

流れの場に海洋放出された廃液の浮上 プリームの分岐拡がり

林 泰 造*・首 藤 伸 夫**

1. ま え が き

廃水を十分長い管路で沖合に導き、そこで海洋放棄する方法は欧米諸国の多くの沿岸都市においては今日一つのプラクティスとなっている。しかし、その方法を誤ると海岸地域に大きな汚染を生ずることも起こりうるので、この方式の適用については十分の検討が必要である。

本研究はそのような研究の一つとして行なわれたものである。

2. 煙突の煙の挙動と海底近くから放出された廃水プリームの挙動との比較

図-1 のように、海底近くから水平流れのある場に、鉛直上方に向けて廃液（多くの場合、その比重はほとんど真水の比重に等しいと考えられる）を定常的に放出する場合、その廃液は図示のような一本のプリームを形成し、その形で廃液濃度が流れの方向に対して低減してゆくものと従来は考えられてきた。そこで、このプリームの研究にも、大気中の拡散の式と類似の式を適用することが考えられる。首藤の研究「流水中での重力拡散¹⁾」はその線に沿うものである。

しかし、中央大学水理実験室で行なわれた実験においては、プリームが浮上して海面に近づくとき、プリームはにわかに二条に分れて、以後真中の部分に空間を残しつつ両側に拡がってゆく現象（写真-1）がほとんどすべての場合において見られた。これは煙の大気中にお

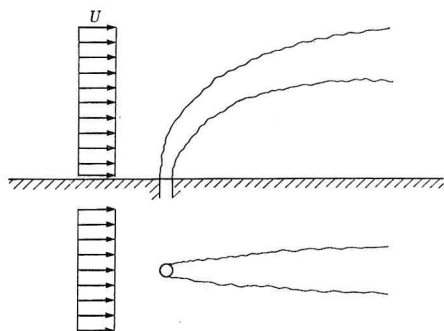


図-1

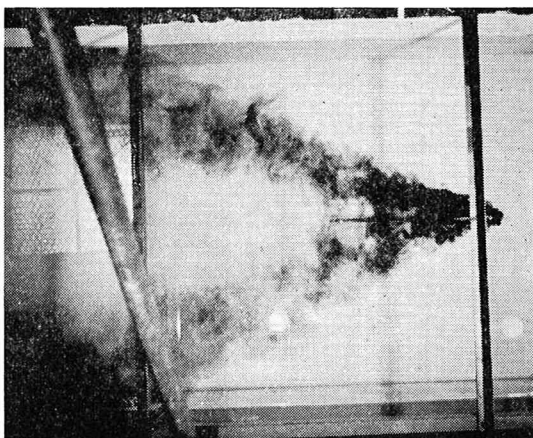
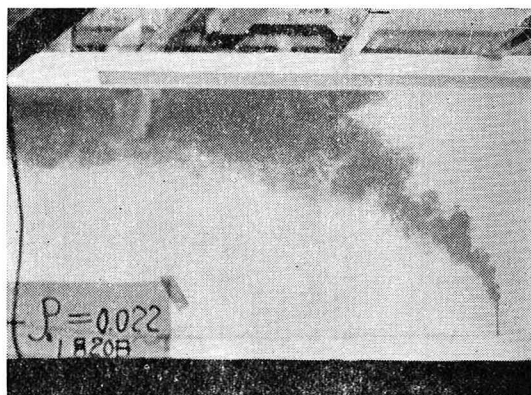


写真-1 プリームの分岐

ける拡散の状況と著しく異なる点であり、このために、海洋の流れが海岸線に平行な場合でも、廃液のプリームの半分は海岸の方向に向う速度成分をもつこととなり、注意すべき問題である。

プリームが二条に分れるまでの現象を観察すると次のようなことに気がつく。

廃液はまず放出管から鉛直方向の初速度をもった円形断面の一条のプリームとして放出される。プリームはその初速度と浮力のために上昇を続けるが、水平方向の一樣流（海の流れ）のために次第に向きを水平方向に転じてゆく。その間、上昇の過程に当って、プリームの外縁部ほど早く海水で“希釈”されるので早く重くなり、浮力による浮上速度ならびに鉛直方向初速度を早く減じて、このためプリーム断面形は次第に円形から踏

* 正会員 工博 中央大学教授 理工学部土木工学科

** 正会員 工博 中央大学助教授 理工学部土木工学科

鉄形に変わってゆく(図-2)。そして、このプリュームが上昇して海面に近づくと、この二つの対称な巻き込み対称な一対の渦)は“海面の存在を感じて”急に左右に二つに分れて、プリュームは以後二条のプリュームとなって拡がってゆく。

対称な一対の渦(各強さを Γ とする)が浮上して海面付近に到達すると急に左右に二つに分れる原因は、海面の存在はこのプリュームにとって図-3のような鏡像の二つの渦 Γ をつくり、この鏡像の Γ のためにプリュームが左右に引き裂かれるのである、と説明することができる。

本研究においては、上述のプリュームの分岐の現象に着目して、プリュームが海面近くに浮上して以後の拡散の状況について研究を行なう。

3. 浮上して海面近くに達したプリュームについての基本式

海面近くに浮上して二条に分岐した後(図-4の $x \geq x_1$)の各1本のプリュームについて考える。

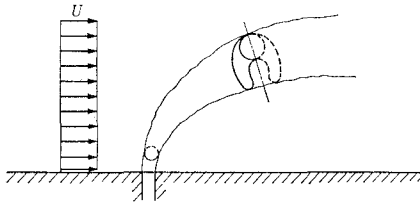


図-2 プリューム断面形の変化

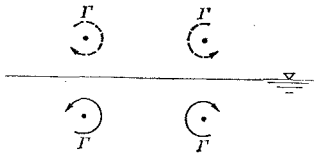


図-3 海面近くに浮上した一対の渦とその鏡像

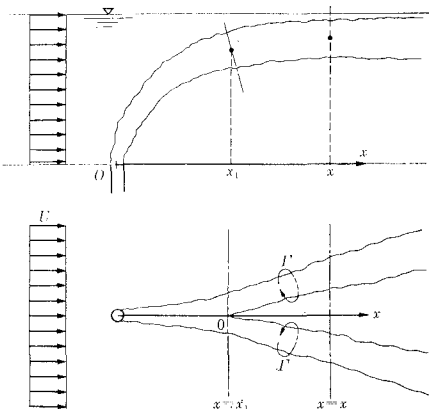


図 4

流速を一様に U とし、海水の密度は一様で ρ とする。プリュームの軸はほぼ水平と考え、また簡単のために、プリューム断面内については、鉛直方向速度成分 w および欠損密度(海水とプリュームの密度差) $\Delta\rho$ は一様(矩形分布) (“top-hat profile”) で、 x のみの関数であると近似的に考える。プリュームの半径を R とすると、プリュームの拡散の式は、Richardson-Batchelor の式を用いると、

$$\frac{1}{2} \frac{dR^2}{dt} = a \varepsilon^{1/3} R^{4/3} \dots\dots\dots (1)$$

ここに ε はエネルギー逸散率、 a は定数である。上式は、一様な流速 U で定常的に流下してゆくプリュームに対しては、次のように書き直される。

$$U \frac{dR^2}{dx} = 2a \varepsilon^{1/3} R^{4/3} \dots\dots\dots (1.a)$$

また、プリュームの拡散の式として、もし Batchelor の関係式を使用する場合には、式(1)に対応して、

$$\frac{1}{2} \frac{dR^2}{dt} = a' v \lambda \dots\dots\dots (1.b)$$

ただし、 v は乱れの自乗平均平方根、 λ は長さのスケールで (v^3/ε) の程度の量、 a' は定数で $a' \cong 4$ である。定常プリュームについて上式を書き直すと、

$$U \frac{dR^2}{dx} = 2a' v \lambda \dots\dots\dots (1.c)$$

となる。

次に、鉛直方向の運動量の変化を計算する。この場合には図-4の任意の断面 $x=x$ を過る海域全体の鉛直方向運動量変化量を調べないといけない。断面 x を δt 時間内に過ぎる鉛直方向運動量は、まず二本のプリュームの中のみ存在するものが $(\rho \cdot \pi R^2 U \delta t \cdot w) \times 2$ であるが、この他にさらに一対の渦により全海域にわたって起されている運動から生ずる鉛直方向運動量で断面 x を通して持ち込まれるものとして $\rho \Gamma L \cdot U \delta t$ (巻末補遺参照)がある。ただし、 $2L$ は渦軸線間の間隔である。したがって、鉛直方向運動量の時間的変化の割合は

$$\frac{d}{dt} (2\rho \pi R^2 U \delta t \cdot w + \rho \Gamma L \cdot U \delta t)$$

で、これが断面 x を δt 時間内に通るプリューム容積 ($\delta V = \pi R^2 \cdot U \delta t \times 2$) に作用する浮力 $(\Delta\rho)g\delta V$ に等しくなければならない。したがって、

$$\frac{d}{dt} (2\rho \pi R^2 w + \rho \Gamma L) = 2\pi R^2 g \Delta\rho \dots\dots\dots (2)$$

左辺における ρ の変化を無視すると、定常状態においては上式は次のように書き直さる。

$$U \frac{d}{dx} (2\pi R^2 w + \Gamma L) = 2\pi R^2 \frac{\Delta\rho}{\rho} g \dots\dots\dots (2.a)$$

3番目に、各1本のプリュームについての欠損密度流量(重量レート)の連続性の条件から、

$$\pi R^2 \cdot U \cdot g \Delta \rho = \frac{W}{2} = \text{const.} \quad (3)$$

ここに、 W は放出管から放出される欠損密度流量（重量レート）で、

$$W = \frac{\pi}{4} D^2 U_0 g (\Delta \rho)_0 \quad (3 \cdot a)$$

ただし、 D は放出管の内径、 U_0 は放出流速、 $(\Delta \rho)_0$ は放出される時の廃液の欠損密度（海水との密度差）である。式 (3) を書き直すと次のようになる。

$$R^2 U g \frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{W}{2 \pi \rho} = \text{const.} \quad (3 \cdot 6)$$

4 番目に、各ブリュームによって輸送される廃棄物質の流れ（重量レート）の連続性の条件から、

$$\pi R^2 \cdot U \cdot \rho g \cdot c = \frac{W_s}{2} = \text{const.} \quad (4)$$

ここに、 c はブリューム内の廃棄物質濃度、 W_s は放出管から単位時間当たり放出される廃棄物質の重量である。式 (4) を書き直すと、

$$R^2 U g c = \frac{W_s}{2 \pi \rho} \quad (4 \cdot a)$$

5 番目に、渦軸の移動は、図-5 の場合に対する式²⁾から、

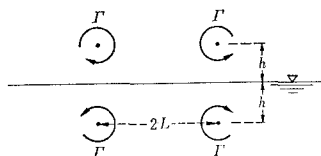


図-5

$$\frac{dL}{dt} = \frac{\Gamma L^2}{4 \pi h (L^2 + h^2)} \quad (5)$$

および

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{\Gamma h^2}{4 \pi L (L^2 + h^2)} \quad (6)$$

で与えられる。ただし、 $2L$ は既述のように渦間隔、 h は渦中心の深さ、である。定常状態については、上2式はつぎのように書き直される。

$$U \frac{dL}{dx} = \frac{\Gamma L^2}{4 \pi h (L^2 + h^2)} \quad (5 \cdot a)$$

$$U \frac{dh}{dx} = -\frac{\Gamma h^2}{4 \pi L (L^2 + h^2)} \quad (6 \cdot a)$$

以上の諸式を総括して示せば、本問題における基本式は次のようになる。

ブリュームの拡散式：

$$U \frac{dR^2}{dx} = 2a \varepsilon^{1/3} R^{4/3} \quad (1 \cdot a)$$

または

$$U \frac{dR^2}{dx} = a' v \lambda \quad (1 \cdot c)$$

鉛直方向の運動方程式：

$$U \frac{d}{dx} (2 \pi R^2 w + \Gamma L) = 2 \pi R^2 \frac{\Delta \rho}{\rho} g \quad (2 \cdot a)$$

欠損密度流量（重量レート）の連続方程式：

$$R^2 U \frac{\Delta \rho}{\rho} g = \frac{W}{2 \pi \rho} = \text{const.} \quad (3 \cdot b)$$

廃棄物質重量の連続方程式：

$$R^2 U g c = \frac{W_s}{2 \pi \rho} \quad (4 \cdot a)$$

渦中心軸の移動の運動学的関係式：

$$U \frac{dL}{dx} = \frac{\Gamma L^2}{4 \pi h (L^2 + h^2)} \quad (5 \cdot a)$$

$$U \frac{dh}{dx} = -\frac{\Gamma h^2}{4 \pi L (L^2 + h^2)} \quad (6 \cdot a)$$

ブリューム軸線（渦軸線）の方程式：

$$\frac{dh}{dx} = -\frac{w}{U} \quad (7)$$

4. 基本方程式の簡単化

上に総括した基本式の組 (1・a)~(7) について、方程式の数は7個で、未知量は $R, w, \Gamma, L, \Delta \rho, c, h$ の7個であるから、確かに解が得られるはずである。しかし、解析的な取り扱いはこのままでは未だやっかいであるから、ここでさらに基本式のいくつかの簡単化を行なう。

ブリュームが海面近くに浮上してその軸がほぼ水平になってから以後の挙動を対象とするのであるから、近似的に

$$w=0 \quad (8)$$

と考える。そうすると式 (7) から

$$h = \text{const.}$$

そこで、いま $x=x_1$ で $h=h_1$ とすれば、上式の const. が定められて、

$$h=h_1 \quad (9)$$

また式 (8) の仮定から、式 (6・a) より

$$0 = \frac{\Gamma h^2}{4 \pi U L (L^2 + h^2)}$$

の関係式をうるが、これは

$$\frac{4 \pi L U}{\Gamma} \cdot L^2 \gg h^2 \quad (9)$$

のときにのみ成立する。したがって、式 (8) の仮定は、必然的に式 (9) の仮定も含むものと考えねばならない。

以上のような考察のもとに、(1・a)~(7) は次のように簡単化される。

$$U \frac{dR^2}{dx} = 2a \varepsilon^{1/3} R^{4/3} \quad (10)$$

または

$$U \frac{dR^2}{dx} = a' v \lambda \quad (10 \cdot a)$$

そして

$$\frac{d}{dx}(FL) = \frac{2\pi R^2}{U} \frac{d\rho}{\rho} g, \dots\dots\dots(11)$$

$$R^2 U \frac{d\rho}{\rho} g = \frac{W}{2\pi\rho} = \text{const.} \dots\dots\dots(12)$$

$$R^2 U g c = \frac{W_s}{2\pi\rho} = \text{const.}, \dots\dots\dots(13)$$

$$\frac{dL}{dx} = \frac{\Gamma}{4\pi U h_1} \frac{L^2}{L^2 + h_1^2} \dots\dots\dots(14)$$

5. 基本方程式の解

基本式(10)~(14)の解を求める。

まず、式(10)を x について積分して、

$$R = \left[R_1^{2/3} + \frac{2a\epsilon^{1/3}}{3U}(x-x_1) \right]^{3/2} \dots\dots\dots(15)$$

ただし、 R_1 は $x=x_1$ における R の値とする。

このようにして得られた式(15)を式(12)および(13)に代入すると、式(12)および(13)からそれぞれ次式をうる。

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{W}{2\pi\rho g U} \frac{1}{[R_1^{2/3} + (2a\epsilon^{1/3}/3U)(x-x_1)]^3} \dots\dots\dots(16)$$

$$c = \frac{W_s}{2\pi\rho g U} \frac{1}{[R_1^{2/3} + (2a\epsilon^{1/3}/3U)(x-x_1)]^3} \dots\dots\dots(17)$$

一方、式(10)の代わりに式(10・a)を用いる場合には式(10・a)、(12)および(13)から、上と同様にして次の結果をうる。

$$R = \left[R_1^2 + \frac{2a'v\lambda}{U}(x-x_1) \right]^{1/2} \dots\dots\dots(18)$$

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{W}{2\pi\rho g U} \frac{1}{R_1^2 + (2a'v\lambda/U)(x-x_1)} \dots\dots\dots(19)$$

$$c = \frac{W_s}{2\pi\rho g U} \frac{1}{R_1^2 + (2a'v\lambda/U)(x-x_1)} \dots\dots\dots(20)$$

次に、式(12)を式(11)に代入すると、

$$\frac{d}{dx}(FL) = \frac{W}{\rho U^2}$$

これを積分して、

$$FL = \Gamma_1 L_1 + \frac{W}{\rho U^2}(x-x_1) \dots\dots\dots(21)$$

ただし、 Γ_1 および L_1 は $x=x_1$ における Γ および L の値とする。式(21)から、

$$\Gamma = \frac{1}{L} \left[\Gamma_1 L_1 + \frac{W}{\rho U^2}(x-x_1) \right] \dots\dots\dots(21\cdot a)$$

これを式(14)に代入すると、

$$\frac{dL}{dx} = \frac{1}{4\pi h_1 U} \cdot \frac{L}{(L^2 + h_1^2)} \left[\Gamma_1 L_1 + \frac{W}{\rho U^2}(x-x_1) \right] \dots\dots\dots(22)$$

これを積分すると、

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}(L^2 - L_1^2) + h_1^2 \ln \frac{L}{L_1} \\ &= \frac{1}{4\pi h_1 U} \left[\Gamma_1 L_1 (x-x_1) + \frac{W}{2\rho U^2} (x-x_1)^2 \right] \end{aligned} \dots\dots\dots(23)$$

を得るが、さらに

$$(1/2)(L^2 - L_1^2) \gg h_1^2 \ln(L/L_1)$$

と仮定すると、上式から次式が得られる。

$$\begin{aligned} L^2 = L_1^2 + \frac{1}{2\pi h_1 U} & \left[\Gamma_1 L_1 (x-x_1) \right. \\ & \left. + \frac{W}{2\rho U^2} (x-x_1)^2 \right] \end{aligned} \dots\dots\dots(24)$$

この関係式は、プリュームの拡散に Richardson-Batchelor の式(10)を用いても、Batchelor の式(10・a)を用いても、それらの別に関係なく得られる。

とくに $x=x_1$ の近くでは式(24)は

$$L = \left[L_1^2 + \frac{\Gamma_1 L_1}{2\pi h_1 U} (x-x_1) \right]^{1/2} \dots\dots\dots(25)$$

となり、逆に $x=x_1$ から遠方では

$$L \cong \sqrt{\frac{W}{4\pi h_1 \rho U^3} (x-x_1)} \dots\dots\dots(26)$$

となる。式(26)の W に(3・a)を代入すると、同式は次のように書き直される。

$$L \cong \frac{1}{4} \left(\frac{D}{h_1} \right)^{1/2} \left(\frac{U_0}{U} \right)^{3/2} \frac{1}{F_0} \cdot (x-x_1) \dots\dots\dots(26\cdot a)$$

ただし、 F_0 は放出管出口における廃液の内部 Froude 数で

$$F_0 = U_0 / \sqrt{\frac{(d\rho)_0}{\rho} g D} \dots\dots\dots(27)$$

である。

図-6 は式(18)および(24)から与えられるプリュームの拡散の傾向を図示したものであり、実験の傾向ともよく合っている。

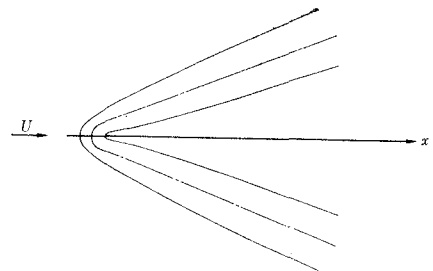


図-6 プリュームの拡散

5. 結 び

放出管により海洋放出された廃液の浮上プリュームの分岐拡がりの現象を実験から見出し、それについての理論解析を行なった。分岐後の二条のプリューム間隔は式(24)で与えられ、分岐後のプリューム内の廃棄物質

の濃度は、拡散の関係式に Richardson-Batchelor の式を用いる場合には式 (17) で、また Batchelor の式を用いる場合には式 (20) で表わされる。

プルームの分岐の原因となる主要素は、流れ、浮力、海面の存在、の三つである。したがって、この分岐の現象の発生を防止するためには、

- 1) 廃液のプルームを海面まで上昇させずに、中層でたなびかせるようにする
 - 2) 一对の渦 (vortex pair) の発生を妨げるように多孔管とする
- などの考慮が必要であると思われる。

[附 記]

本研究の遂行に当っては、文部省昭和 43, 44, 45 年度試験研究 (海中への流体廃棄物の拡散に関する研究 研究代表者 本間 仁教授) の補助をうけ、またこの研究の推進のため同教授より数々のご助言を賜った。深く感謝の意を捧げる。

また、実験に熱心に協力された当時の中央大学学生 浅香 智 (大成建設)、松室能生 (東亜港湾工業)、川村 直久 (日本住宅公団) および林 恵明 (大都工業) の四君にも謝意を表する。

[補 遺] 海面下的一对の渦による水域の運動量

図-7 の記号を用いると、この場合の任意点 $Z=y+$

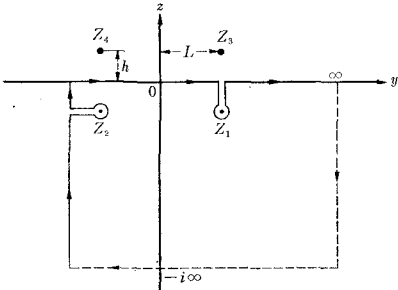


図-7 渦の位置に対する記号と積分回路

iz における複素ポテンシャル F は

$$F = -\frac{i\Gamma}{2\pi} \left[-\ln(Z-Z_1) + \ln(Z-Z_2) + \ln(Z-Z_3) - \ln(Z-Z_4) \right]$$

ただし、反時計回りを渦の正の方向とする。上式から、

$$v-iw = -\frac{i\Gamma}{2\pi} \left[-\frac{1}{Z-Z_1} + \frac{1}{Z-Z_2} + \frac{1}{Z-Z_3} - \frac{1}{Z-Z_4} \right]$$

ただし、 v, w はそれぞれ y 方向および z 方向への流速成分である。したがって、 y, z 方向への各運動量成分を M_y および M_z とおくと、

$$M_y - iM_z = \rho \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} idz \left(-\frac{i\Gamma}{2\pi} \right) \left(-\frac{1}{Z-Z_1} + \frac{1}{Z-Z_2} + \frac{1}{Z-Z_3} - \frac{1}{Z-Z_4} \right) dy \quad \dots\dots\dots(28)$$

上式中の積分

$$I = -\frac{i\Gamma}{2\pi} \int_0^{\infty} \left(-\frac{1}{Z-Z_1} + \frac{1}{Z-Z_2} + \frac{1}{Z-Z_3} - \frac{1}{Z-Z_4} \right) idz$$

は図-7 のような回路で次の回路積分を行なうことにより得られる。

$$I_1 = -\frac{i\Gamma}{2\pi} \oint_c \left(-\frac{1}{Z-Z_1} + \frac{1}{Z-Z_2} + \frac{1}{Z-Z_3} - \frac{1}{Z-Z_4} \right) dZ$$

その計算の結果は次のようになる。

$$I = -i\Gamma \left[\left\{ \begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix} \right\} + \frac{1}{\pi} \left(\tan^{-1} \frac{y-L}{h} - \tan^{-1} \frac{y+L}{h} \right) \right] \quad \begin{matrix} |y| < L \\ |y| > L \end{matrix} \quad \dots\dots\dots(29)$$

上式を式 (28) に代入し、 y についての実数積分を行なうと、

$$M_y - iM_z = -i\rho\Gamma L$$

よって、

$$M_y = 0, \quad M_z = \rho\Gamma L \quad \dots\dots\dots(30)$$

をうる。

参 考 文 献

- 1) 首藤伸夫：流水中の重力拡散，第 17 回土木学会海岸工学講演会論文集，昭和 45 年，pp. 349~354
- 2) 例えば，藤本武助：応用流体力学（養賢堂），p. 68.