用上の問題点が多い。

この報告では、最近実用特性を明らかにし得た定置式波向計¹³⁾について開発経過とその測定原理、構造、および簡易解析法に関して述べる。

2. 開発の経過

筆者らの一人高橋らは昭和29年10月に Rayleigh

disk の理を応用した現地用波向計を試作し、二次元水路による実験を経てこれを福島県小名浜港外に設置して現地波の波向を測定した¹⁴⁾。その後機構、材質に改良を加え秋田沖において現地波向観測を実施したが、これらの現地観測の結果から、Rayleigh disk による波向の測定は顕著な卓越波向が存在し、付近の流れが波による水粒子運動にくらべ無視し得る場合にのみ可能であり、この波向計は汎用的な波向観測に使用することはできないとの結論に達した。

その後筆者らは汎用的な定常観測に使用することを目的とした新しい定置式の波向計を開発すべく、上記の経験をもとにして考えられるいくつかの方法を検討し、今回報告する定置式波向計の基本形を定め、開発研究に着手した。

設定された基本形とは、海中に一端を固定し、他端を自由端とした円筒棒を鉛直に設置し、波力による棒のたわみを直交座標上の x, y 2方向成分として検出し、それから水平波力の作用方向を求め、波向を決定しようとするものである。

試作にあたってはまず、設定した基本形における作用力の方向検出の可能性を確認するため、精密に加工された金属パイプの基部四隅にワイヤストリッピングージを貼りつけた基本装置を作成し、空中で静的な水平荷重を加え棒のたわみによる基部のひずみを直交座標上の x, y 2方向成分として測定し静荷重の作用方向を精度良く検出できることを確認した。

次にこのパイプを2次元水路に入れ、進行波中の性状を測定したところ、波による水粒子運動の速度変化に伴い、円筒(受感)棒は本来の被測定たわみのほかに複雑な振動を起こし、波浪条件によっては初期の目的を満足する結果が得られない場合もあった。

上記の結果により、定置式波向計の基本的形状を検討するための実験用波向計を試作し、大型造波水路を使用して進行波に対する波向計受感部の応動性状の観察実験を行なった。この実験に供した波向計受感部の原理的形状を図-1に示す。図-1の8種類の形状に対する実験の結果、(h)型すなわち受感球体を受感桿に取りつけ受感桿には波力が直接作用しないように別の円筒ケースで囲った形状のものが、他の形状にくらべて安定でありもっとも大きな感度が得やすく、さらにまた受感球体表面

* 正会員 運輸省港湾技術研究所
** 運輸省港湾技術研究所

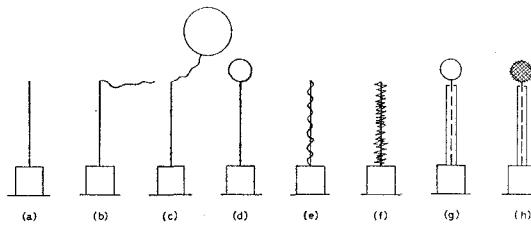


図-1 基礎実験に用いた種々の波向計の模型形状

をロープで作った網で覆い球体背後に生ずる渦を局部的に不規則に多数発生させることにより受感桿の雑音振動をほとんど消去できることがわかった。

(h)型について現地用の波向計の構造を検討、設計、試作し、久里浜港に設置して現地観察実験を進めるとともに、水路実験を行ない基本的特性を検討した。

その後、第一港湾建設局の協力を得て酒田港に設置し現地観測実験を行ない、これらの結果から構造の改良、測定データの解析法を検討し、装置の実用化を進めた。

この波向計の開発研究経過は下記のとおりである。

昭和35年；予備実験、ならびに実験用波向計の設計
昭和36年；水路実験による定置式波向計基本形状の検討、決定；現地用波向計の設計試作、久里浜港における現地観測実験、水路実験；酒田港における現地観測実験の開始

昭和40年；鹿島港における現地観測の実施

3. 定置式波向計（抵抗ひずみ線型）

(1) 測定原理

本機の測定原理を図-2に示す。

図-2のように円筒棒で支持された球体を海中に設置し、球体のみに波力が作用するものと仮定すると、波力により、球体を支持する円筒棒はたわみ、側面にひずみを生ずる。この円筒棒の側面に、互いに直角に位置するようにストレインゲージを貼りつけ、対向する2枚のゲージをアクティブゲージとする2組のプリッジ回路を作り、球体に作用する波力によって円筒棒の側面に生ずるひずみのx,y 2成分を測定することができれば、これらから波力の作用方向を知ることができる。

これを図-3(a)のx,y座標上で考える。球の中心0について波の水粒子の運動により、x軸と θ_a の角を

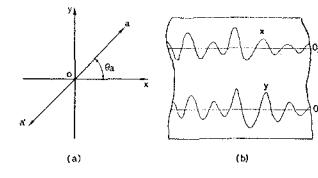


図-3 波力が作用する場合のx,y方向のひずみ量の説明図

なすa-a'方向の交番荷重が作用する場合、比例定数をk' として

θ_a は次式により求められる。

$$\tan \theta_a = \frac{k' \overline{aa'} \cos \theta_a}{k' \overline{aa'} \sin \theta_a} = \frac{y\text{方向のひずみ量}}{x\text{方向のひずみ量}} \quad (1)$$

この場合記録紙上にx,yについての原点 O_x, O_y を定めておけば、xおよびy方向のひずみ量は O_x, O_y を中心にして図-3(b)のような波形を描く。

次に定常流のみが作用している場合には図-4(a)のようになり、xおよびy方向のひずみ量は $k''\overline{OC} \cos \theta_c, k''\overline{OC} \sin \theta_c$ となり、測定記録は図-4(b)のようにx,yの原点 O_x, O_y からひずみ量 $k''\overline{OC} \cos \theta_c, k''\overline{OC} \sin \theta_c$ に比例する量だけ平行移動した点で直線を描くことになる。

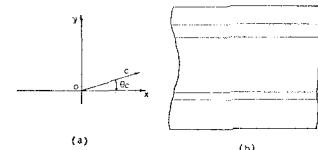


図-4 定常流が作用する場合のx,y方向のひずみ量の説明図

今この球体に定常流による力と波による波力とが同時に作用しているものとすると図-5(a)に示されるように、合成されたひずみ量の変化は $\overline{bb'}$ で表わされる。 $\overline{aa'}$ と $\overline{bb'}$ は平行で等しいからb点とb'点を知ることにより θ_a は

$$\begin{aligned} \tan \theta_a &= \tan \theta_b = \frac{k' \overline{bb'} \cos \theta_b}{k' \overline{bb'} \sin \theta_b} \\ &= \frac{y\text{方向のひずみ量の変化}}{x\text{方向のひずみ量の変化}} \end{aligned} \quad (2)$$

と求められる。ただし $k''\overline{OC}$ が短時間内に変動する場

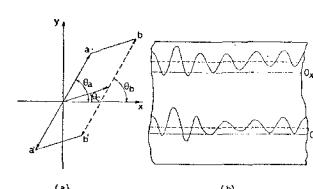


図-5 波力および定常流が同時に作用する場合のx,y方向のひずみ量の説明図

合には bb' は上の条件を満足しなくなるので ν より b' から θ_a を求めることは原理的に不可能となる。

この場合波力の作用方向を一定と考えているが、実際の海岸の波は卓越方向をもちながらも、種々の方向に進行する無数の波の集合と考えられるので、個々の波の波向の変化、表面波の波向と波力の作用方向の差を考慮しなければならない。現地観測データから波向を求める方法については 3. (3) より 5. において詳述する。

(2) 構造および測定回路

定置式波向計（抵抗ひずみ線型）の外観を写真-1 に示す。① は測定点の海中に設置する波向計受感部、② は自動平衡型記録計を使用した記録装置で、記録装置には測定回路の一部が組込まれている。

図-6 は波向計受感部の構造を示す。① は波力を直

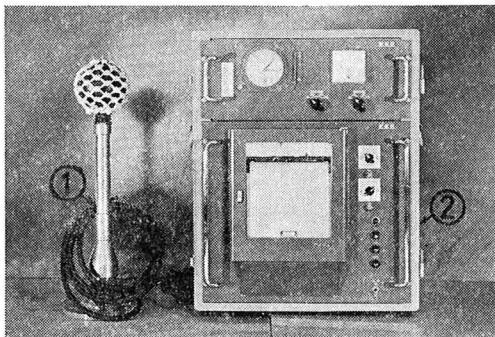


写真-1 定置式波向計（抵抗ひずみ線型）外観

① 受感部, ② 記録計

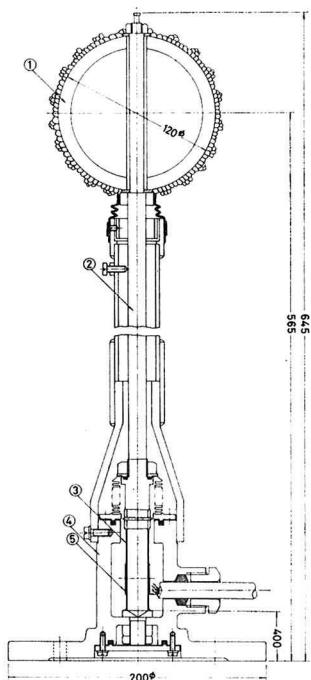


図-6 波向計受感部構造図

受けけるための受感球体で、② の連結棒、③ のたわみ検出用円筒よりなる受感桿の先端に取付けられており、受感球体の表面は流れにより測定上の雑音信号となる渦の発生を抑制する目的でナイロンロープで編んだ目の粗い網で包まれている。受感桿の下端は④ の組立基盤に固定されている。4 枚のストレインゲージ⑤ は検出円筒の側面四隅に対称的に貼付けられている。これらのストレインゲージは図-7 の測定回路図に示すとく、4 芯ケーブルにより陸上の記録装置部と接続され測定回路を形成している。

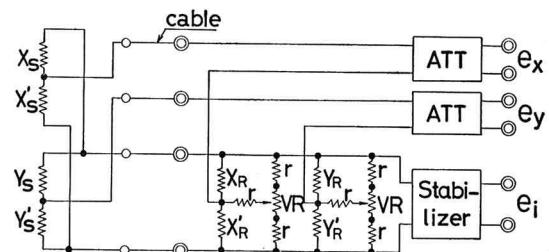


図-7 波向計測定回路図

(3) 波向の算定方法

水中に固定された半径 r の球体に作用する波力の x 成分 F_x 、および y 成分 F_y は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} F_x &= \frac{C_D W}{2g} (\pi r^2) V_x |V| + \frac{C_M W}{g} \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right) A_x \\ F_y &= \frac{C_D W}{2\delta} (\pi r^2) V_y |V| + \frac{C_M W}{g} \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right) A_y \end{aligned} \quad \dots \quad (3)$$

ここに、 C_D ：抵抗係数、 C_M ：質量係数、 W ：海水の単位体積重量、 g ：重力の加速度、 V_x ：水粒子速度の x 成分、 V_y ：水粒子速度の y 成分、 A_x ：水粒子加速度の x 成分、 A_y ：水粒子加速度の y 成分、 $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$ 方向スペクトル密度が次式で表わされるものとし、

$$p(f, \theta) = p_\eta(f) \frac{e^\alpha \cos(\theta - \tau)}{2\pi I_0(a)} \quad \dots \quad (4)$$

ここに、 $p(f, \theta)$ ：波の方向スペクトル密度、 $p_\eta(f)$ ：表面波のパワースペクトルに密度、 θ ：個々の波の波向、 τ ：もっと多くの波のエネルギーが進む方向、 α ： θ の τ への集中度を表す定数、 $I_0(a)$ ：変形された第1種のベッセル関数

式(3)の非線形項を線形近似して F_x, F_y を方向スペクトル $p(f, \theta)$ を含む形で表現し τ を求めると次式が得られる¹⁵⁾。

$$\sin \tau = \frac{2 P_{F_x} F_y(f)}{\sqrt{\{P_{F_x}(f) - P_{F_y}(f)\}^2 + \{2 P_{F_x} F_y(f)\}^2}} \quad \dots \quad (5)$$

ここに、 $P_{F_x} F_y$ ： F_x と F_y のクロススペクトル密度、 $P_{F_x}(f)$ ： F_x のパワースペクトル密度、 $P_{F_y}(f)$ ： F_y の

パワースペクトル密度。

$P_{F_x F_y}(f)$ は一般には実部と虚部とからなり式(5)を導入するにあたり虚部は 0 となるので実部のみを用いて τ を求めることになるが、実際の海の波から求められる $P_{F_x F_y}(f)$ の虚部は必ずしも 0 ではない（虚部は実部の 1/10 以下のオーダーであるが）。したがってこの式を用いて τ を求める場合には波力公式において非線形項を線形近似したための誤差のほかに上記理由に起因する誤差も介入する。

式(5)の右辺はすべて波向計による測定値から計算でき、 r は周波数 f ごとに求められるが、実際の計算手続きは電子計算機を必要とする。

4. 測定特性

定置式波向計と同様の原理の流速計が考案された例があるが実験の内容は明確ではない。 Harleman¹⁶⁾ らは係留索で海底に固定された水中の球体の運動を研究する際に棒の一端に固定された球体に作用する波力の実験を行なっている。また椎貝および河野¹⁷⁾も同様の実験を行なっている。 Grace¹⁸⁾ らは現地用波力計として使用している。

前述のごとく、海中の球に作用する波力を方向スペクトルをもつ波によるものと考える場合には、水槽による模型実験は現在のところ不可能である。したがって水路実験およびその他の特性試験としては、静的外力による実験、定常流による実験および二次元の波動中の実験を実施した。

現地用波向計の空中および水中での固有振動数を測定したところ、空中ではおよそ 16 Hz、水中で 8 Hz であった。これらの固有振動数から、水平静荷重 F_0 の作用した場合の振幅 λ_{st} と周期 3 sec の振幅 F_0/k の正弦波外力が作用した場合の振幅 λ_0 との比は 1.002 となり位相のずれは 2° である。卓越波向を算定する場合波向計に作用する波力の周期として 3 秒程度以上を考えれば十分であろうから、静的特性試験の結果から動的特性を類推することができるものと考えた。

任意の方向に力が作用した場合に、 x 方向および y 方向に対して、外力の作用方向に対応するひずみ量が検出されることを確認するため水平荷重を 15° 間隔で加え、その作用方向と各方位での x 方向、 y 方向のひずみ量の関係を検討した。図-8 はその一例で等しい大きさの水平荷重を加えた場合の x 、 y 方向のひずみ量に相当する量を $x-y$ 座標上にプロットしたものである。

外力作用方向は

から求められる。材質が均一で、ストレインゲージが正しく 90° ずつの間隔で円筒の軸方向と平行に貼りつけら

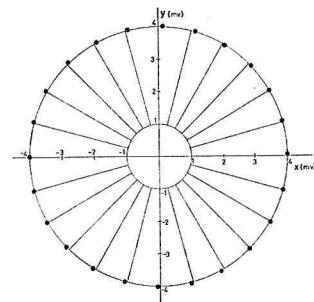


図-8 静荷重による特性試験結果、方向測定精度

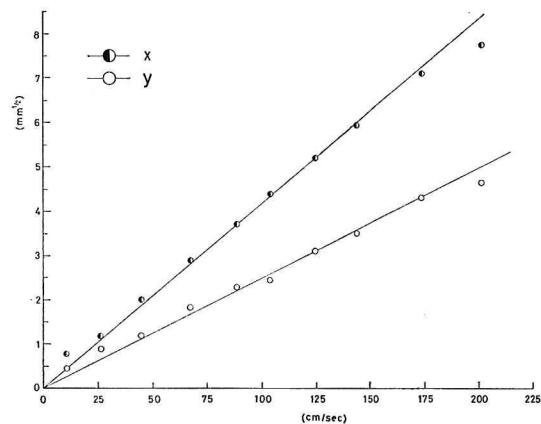


図-9 定常流の流速とひずみ量の平方根との関係

れている場合には図-8は正しい円になる。

水槽（通産省流速計検定所）で実施した挙動試験の結果の一例は図-9 のようになり、流速によるひずみ量は流速の2乗に比例することが確かめられた。

二次元水路の中での波向計の挙動は波が一定であるので、波向計を固定すれば x , y 方向のひずみ量は一定の周期（波の周期に近い）で繰返し測定される。写真一² は水路実験において波向計を受感桿軸のまわりを回転させ、波の作用方向を 45° ずつ変化させた場合に相当する x , y 方向のひずみ量を記録したものである。上段の記録で明瞭な波形が描かれていない部分は波が x , y 軸上の y 軸の正の方向から作用している場合である。右端の記録は第三象限の 45° の方向から波が作用している場合

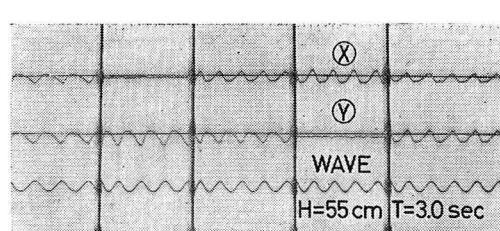


写真-2 二次元水路における波向計の記録例

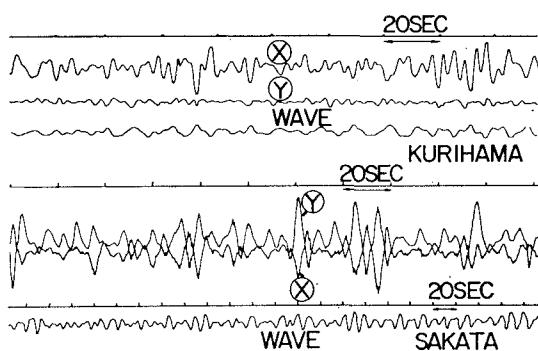


図-10 観測記録例

致している。

図-10 は酒田港および久里浜港における現地観測記録例であるが写真-2と比較して波力の変化は不規則であり、 x 方向、 y 方向の記録間の位相関係もきわめて不規則に変動しており、現地海岸における波の不規則性を良く表わしている。

5. 簡易法による波向の算定

(1) 算定方法

3.(3) の方法により、この波向計のデータから表面波の各周波数ごとの卓越波向を算定することができるが記録の解析法は繁雑である。波向の分布型が1モードの場合については以下に述べるように従来の波高計のアナログ記録の解析処理程度の作業で波向 r を求めることができる。

3.(3) と同様、波式公式において非線型項を線型近似して方向スペクトルを用いて波力 F_x, F_y の自己相関関数を求めて $\tau=0$ とおくと F_x, F_y の分散 σ_x^2 および σ_y^2 が次のように求められる。

$$\begin{aligned}\sigma_x^2 &= 2 \int_0^\infty \int_0^{2\pi} (C_D''^2 + C_M''^2) p(f, \theta) \cos^2 \theta d\theta df \\ \sigma_y^2 &= 2 \int_0^\infty \int_0^{2\pi} (C_D''^2 + C_M''^2) p(f, \theta) \sin^2 \theta d\theta df\end{aligned}\quad (7)$$

ここに C_D'' および C_M'' は次式で表わされるものである。

$$\left. \begin{aligned} C_D'' &= C_D \times \frac{W}{2g} \cdot \pi r^2 V_{rms} \sqrt{\frac{8}{\pi}} \\ &\quad \left(\frac{\cosh kR_h}{\sinh kh} \right) \times (2\pi f) \\ C_M'' &= C_M \times \frac{W}{g} \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right) \cdot \\ &\quad \left(\frac{\cosh kR_h}{\sinh kh} \right) \cdot (2\pi f)^2 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ここで V_{rms} : 一次元スペクトルから求められる水粒子速度の標準偏差、 R_h : 海底から波向計の球体中心までの高さ、 h : 水深。

方向スペクトル密度、 $p(f, \theta)$ に式(4)を仮定して σ_x^2, σ_y^2 を求めると次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x^2 &= C_f \left[1 + \frac{I_2(a)}{I_0(a)} \cos 2r \right] \\ \sigma_y^2 &= C_f \left[1 - \frac{I_2(a)}{I_0(a)} \cos 2r \right] \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

ここに、 $C_f = \int_0^\infty (C_D''^2 + C_M''^2) p_f(f) df$

$I_2(a), I_0(a)$ 変形されたベッセル関数。

ここで a の値が大きい場合（うねりのようにはほぼ同一の周波数帯に波のエネルギーが集中している場合）に

$$I_2(a) \approx I_0(a) \quad (10)$$

が成立することを考えて、 σ_x^2 と σ_y^2 の比をとってみると

$$\frac{\sigma_y^2}{\sigma_x^2} = \frac{1 - \frac{I_2(a)}{I_0(a)} \cos 2r}{1 + \frac{I_2(a)}{I_0(a)} \cos 2r} \quad (11)$$

となり式(10)が成立する場合には r は近似的に分散のみから次式のように求められる。

$$\tan r = \sqrt{\frac{1 - \cos 2r}{1 + \cos 2r}} = \sqrt{\frac{\sigma_y^2}{\sigma_x^2}} \quad (12)$$

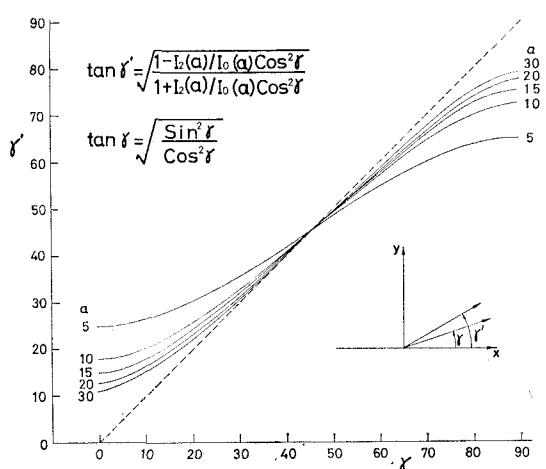
したがって r の値は F_x と F_y の標準偏差の比として求められ、近似的精度は a の大きさおよび r の値によって決まる。種々の a および r について r' を次式

$$\tan r' = \sqrt{\frac{1 - I_2(a)/I_0(a) \cos 2r}{1 + I_2(a)/I_0(a) \cos 2r}} \quad (13)$$

で計算し r についてプロットすると図-11 のようになる。図中の点線は $r=r'$ の線である。

この方法で実際の波向計記録から波向を算定する場合には次の手順に従えば良い。

1) 記録紙上の F_x, F_y の符号を確認し、記録全体として F_x と F_y の位相があつてあるかどうか調べる。

図-11 r' と r との関係

ロ) 長周期の変動を取り除く。ハ) F_x, F_y の標準偏差の比を求める。ニ) $r' = \tan^{-1} \sqrt{\sigma_y^2/\sigma_x^2}$ により r' を求め 図-11 の関係を用いて r を求める。ホ) イ) の結果を 参照して r が第1象限か第2象限かを決める。

波による水粒子の運動は往復運動であるので、一般には r が第1象限か第3象限かの識別はできないが、波高の同時観測記録がある場合には波向として一つの方位を 決定することができる。

(2) 簡易法による波向測定精度

方向スペクトルをもつ波による波力を考える場合、たとえ卓越波向が y 軸または x 軸に平行なときでも σ_x^2 または σ_y^2 は 0 にはなり得ないので σ_x^2, σ_y^2 から求められる r' の値は、 α の大きさにより最小値、最大値が定まつてくる。いま $\alpha=15$ とすれば r' の最小値は 14.7° であり最大値は 75.3° となる。表面波の卓越波向 r が 0° であっても、 r' は 14.7° と求められるわけである。

図-11 から明らかのように、 α の値が未知の場合には真の波向が 45° に近い場合には r' はほぼ 45° に近い値になるが、真の波向 0° または 90° に近づくにつれ精度は悪くなる。いま α の値が平均的に $10\sim20$ 度とすれば $\alpha=15$ の場合の r' と r の関係を用いて補正された波向測定値は $\pm 5^\circ$ 度程の誤差を含むこととなるが、この精度は通常の定常観測値としては一応満足し得るものと考えられる。

α の値については現地観測データの解析結果も少なく現地観測データには若干の設置誤差も含まれるので、 α および r の値を与えて電子計算機によりシミュレートした波力を用いて、簡易法により r' の値を求め、与えられた r と比較すると図-12のごとくなる。図中の $H_{1/3}$ は表面波の分散 σ_y^2 から $H_{1/3}=4.0\sqrt{\sigma_y^2}$ により求めた 値である。図-12 から、現地海岸での波高の変化、 C_M/C_D の変化により r' と r の差はあまり大きく変動しないことが推察される。また式(5)により求められる r と r' を比較した場合には波の卓越周期付近での r と r' はほとんど等しくなったがこれは自明のことであろう。

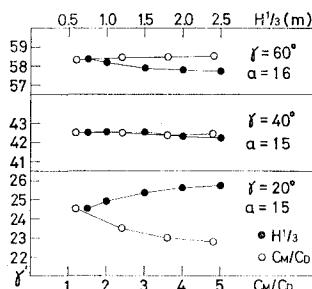


図-12 $H_{1/3}, C_M/C_D, r$ および α の差による r' の変化

6. 結論

(1) 定常流と波力が同時に作用する地点において、水粒子運動の絶対値の測定を必要とせず、また定常流の分離解析をすることなく沿岸波浪の波向観測が可能である。

(2) 取得データを簡易法により整理する場合でも通常の波浪観測における実用的精度を有するものと考えられる。

(3) 表面波の卓越波向と受感部座標軸のなす角度あるいは被測定波浪の諸元によって測定精度が一様でない。

(4) スペクトルピークが複数の波に対しては簡易法による解析のみでは誤認となるおそれがある。

等の結論が得られた。(3)の問題については現用の波向検出円筒に貼られている 90° 間隔 4 枚のストレインゲージを 8 枚とし、各ゲージの間の角度を 45° とすれば大幅な精度の改善を期待することができるであろう。

(4) についてはシミュレーションおよび現地観測データによりさらに検討する必要があると考えられる。

最後に本器の開発にあたり、現地観測の実施にご援助いただいた第一港湾建設局酒田港工事事務所各位ならびに本器製作に際して協力いただいた協和商工 岩崎秀人氏に謝意を表します。

本稿作成にあたり当所水工部観測調査課中井徹也技官の協力を得た。

参考文献

- 1) 高橋智晴：“沿岸波浪観測法—観測機器装置と観測値の質についての考察”，第20回運輸省港湾局直轄技術研究会資料，1969, 11月。
- 2) 井島武士・高橋智晴・佐々木弘：“波向観測等におけるレーダの応用”，第11回海岸工学講演会講演集，1964, pp. 81~88.
- 3) 板尾純一・木戸 武・井島武士・松尾隆彦・石川敏雄：“日本海沿岸の波について（第2報）—金沢海岸のレーダ観測による波向分布”，第14回海岸工学講演会講演集，1967, pp. 81~88.
- 4) 運輸省第一港湾建設局：“波浪観測台帳による観測記録の整理について”，新潟調査設計事務所資料，1970, 3月。
- 5) 井島武士・高橋智晴：“実体写真法による波浪の観測第二報”他、運輸技術研究所報告、第二卷4号、昭27年。
- 6) Kinsman, B. : "Wind Waves," Prentice-Hall, 1965, pp. 460~472.
- 7) Munk, W. H. et. al. : "Directional recording of Swell from distant Storms" Phil. Trans. Roy. Soc. A, Vol. 255, 1963.
- 8) 井島武士・木内政銘・関口雅臣：“波高計を利用した波向観測”，第13回海岸工学講演会講演集，1966, pp. 30~35.
- 9) 柿沼忠男・石田昭：“波浪スペクトルにもとづく大湊海岸の波向の推算について”京都大学防災研究所年報、第11号B, 1968, pp. 337~354.

- 10) 光易恒：“博多湾の風と波—低風速時の一例”，第15回海岸工学講演会講演集，1968，pp. 58～64。
- 11) 永田豊・彦坂繁雄・松本信保：“電磁流速計による波向観測—福井県三国港における観測結果より一”，第10回海岸工学講演会講演集，1963，pp. 37～41。
- 12) Longuet-Higgins, M. S., and Cartwright, D. E.：“Observation of the Directional Spectrum of Sea Waves Using the Motion of a Floating Buoy,” Cont. on Ocean Wave Spectra, 1961.
- 13) 高橋智晴・鈴木祐実・佐々木弘：“定置式波向計（抵抗歪線型）の開発” 港湾技術研究所報告，第9巻1号，1970，pp. 151～177。
- 14) 井島武士・高橋智晴・中村憲一：“小名浜港における波浪の種々の観測”，運輸技術研究所報告，第7巻，12号
- 15) Suzuki, Y.：“Determination of Approximate Directional Spectra for Coastal Waves” 港湾技術研究所報告，第8巻第4号，1969，pp. 43～101.
- 16) Harleman, R. F. and W. C. Shapiro：“The Dynamics of Submerged Moored Sphere in Oscillatory Waves,” Proc. of 7th conf. on Coastal Eng. 1961, pp. 746～765.
- 17) 植貝博美・河野二夫：“波動による球の振動”，第15回海岸工学講演会講演集，1968，pp. 97～102。
- 18) Grace, R. A. and F. M. Casciano：“Ocean Wave Forces on a Subsurface Sphere”，Proc. of A. S. C. E. WW 3, 1969, pp. 291～317.