河口密度流に関する二，三の問題

中　村　　宏*

1. まえがき

日本海に流入する河川の河口では弱混合型の河口密度流を生じ，淡水と塩水とが層状に重なって塩水くさびを生ずる。塩水くさびについてはすでに多くの研究が発表されているが，この論文では従来あまりとりあげられていない実河川における塩水くさび形状の計算について，および塩水くさびの形成されている河口での発電所冷却水の取・放水の解析・実験について述べる。

2. 河口地形を考慮した塩水くさび形状の計算

(1) 概　要

実河川の塩水くさび形状を計算するにあたって考慮せねばならない点は断面変化の著しいことと，淡水層は塩水層に接するとともに側岸および河床の一部にも接していて，塩水くさびの終端の近くでは流水に対するこれらの抵抗を無視できないことである。筆者はかつて河口地形を考慮した塩水くさび形状の計算法を提案し，神通川に適用して好結果を得たが[1),2)]，最近この方法により福井県・九頭竜川河口の塩水くさび形状を計算し，実測結果との比較を行なったので，以下にその概要を述べる[3)]。

(2) 計算式

水面を水平とみなし，塩水の遡上流速を無視すれば，実河川の定常塩水くさびの形状は次の式から得られる。

$$\varepsilon h_{1\mathrm{I}}+\frac{Q_1^2}{2gA_{1\mathrm{I}}^2}\left\{1-\frac{K_{\mathrm{I}}(R_{1\mathrm{I}}+R_{2\mathrm{I}})}{R_{1\mathrm{I}}R_{2\mathrm{I}}}\Delta x\right\}$$
$$=\varepsilon h_{1\mathrm{II}}+\frac{Q_1^2}{2gA_{1\mathrm{II}}^2}\left\{1+\frac{K_{\mathrm{II}}(R_{1\mathrm{II}}+R_{2\mathrm{II}})}{R_{1\mathrm{II}}R_{2\mathrm{II}}}\Delta x\right\} \quad \cdots\cdots(1)$$

$$K=\frac{kR_1+\left(k\frac{P_i}{P_1}+\frac{n^2g}{R_1^{1/3}}\cdot\frac{P_{1b}}{P_1}\right)R_2}{R_1+R_2} \quad \cdots\cdots(2)$$

ただし，Q_1：淡水流量，h_1：淡水水深，A_1：淡水層の流水断面積，P_i：淡・塩水境界面の長さ，P_{1b}：淡水層の接する側岸・河床の長さ，$P_1=P_i+P_{1b}$：淡水層の潤辺，$R_1=A_1/P_{1b}$：淡水層の径深，$R_2=A_2/P_{2b}$：塩水層の径深，(A_2：塩水層の断面積，P_{2b}：塩水層の潤辺)，n：淡水層の接する側岸・河床の Manning の粗度係数，Δx：区間距離，g：重力加速度，$\varepsilon=(\rho_2-\rho_1)/\rho_2$，($\rho_1$：淡水密度，$\rho_2$：塩水密度である)，なおこの式で添字Ⅰ，Ⅱはそれぞれ下流側断面Ⅰおよび上流側断面Ⅱにおける値を示す。また x 軸は下流向きにとっているので，河口から淡水水深を逐次計算していく際，Δx の符号は負にとる。

河口限界水深は

$$h_{1c}=\sqrt[3]{\frac{Q_1^2}{\varepsilon gB^2}} \quad \cdots\cdots(3)$$

により求めた。ただし，B：河口端の幅である。

(3) 淡・塩水境界面の抵抗係数

塩水くさび形状の算定に必要な淡・塩水境界面の抵抗係数についてはすでに多くの研究が行なわれており，現在ではその大きさは内部フルード数の二乗とレイノルズ数との積の関数と考えられていて，表示式もいくつか提案されている。

ここでは九頭竜河口における観測結果から境界面抵抗係数を逆算し，これまで発表されている値との比較を行なった。抵抗係数の算定にあたっては側岸の抵抗の影響のあまり入っていない観測値を用いた。算定式としては川幅の変化を考慮した

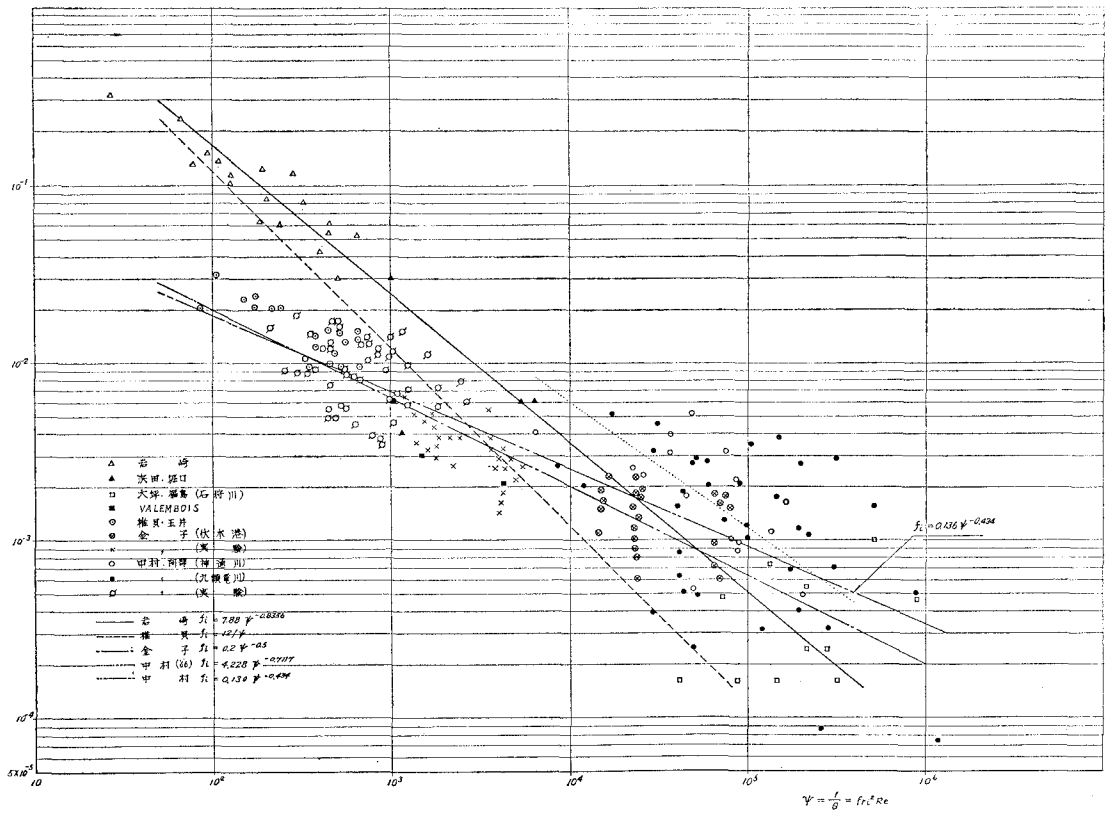
$$k=\frac{f_i}{2}=\frac{-\left(1-\frac{Q_1^2}{\varepsilon gB^2h_1^3}\right)\frac{dh_1}{dx}+\frac{Q_1^2}{\varepsilon gB^3h_1^2}\frac{dB}{dx}}{\frac{Q_1^2}{\varepsilon gB^2h_1^3}\cdot\frac{h_1+h_2}{h_2}} \quad \cdots\cdots(4)$$

を用いた。ただし，h_2：塩水水深，B：川幅である。

九頭竜川河口で得られた抵抗係数値をこれまで発表されている実測値，実験値と比較すると**図—1**のようになる[4)]。この図より明らかなように九頭竜川河口における値は神通川河口における値とほぼ同じ範囲にあるが，石狩川河口や伏木港における値より大きい値も得られている。しかしこの図に記されている伏木港の値はくさび中央部の境界面勾配の小さい部分についてのもので，河口端やくさび終端付近では，f_i の値は $2\times10^{-3}\sim4\times10^{-2}$ の範囲にあることが報告されている[5)]。このような点を考慮すると九頭竜川河口における境界面抵抗係数値は妥当な値といえる。

実河川では河道の弯曲，側岸の凹凸等が抵抗係数値に影響するし，観測の精度もよくないので，f_i の値はかなり散乱し，これを一つの式で表わすのはやや無理とも考えられるが，実用上は実験室の小水路から実河川にわ

* 正会員　財団法人電力中央研究所技術第二研究所



図—1　二層境界面の抵抗係数

たって成立する式があった方が便利である。図—1に記されている値を用い $\psi=F_{ri}^2Re$ と f_i との関係を求めると次の式が得られる。

$$f_i=0.136\,\psi^{-0.434} \quad \cdots\cdots(5)$$

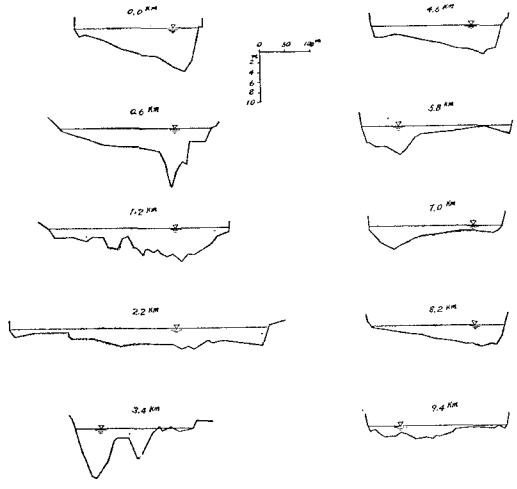
(4)　計算結果および実測値との比較

塩水くさび形状の計算は平均潮位について行ない，$\varepsilon=0.02$ とした。また淡・塩水境界面の抵抗係数の値は式(5)によって求めた。粗度係数 n の値は $n=0.02$ とした。計算に用いた横断面は昭和43年11月～昭和44年2月に測量されたものである。代表的横断面の形状は 図—2 のとおりである。

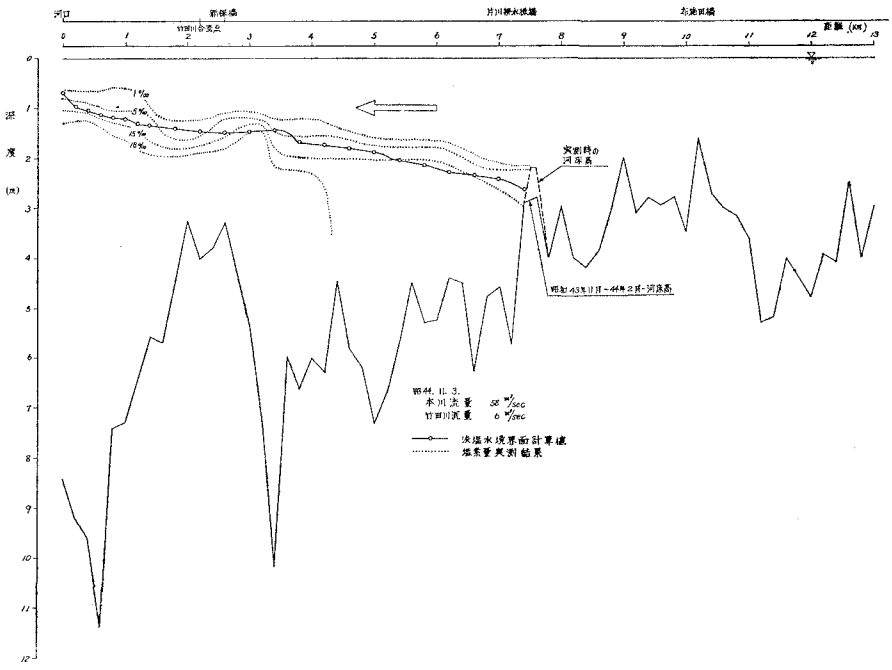
a)　淡水水深と塩水くさび形状

塩水くさび形状の計算結果を実測結果と比較すると 図—3，図—4 のようになる。また代表的横断面における淡水水深の計算結果，実測結果を河口流量（本川流量＋竹田川流量）との関係で示すと 図—5 のようになる。なお実測では流心に沿って河水の電気伝導度と水温の鉛直分布を測定し，間接的に塩素量を求めた。

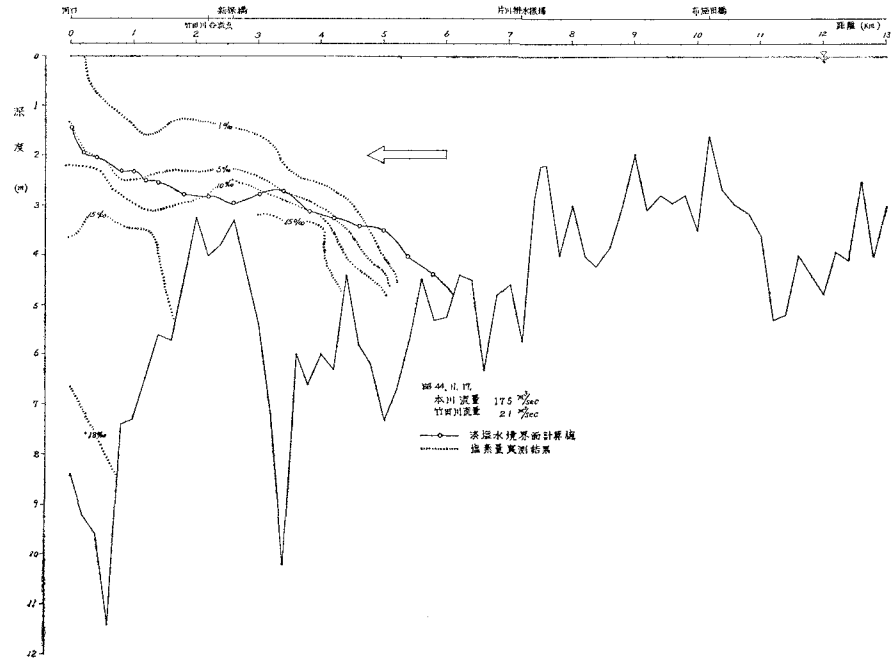
計算結果と実測結果とはかなりよく一致しているが，河口から 2.6 km の地点では淡水水深の計算値が実測値より大きくなっている。これは次のような理由によるものであろう。3.0 km 地点の川幅は 201 m，2.0 km 地点の川幅は 386 m であって，わずか 400 m の区間で川幅は 185 m も主として右岸側へ拡大している。このため 2.6 km 地点の右岸側は淡水流の死水領域となり，淡・塩水境界面は左岸側よりも高いと考えられる。ところが実測は河心より右岸側で行なったため，計算値と実測値の相違を生じたのではないかと考えられる。



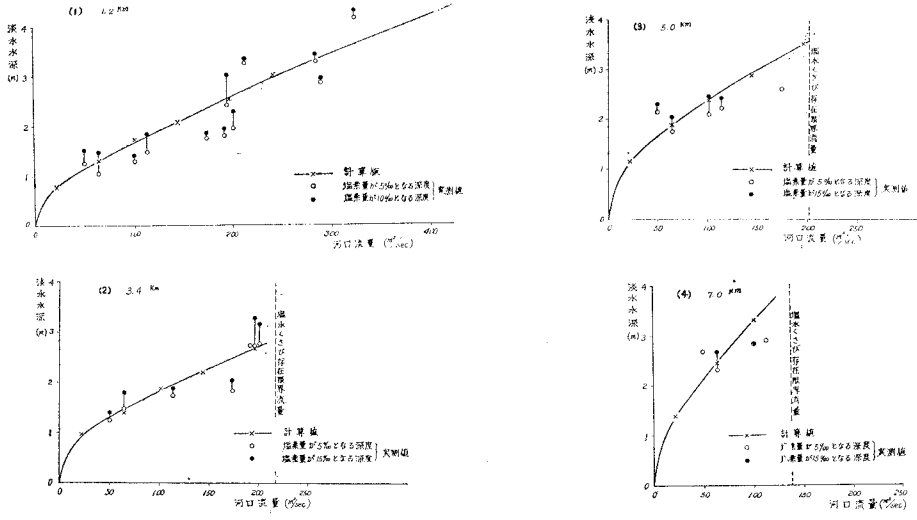
図—2　九頭竜川河口の河川横断面



図—3 塩水くさび形状計算値と実測結果の比較（1）



図—4 塩水くさび形状計算値と実測結果との比較（2）

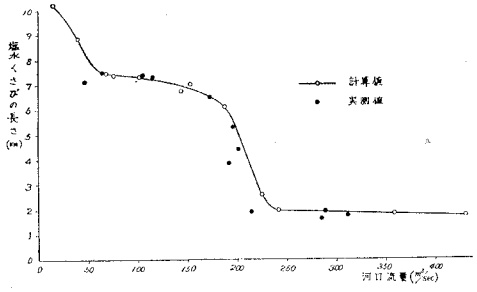


図—5　河口流量と淡水水深の関係

b)　塩水くさびの長さ

くさび終端付近の機構は複雑であるが，実用上は終端付近の二層境界面を延長して，これが河床と交わる点をくさび終点とすればよいであろう。またいろいろの流量値についてくさび形状を計算すれば，各横断面で河口流量と淡水水深の関係が得られるから，この関係から外挿によってその地点がくさび終端となる河口流量をおおよそ推定できる。ただしこの方法は横断面のすぐ下流に河床の高い部分があれば，河床の高い部分で塩水の遡上が阻止されるので用いることはできない。

上に述べた方法で求めた平均潮位での河口流量と塩水くさびの長さの関係は図—6のようになる。また実測から得られた淡・塩水境界面（ここでは塩素量5‰の等濃度線を境界面とみなした）を延長し，これが河床と交わる点をくさび終端の実測値と考え，図—6に併記した。図から明らかなように計算値と実測値はきわめてよく一致している。

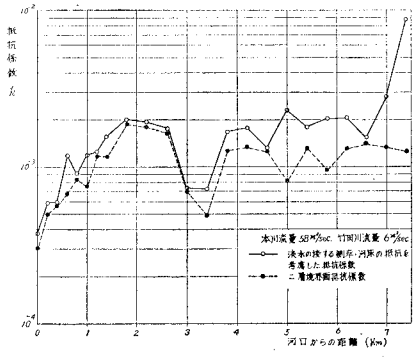


図—6　河口流量と塩水くさびの長さの関係

c)　抵抗係数

この計算では淡・塩水境界面の抵抗係数と淡水の接する側岸・河床の抵抗係数との平均の抵抗係数を各区間ごとに算出してくさびの形状を求めている。

計算に用いた抵抗係数 k の一例を示したのが図—7である。k の値は河口端付近およびくさび終端付近では河口からの距離とともに増加する傾向にあるが，くさび中央部では 3.0 km および 3.4 km 地点を除いて大きな変化はない。この傾向は河川流量が異なっても同様であり，実測から得られる抵抗係数の縦断変化の一般的傾向とも一致している。3.0 km および 3.4 km 地点で抵抗係数の値が小さくなるのはこの付近の川幅が狭く，淡水流速がこの上・下流部よりも大きくなり，したがって $\psi=F_{ri}^2Re$ の値が大きくなるからである。



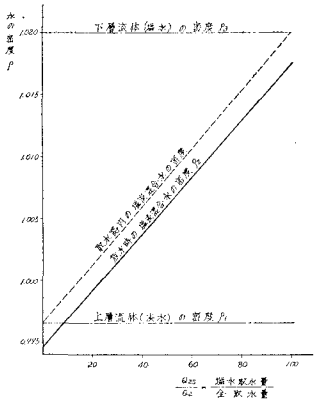
図—7　塩水くさび形状の計算に用いた抵抗係数値

3.　河口における発電所冷却水の取放水

(1)　概　　要

潮差が小さく塩水くさびの浸入している河口で火力発電所の冷却水を取水し，その下流で河口内にこれを放水する場合を考える。河口で冷却水を取水する場合，淡・塩両水を取水することになるが，たとえば淡水・塩水の水温はともに 27°C であるとし，この両者をある割合で取水して冷却水として使用した後，放水温 34°C で放流

したとする。淡水密度を $\rho_1=0.9996$，塩水密度を $\rho_3=1.0200$ とし，淡水・塩水の取水割合と放流水の密度の関係を求めると図—8のようになり，放流水の密度は淡水・塩水の密度の中間の値になる。このような場合，取水口より下流では淡水・淡塩混合水(放流水)・塩水が層状に重なり三重水層を生ずるのではないかと考えられる。三重水層を生ずるものとすれば，冷却水の再循環を防ぐためには取・放水口間の距離を淡水と塩水の間に浸入した淡塩混合水くさびの長さより大きくとっておく必要がある。

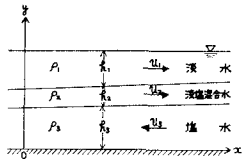


図—8

以上のような理由で三層流についての解析および実験を行なっている。まだ十分な成果は得られていないが，ここにその概要を紹介することにする。

(2) 三層流の一次元解析

幅一定，水深一定の底が水平な水路を考え，各層において流速は鉛直方向に一様であるとし，また静水圧分布を仮定する。上層，中層，下層の水深，流速，密度を図—9のようにとれば，定常三層流の運動方程式は次のようになる。



図—9

$$u_1\frac{du_1}{dx}+g\left(\frac{dh_1}{dx}+\frac{dh_2}{dx}+\frac{dh_3}{dx}\right)=-\frac{\tau_{12}}{\rho_1 h_1} \quad \cdots\cdots(6)$$

$$u_2\frac{du_2}{dx}+g\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\frac{dh_1}{dx}+\frac{dh_2}{dx}+\frac{dh_3}{dx}\right)=\frac{\tau_{12}-\tau_{23}}{\rho_2 h_2} \quad \cdots\cdots(7)$$

$$u_3\frac{du_3}{dx}+g\left(\frac{\rho_1}{\rho_3}\frac{dh_1}{dx}+\frac{\rho_2}{\rho_3}\frac{dh_2}{dx}+\frac{dh_3}{dx}\right)=\frac{\tau_{12}-\tau_b}{\rho_3 h_3} \quad \cdots\cdots(8)$$

また連続方程式は

$$Q_1=u_1Bh_1 \quad \cdots\cdots(9)$$

$$Q_2=u_2Bh_2 \quad \cdots\cdots(10)$$

$$Q_3=u_3Bh_3 \quad \cdots\cdots(11)$$

である。ここで，Q_1, Q_2, Q_3 はそれぞれ上層流，中層流，下層流の流量，τ_{12}, τ_{23}, τ_b はそれぞれ上層・中層間，中層，下層間，下層・河床間のせん断応力である。また B は水路幅である。

式(9)，(10)，(11)をそれぞれ式(6)，(7)，(8)に代入し，かつ $F_{r_1}^2=u_1^2/gh_1$, $F_{r_2}^2=u_2^2/gh_2$, $F_{r_3}^2=u_3^2/gh_3$, $\varepsilon_{12}=(\rho_2-\rho_1)/\rho_2$, $\varepsilon_{13}=(\rho_3-\rho_1)/\rho_3$, $\varepsilon_{23}=(\rho_3-\rho_2)/\rho_3$, $i_1=\tau_{12}/\rho_1 gh_1$, $i_2=-(\tau_{12}-\tau_{23})/\rho_2 gh_2$, $i_3=-(\tau_{23}-\tau_b)/\rho_3 gh_3$ とおけば，

$$(1-F_{r_1}^2)\frac{dh_1}{dx}+\frac{dh_2}{dx}+\frac{dh_3}{dx}+i_1=0 \quad \cdots\cdots(12)$$

$$(1-\varepsilon_{12})\frac{dh_1}{dx}+(1-F_{r23})\frac{dh_2}{dx}+\frac{dh_3}{dx}+i_2=0 \quad \cdots\cdots(13)$$

$$(1-\varepsilon_{13})\frac{dh_1}{dx}+(1-\varepsilon_{23})\frac{dh_2}{dx}+(1-F_{r_3}^2)\frac{dh_3}{dx}+i_3=0 \quad \cdots\cdots(14)$$

となる。

連立方程式(12)，(13)，(14)において x の微分項の係数によって作られる行列式 Δ は，$F_{ri_{12}}^2=F_{r_1}^2/\varepsilon_{12}$, $F_{ri_{21}}^2=F_{r_2}^2/\varepsilon_{12}$, $F_{ri_{23}}^2=F_{r_2}^2/\varepsilon_{23}$, $F_{ri_{32}}^2=F_{r_3}^2/\varepsilon_{23}$ とおけば，

$$\begin{aligned}\Delta=\varepsilon_{12}\varepsilon_{23}[1&-\{F_{ri_{12}}^2+F_{ri_{21}}^2+F_{ri_{23}}^2+F_{ri_{32}}^2\}\\&+\{F_{ri_{12}}^2\cdot F_{ri_{23}}^2+F_{ri_{21}}^2\cdot F_{ri_{32}}^2+F_{ri_{32}}^2\cdot F_{ri_{12}}^2\}\\&-\varepsilon_{23}F_{ri_{12}}^2\cdot F_{ri_{23}}^2\cdot F_{ri_{32}}^2]\end{aligned} \quad \cdots\cdots(15)$$

となる。式(15)の右辺の大カッコ内の第3項，第4項ははじめの2項に比してはるかに小さいので，これらを省略すると，

$$\Delta=\varepsilon_{12}\varepsilon_{23}[1-\{F_{ri_{12}}^2+F_{ri_{21}}^2+F_{ri_{23}}^2+F_{ri}^2{}_{32}\}]$$

となる。同様の省略を行なえば，定常三層流の基礎方程式

$$\frac{dh_1}{dx}=\frac{-\{1-(F_{ri_{23}}^2+F_{ri_{32}}^2)\}\dfrac{i_1-i_2}{\varepsilon_{12}}+F_{ri_{21}}^2\cdot\dfrac{i_2-i_3}{\varepsilon_{23}}}{1-(F_{ri_{12}}^2+F_{ri_{21}}^2+F_{ri_{23}}^2+F_{ri_{32}}^2)} \quad \cdots\cdots(17)$$

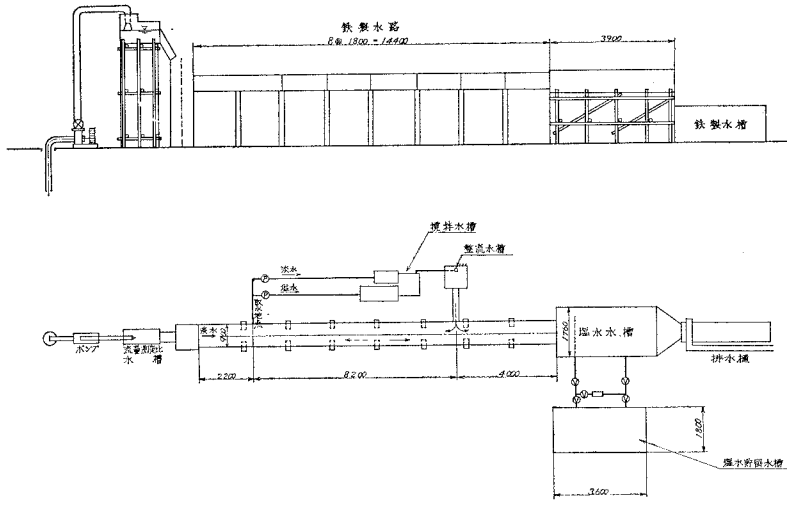
$$\frac{dh_2}{dx}=\frac{(1-F_{ri_{32}}^2)\dfrac{i_1-i_2}{\varepsilon_{12}}-(1-F_{ri_{12}}^2)\dfrac{i_2-i_3}{\varepsilon_{23}}}{1-(F_{ri_{12}}^2+F_{ri_{21}}^2+F_{ri_{23}}^2+F_{ri_{32}}^2)} \quad \cdots\cdots(18)$$

$$\frac{dh_3}{dx}=\frac{-F_{ri_{23}}^2\cdot\dfrac{i_1-i_2}{\varepsilon_{12}}+\{1-(F_{ri_{12}}^2+F_{ri_{21}}^2)\}\dfrac{i_2-i_3}{\varepsilon_{23}}}{1-(F_{ri_{12}}^2+F_{ri_{21}}^2+F_{ri_{23}}^2+F_{ri_{32}}^2)} \quad \cdots\cdots(19)$$

が得られる。

(3) 実験装置と実験方法

実験装置は図—10に示すとおりであって，長さ14.4 m 幅 90 cm，高さ 25 cm の河川部と長さ 3.9 m，幅 1.76 m，高さ 50 cm の海部から成る。河川部の側面は透明塩化ビニール板として流況観察の便をはかった。取



図—10　実験装置概要図

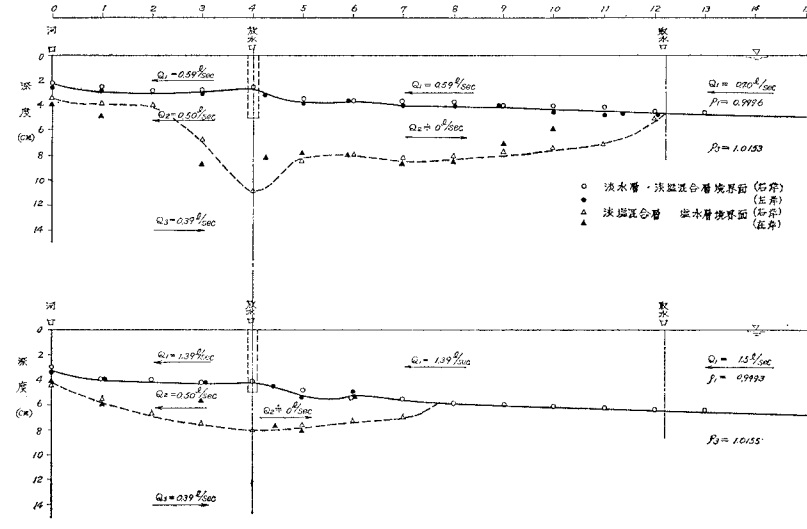
放水設備は，河口から 12.2 m のところに取水口，4 m のところに放水口を設けた。取放水はともに河川部に対して 90° の角度で行なった。取水口では淡水・塩水の取水割合を任意に変えられるように淡水は水面付近で，塩水は水路底で別個に取水した。取水した淡水・塩水はそれぞれ流量を測定した後，撹拌水槽で混合し放水路へ導いた。放水路の幅は 20 cm で，放水口ではその底は河川部の底より 15 cm 高くなっている。

実験の手順は以下のとおりである。まず淡水を河川部，海部に貯留した後，ローダミンBで赤く着色した塩水を塩水貯留水槽からポンプで河川部，海部に入れる。淡水流量を所定の値にして，河川部の淡・塩二重水層が定常状態になってから，淡水・塩水を所定の流量で取水し，その混合水をウォーター・ブルーで青く着色して放水口から放流する。実験中は絶えず塩水を供給し，淡塩混合水と塩水の境界面が低下しないようにする。水路内の三重水層が定常状態になってから，水路側面に貼りつけたスケールを読取って各層の水深を求める。

実験は現在継続中であるが，これまでの実験範囲は，淡水流量 $Q_1=0.7\,l/\mathrm{sec}\sim2.5\,l/\mathrm{sec}$，冷却水取水量 $0.5\,l/\mathrm{sec}$，取水に際しての淡・塩混合比 1：1.94～1：9.00 である。河川部の全水深は $H=20\,\mathrm{cm}$，塩水密度は $\rho_3\fallingdotseq1.0155$ として一定に保った。

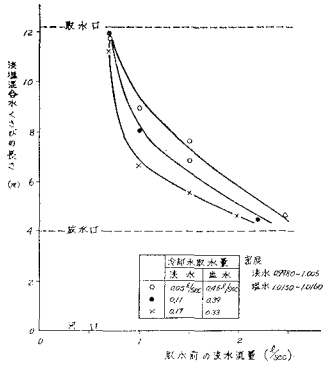
(4)　実験結果と考察

実験結果の一例は図—11に示すとおりであって，淡水・淡塩混合水・塩水は明瞭な三重水層を形成する。放水口地点では淡塩混合水が対岸に衝突するため，上層・中層の境界面は他よりも高く，中置・下層の境界面は他よ



図—11　淡塩混合くさびの縦断形状

りも低い。淡水流量が小さいときは，放水口上流に淡塩混合水くさびが形成されるが，放水口からくさび終端までの距離は右岸側（放水口の反対側）の方が左岸側よりいくらか長い。左右両岸のくさびの長さを平均し，淡水流量との関係を示すと図—12のようになり，淡水流量が2.5 l/sec 程度になると，放水口上流の淡塩混合水くさびは消滅することがわかる。淡水流量を 2.5 l/sec 以上とし，流量を徐々に増してゆくと，放水口から放流された淡塩混合水は次第に左岸側へ片寄るようになる。



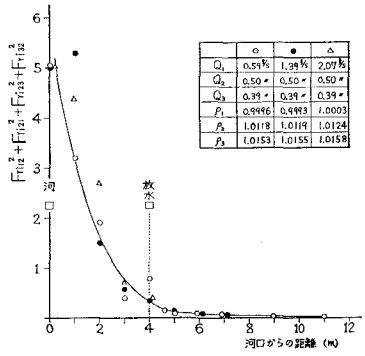
図—12　淡水流量とくさびの長さの関係

淡塩混合水くさびの形状を理論的に求めるには，式(17)，(18)，(19)を解けばよいが，そのためにはまずどこで限界条件が満足されているかを知る必要がある。図—11に示したくさびの縦断形状をみると放水口付近で各層の水深が急変しているので，限界条件を満足する点はこの付近にあるのではないかと予想される。三層流の場合，限界条件は

$$Fri_{12}^2+Fri_{21}^2+Fri_{23}^2+Fri_{32}^2=1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(20)$$

であるが，実験結果から式(20)の左辺を計算し，この値の縦断変化を示すと図—13のようになる。すなわち式(20)を満足する点は放水口より約 1.3m 下流にある。

現在までの実験の経過は以上のとおりであるが，今後



図—13

はさらに各種の量を変えて実験を行なうとともに，放水口付近の局所的流況をも調べ，最終的には実河川の河口で冷却水の取放水を行なう場合の再循環を防止し得る取放水口間距離を求めたいと考えている。

4. 結　　語

河口地形を考慮した九頭竜川河口塩水くさび形状の計算および河口における冷却水の取放水の解析・実験について述べた。後者については現在実験を継続中であり，次の機会に詳細を発表したいと考えている。終りに，計算や実験にご協力いただいた当所土木第一部の阿部宣行氏に謝意を表する次第である。

参考文献

1) 中村・稲松：神通川河口の塩水くさびについて，第13回海岸工学講演会講演集（1966）
2) 中村・阿部：河口二層流の研究（河口地形・河床抵抗を考慮した塩水くさび形状の理論解析），電研・技術研究所報告 No. 66074（1967）
3) 中村・阿部：九頭竜川河口塩水くさびの研究，電研・技術第二研究所報告 No. 70519（1970）
4) 海岸保全施設設計便覧 p. 83
5) 金子安雄：二層流境界面抵抗係数の一例，第13回海岸工学講演会講演集（1966）