

海岸構造物不連続部の波高分布について（第5報）

——とくに計画・設計への適用——

三井 宏*・筒井茂明**

1. 序 言

防波堤、河口、埋立地護岸などのように、鋭く折れ曲ったり不連続になった法線形状をもつ海岸・港湾施設においては、壁面に沿って極大・極小波高が交互に出現し、これらのなかでも不連続地点にもっとも近い位置を占める第1次極大前面波高は、完全重複波高よりかなり大きいことを本研究の第4報までに示した。この第5報では、これまでの研究のまとめとして、以下の項目をとりあげる。

(1) 前面波高が大きい地点では、うちあげ高、越波量、波圧などが増大する場合が多い。海岸・港湾構造物の計画や設計に必要なこれらを、前面波高から具体的に推算する方法を提案する。

(2) 本研究対象である前面波高は、回折・散乱波に起因するもので、この理論解は初等関数では示せないものが多い。したがって、計算に多くの労力と時間とを必要とし、たとえ電子計算機を用いるとしても相当長時間稼働させねばならない。この欠点を除去する目的で、本報では現場においてでも簡単に回折波高や前面波高を計算することができる近似計算法を提案する。

(3) 海岸・港湾構造物の計画・設計には極大前面波高が重要であると考えられるので、上述の近似式からこれらを求め、計画前面波高を与える簡単化した式を提案する。

2. うちあげ高、越波量、波圧と前面波高

うちあげ高、越波量の研究はこれまでに数多く行なわれているが、これらの多くは深海波高 H_0 を用いて結果を示している。海底摩擦や屈折により構造物法線に沿って波高が変化する場合には、従来の研究成果に用いられている H_0 の代りに、次式のような相当深海波高 H_0' を用いて、うちあげ高や越波量の値が推定されている。

$$H_0' = K_f K_r H_0 \dots (1)$$

ここに、 K_f は海底摩擦による波高減衰率、 K_r は屈折係数である。いま、波高 1 の入射波により生じる前面波高を K とすれば、完全重複波を生じている無限に長い直線状の法線をもつ構造物の前面波高は 2 であるから、

前面波高 KH をもつ構造物に対する H_0' は次式のようになる。

$$H_0' = K/2 \cdot K_f K_r H_0 \dots (2)$$

本研究が対象としているのは、重複波が発生するような深い海域に位置する構造物であるから、上述と同様に、次の波圧においても碎波する場合は除外する。重複波圧についても、これまでに多くの研究が行なわれているのであるが、これらの研究成果の大部分は上述とは異なり、構造物設置地点における進行波としての波高 H で示されている。したがって、これらの成果において H のかわりに次式で定義される H' を用いれば、複雑な形状の法線をもつ構造物に対しても波圧を推定することができる。

$$H' = K/2 \cdot H \dots (3)$$

3. 近似解

発生点源からの距離 r が大きい場合には、回折・散乱波の解は漸近展開できる。 r に波数 k をかけた値を $\rho \equiv kr$ とし、適当した複素変換を行なって海面の波 $f(\rho)$ が複素平面上の積分で示されるときには、次式の鞍部点法による漸近展開¹⁾ が有用である。

$$\begin{aligned} f(\rho) &= \int_C \psi(z) \cdot \exp\{\rho\varphi(z)\} \cdot dz \\ &= \exp\{\rho\varphi(z_0)\} \cdot \left\{ \sqrt{\frac{2\pi}{\rho|\varphi''(z_0)|}} \right. \\ &\quad \times \psi(z_0) \exp(i\psi_m) + O(\rho^{-3/2}) \left. \right\} \dots (4) \end{aligned}$$

ここに、 ψ_m は最急下降線に沿う積分方向により定まる角度で、 $\psi_m = (\pi - \theta_0)/2 + m\pi$ ($m = 0$ または 1) で与えられる。 θ_0 は $\arg \varphi''(z_0)$ 、 $z_0 = x_0 + iy_0$ は鞍部点で $\varphi'(z_0) = 0$ から求められる。複素平面上における積分は、鞍部点上を通るように積分路を変更し、式(4)により漸近展開するのであるが、通常の場合、複素平面上には極が存在する。極を避けて積分路を変更する際に留数が求まり、この値が入射波や反射波などの幾何光学的な項となる。なお、反射、入射、回折各領域の境界線上は、複素平面上においては特異点となり極と一致する。この場合には式(4)を直接適用することは不可能で、若干のくふうを要する²⁾。このようにして得た各種法線形状に対する波の近似解を以下に示す。

(1) 半無限防波堤

* 正会員 工修 徳島大学助教授 工学部土木工学科

** 学生員 德島大学大学院 工学研究科

$$g_1 = \exp\{i\rho \cos(\theta - \alpha)\}, \quad g_2 = \exp\{i\rho \cos(\theta + \alpha)\},$$

$$z_1 = -\exp\left\{-i\left(\rho + \frac{\pi}{4}\right)\right\} \Big/ \left\{2\sqrt{2\pi\rho} \cos\frac{1}{2}\right.$$

$$\times (\theta - \alpha)\Big\},$$

$$z_2 = -\exp\left\{-i\left(\rho + \frac{\pi}{4}\right)\right\} \Big/ \left\{2\sqrt{2\pi\rho} \cos\frac{1}{2}\right.$$

$$\times (\theta + \alpha)\Big\}.$$

$\alpha=0$ の場合

$$f = g_1 + \chi_1 \quad (0 \leq \theta < \pi) \quad \dots \dots \dots \quad (5)$$

$$f = 1/2 \cdot (\chi_1 + \chi_2) \quad (\pi < \theta \leq 2\pi) \quad \dots \dots \dots \quad (7)$$

$0 < \alpha < \pi$ の場合

$$f = g_1 + g_2 + \chi_1 + \chi_2 \quad (0 \leq \theta < \pi - \alpha) \dots \dots \dots \quad (8)$$

$$f = g_1 + 0.5 g_2 + \chi_1 \quad (\theta = \pi - \alpha) \quad \dots \dots \dots \quad (9)$$

$$f = g_1 + \chi_1 + \chi_2 \quad (\pi - \alpha < \theta < \pi + \alpha) \dots\dots (10)$$

$$f = 0.5 g_1 + \chi_2 \quad (\theta = \pi + \alpha) \quad \dots \dots \dots \quad (11)$$

$\alpha = \pi$ の場合

上式のように、波を複素数表示した場合には、絶対値が振幅（換言すれば波高1の入射波に対するその地点の波高 K ）、偏角が位相となる。もし、 2π 間隔の等位相線を求める場合には、虚数部の値が正から負に変わるべきの0をとるような座標点を求めればよい。式(8)に $\theta=0$ を代入し、絶対値をとって波高1の入射波に対する半無限防波堤の前面波高 K を求めた結果は図-1に破線で示す。なお、この図には第1報³⁾で求めた Sommerfeld の厳密解による前面波高を実線で示す。原点に一番近い地点に位置する第1次極大前面波高の近似値は、厳密解のそれにくらべると少し大きく、また原点寄りに発生しているが、第2次極大前面波高以遠の近似値と厳密解とはほとんど一致している。したがって、若干の安全側の誤差があることさえ許容できれば、この近似値は半無限防波堤の前面波高にはほぼ一致するものと考えられよう。前述のように、構造物の計画・設計には極大前面波

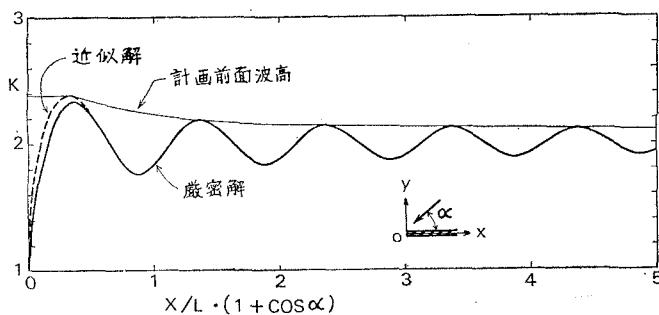


図-1 半無限防波堤の前面波高

高が重要であると考えられるので、図-1 に示す極大前面波高を連ねた包絡線を計画前面波高にとればよからう。式(8)に $\theta=0$ を代入し、幾何光学的項と散乱項のそれぞれの絶対値を合計すれば、次式に示す計画前面波高 $K(x)$ が得られる。

$$K(x) = 2 + 1/\sqrt{2\pi^2 x/L \cdot (1 + \cos \alpha)} \dots \dots \dots (14)$$

ただし、この場合に第1次極大前面波高の位置 x_1 が問題になるが、 $1/\sqrt{kx}$ より $\cos kx$ の変化が大きいとして式(8)から求まる第 n 次極大前面波高の位置 x_n を示す次式

から x_1 は簡単に求まる。近似式による第1次極大波高は前述のように厳密解より少し大きく、防波堤先端寄りに位置するのであるが、一方、式(15)による x_1 は近似式のそれより少し大きいので $(1/\sqrt{kx})$ の変化を無視したことによる）、上述の簡単な方法により計画前面波高をきめても、次に示すように大過のない値が得られる。すなわち、厳密解による第1次極大前面波高 $K_1 \approx 2.34$ 、その位置 $x_1/L \cdot (1 + \cos \alpha) \approx 0.37$ にくらべて、本法による値はそれぞれ $K_1 \approx 2.37$ 、 $x_1/L \cdot (1 + \cos \alpha) = 0.375$ となる。

また、式(5)～(13)により、付近海面における波高分布を計算できるのであるが、この場合には原点付近以外に、さらに境界線上を除く各境界線付近において近似度が悪いことに注意を要する。この近似が悪い範囲は、境界線の近くで発生する第1次極大波高位置までであって、極大波高が発生しない回折領域については、境界線を対称軸とする入射領域の第1次極大波高位置に対応する地点以内である⁴⁾。なお、式(5)～(13)の散乱項により、半無限防波堤における散乱波の状態がただちに判明する。すなわち、 α や θ により異なるが、 $\sqrt{\rho}$ に反比例する波高をもち、防波堤先端を点源とし外方に入射波と等しい波長で同心円弧状に発散する波である。第4報⁵⁾において、 α により散乱波の波長は異なると報告したが、計算の誤りであるので、ここに以上のように訂正す

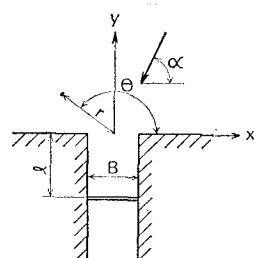


図-2 河口および水門の形状

る。

(2) 幅の狭い河口および水門

図-2に示す形状の河口およびそれを水門で締め切った場合の周辺の波の解は第1報に示した。この解を漸展開して得たそれぞれの近似式を以下に示す。すなわち、河口の場合においては

$$f = \exp\{i\rho \cos(\theta-\alpha)\} + \exp\{i\rho \cos(\theta+\alpha)\} \\ - C_1 \frac{\sin(kB/2 \cdot \cos \theta)}{\cos \theta} \sqrt{\frac{2}{\pi\rho}} \\ \times \exp\left\{-i\left(\rho - \frac{\pi}{4} - \omega\right)\right\} (y \geq 0) \quad (16)$$

$$f = C_1 \exp i(ky + \omega) \quad (y \leq 0) \quad (17)$$

となり、水門の場合においては、

$$f = \exp\{i\rho \cos(\theta-\alpha)\} + \exp\{i\rho \cos(\theta+\alpha)\} \\ + 2C'_1 \sin k l \frac{\sin(kB/2 \cdot \cos \theta)}{\cos \theta} \sqrt{\frac{2}{\pi\rho}} \\ \times \exp\left\{-i\left(\rho + \frac{\pi}{4} - \omega\right)\right\} (y \geq 0) \quad (18)$$

$$f = C_1 \exp(i\omega) \cdot [\exp\{ik(y+l)\} \\ + \exp\{-ik(y+l)\}] \quad (y \leq 0) \quad (19)$$

となる。ここに、 $C_1 = C \sin(kB/2 \cdot \cos \alpha) / (kB/2 \cdot \cos \alpha)$ で、 C および ω は kB により定まる定数であり、図-3にそれらの値を示す。 α が $\pi/2$ の場合の第1次極大前面波高 K_1 とその位置 x_1/L を第1報に示した式により計算した結果は実線で、式(16)による計算結果は破線で図-4に示す。この図によれば、 $B/L \approx 0.42$ のとき最大の K_1

≈ 2.4 が河口中心から $x_1/L \approx 0.57$ だけ離れた地点に発生するのが認められる。 $B/L > 0.42$ において、 K_1 は大差ないのであるが、 x_1/L の値は近似式によるものの方が小さくなる傾向にある。しかし、第1報に示した式の適用範囲が $B/L < 0.5$ 程度と思われる所以、この範囲内の河口幅に対しては、上の近似式の精度で十分であろう。

水門に対する前面波高も式(18)から同様にして得られる。 $\alpha = \pi/2$ とし、波の共振が起こるような河道奥行き l_R 、および河口位置で重複波の節を生じるような奥行き l_0 の両者の場合について、第1報において求めた K_1 、 x_1 を実線で、式(18)により求めたそれらを破線で図-5および6にそれぞれ示す。いずれも河口の場合と同様に、 $B/L < 0.5$ の場合に良好な近似値が得られるようである。さらにこれらの図から、 $B = 0.45L$ のとき、および B が非常に小さいときに、 $K_1 \approx 2.8$ のきわめて大きい前面波高が発生するという興味ある結果が認めら

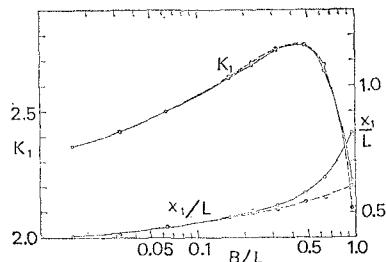


図-5 水門 ($l=l_R$) における第1次極大前面波高とその位置

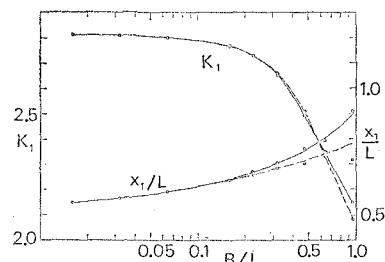


図-6 水門 ($l=l_0$) における第1次極大前面波高とその位置

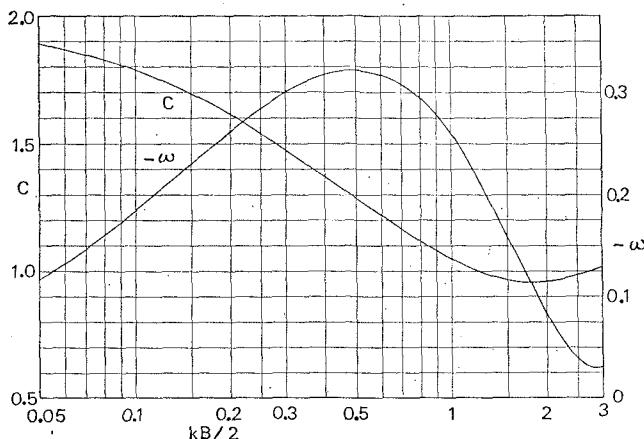


図-3 河口および水門における C および ω の値

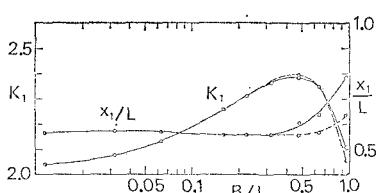


図-4 河口における第1次極大前面波と高位置

れる。

以上は α が $\pi/2$ の場合について述べたが、半無限防波堤の場合と同様な方法により、式(16)および(18)から計画前面波高 $K(x)$ およびその適用除外区間 x_1 が求まつてそれぞれ次式のようになる。

河口の場合

$$K(x) = 2 + C_1 \sqrt{\frac{2}{(\pi k|x|)}} \sin(kB/2) \quad (20)$$

$$x_1/L = (n - 3/8 + \omega/2\pi)/(1 \pm \cos \alpha) \quad \dots \dots \dots (21)$$

水門の場合

$$K(x) = 2 + 2C_1' \sqrt{2/(3\pi k|x|)} \sin kl \cdot \sin(kB/2) \quad \dots \dots \dots (22)$$

$$x_1/L = (n - 1/8 + \omega/2\pi)/(1 \pm \cos \alpha) \quad \dots \dots \dots (23)$$

ここに、複号の正は右岸側、負は左岸側の護岸に用いる。

なお、式(16)および(18)から、河口および水門付近の散乱波の様相がただちにわかる。すなわち、波高が $\sqrt{\rho}$ に反比例し、開口部中心を点源として外方に入射波と等しい波長でその波峯線が同心円となって発散する波であるのは半無限防波堤の場合と同様であるが、 $kB/2$ や kl が波高に関係する。

(3) 単純隅角

第2報⁶⁾に示した各種の交角をもつ単純隅角に対する漸近展開式は、各領域においてそれぞれ次式のようになる。

a) 凸90° 隅角*

$$g_1 = \exp\{i\rho \cos(\theta - \alpha)\}, \quad g_2 = \exp\{i\rho \cos(\theta + \alpha)\},$$

$$g_3 = \exp\{-i\rho \cos(\theta + \alpha)\},$$

$$z_1 = -\sqrt{2/(3\pi\rho)} \exp\{-i(\rho + \pi/4)\}$$

$$\left| \left\{ 2 \cos \frac{2}{3}(\theta - \alpha) + 1 \right\}, \right.$$

$$z_2 = -\sqrt{2/(3\pi\rho)} \exp\{-i(\rho + \pi/4)\}$$

$$\left| \left\{ 2 \cos \frac{2}{3}(\theta + \alpha) + 1 \right\} \right.$$

$\alpha = 0$ の場合

$$f = g_1 + z_1 \quad (0 \leq \theta < \pi) \quad \dots \dots \dots (24)$$

$$f = 0.5 g_1 + 1/6 \cdot \sqrt{2/(3\pi\rho)} \exp\{-i(\rho + \pi/4)\} \quad (\theta = \pi) \quad \dots \dots \dots (25)$$

$$f = (z_1 + z_2)/2 \quad (\pi < \theta \leq 3\pi/2) \quad \dots \dots \dots (26)$$

$0 < \alpha < \pi/2$ の場合

$$f = g_1 + g_2 + z_1 + z_2 \quad (0 \leq \theta < \pi - \alpha) \quad \dots \dots \dots (27)$$

$$f = g_1 + 0.5 g_2 + z_1 \quad (\theta = \pi - \alpha) \quad \dots \dots \dots (28)$$

$$f = g_1 + z_1 + z_2 \quad (\pi - \alpha < \theta < \pi + \alpha) \quad \dots \dots \dots (29)$$

$$f = 0.5 g_1 + z_2 \quad (\theta = \pi + \alpha) \quad \dots \dots \dots (30)$$

$$f = z_1 + z_2 \quad (\pi + \alpha < \theta \leq 3\pi/2) \quad \dots \dots \dots (31)$$

$\alpha = \pi/2$ の場合

$$f = g_1 + g_2 + z_1 + z_2 \quad (0 \leq \theta < \pi/2) \quad \dots \dots \dots (32)$$

$$f = g_1 + 0.5 g_2 + z_1 \quad (\theta = \pi/2) \quad \dots \dots \dots (33)$$

$$f = g_1 + z_1 + z_2 \quad (\pi/2 < \theta < 3\pi/2) \quad \dots \dots \dots (34)$$

$$f = g_1 + 1/3 \cdot \sqrt{2/(3\pi\rho)} \exp\{-i(\rho + \pi/4)\} \quad (\theta = 3\pi/2) \quad \dots \dots \dots (35)$$

$\pi/2 < \alpha \leq 3\pi/4$ の場合

$$f = g_1 + g_2 + z_1 + z_2 \quad (0 \leq \theta < \pi - \alpha) \quad \dots \dots \dots (36)$$

$$f = g_1 + 0.5 g_2 + z_1 \quad (\theta = \pi - \alpha) \quad \dots \dots \dots (37)$$

$$f = g_1 + z_1 + z_2 \quad (\pi - \alpha < \theta < 2\pi - \alpha) \quad \dots \dots \dots (38)$$

$$f = g_1 + 0.5 g_3 + z_1 \quad (\theta = 2\pi - \alpha) \quad \dots \dots \dots (39)$$

$$f = g_1 + g_3 + z_1 + z_2 \quad (2\pi - \alpha < \theta \leq 3\pi/2) \quad \dots \dots \dots (40)$$

なお、 $\theta = 3\pi/4$ に軸対称であるので、 $3\pi/4 \leq \alpha \leq 3\pi/2$ の入射角に対する漸近展開は省略する。散乱波の状態は上の式からただちに求まり、半無限防波堤の場合に良く似ていることがわかる。この隅角周辺の散乱波の状態を第4報⁵⁾に図示したが、これらのなかで $\alpha = \pi/4$ の場合には、 $\theta = \pi$ において位相は連続的に π だけ急変すると報告した。式(29)によれば、この $\theta = \pi$ の境界線では不連続的に位相は π だけ変化する。第4報において上のような連続変化の結果が出たのは、計算機の累加誤差によるものと考えられる。厳密解⁶⁾による前面波高の計算結果は実線で、上述の近似式による計算結果は破線で図-7に示す。この場合にも近似値は第1次極大波高発生地点 r_1 以遠においてよく一致し、 K_1 は厳密解よりも少し原点寄りに安全側の値となっている。 $\alpha \leq \pi/2$ の場合、回折領域や入射領域に位置する $\theta = 3\pi/2$ の壁面においては、極大波高を生じないので、上のように簡単に r_1 をきめることができない。しかし、図-7からもわかるように、各壁面とそれにもっとも近い境界線とのなす角度が等しいものは、同じ r_1 の値をもつ⁴⁾。たとえば、 $\theta = 0$ の壁面における $\alpha = 0, \pi/4, \pi/2$ の r_1 に対して、 $\theta = 3\pi/2$ の壁面に対応する r_1' は、 $\theta = 0$ の壁面におけるそれ $\alpha = \pi/2, 3\pi/4, 0$ に対する r_1 に等しい。このような事実に基づき、以下の計画前面波高 $K(r)$ が得られる。

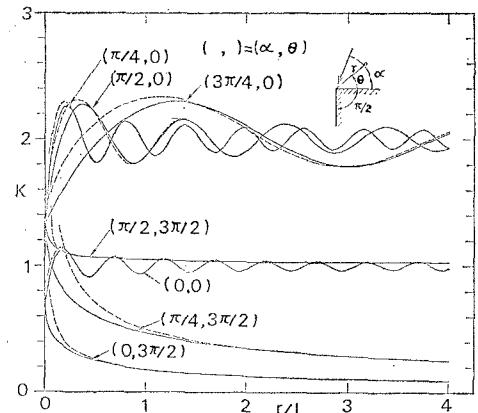


図-7 単純隅角における前面波高の厳密解と近似解

$\alpha = 0$ の場合

$$\theta = 0 \quad \begin{cases} r_n/L = n/2 - 5/16 \\ K(r) = 1 + 1/3 \cdot \sqrt{2/(3\pi kr)} \end{cases} \quad \dots \dots \dots (41)$$

$$\theta = \frac{3}{2}\pi \quad \begin{cases} r_n'/L = n - 5/8 \\ K(r') = \sqrt{2/(3\pi kr')} \end{cases} \quad \dots \dots \dots (42)$$

$0 < \alpha < \pi/2$ の場合

* 第25回土木学会年次学術講演会において一部発表

$$\chi_2 = \frac{3}{(2\sqrt{2\pi\rho})} \cdot \exp\{-i(\rho + \pi/4)\} \left| \cos \frac{3}{2}(\theta + \alpha) \right.$$

$\alpha=0$ の場合

$0 < \alpha < \pi/3$ の場合

$$f = g_1 + g_2 + 0.5 g_3 + \chi_1 \quad (\theta = \pi/3 - \alpha) \dots \dots \dots (87)$$

$$f = g_1 + g_2 + g_3 + \chi_1 + \chi_2 \quad (\pi/3 - \alpha < \theta < \pi/3 + \alpha) \quad \dots \dots \dots \quad (88)$$

$$f = g_1 + g_2 + g_3 + 0.5 g_4 + \chi_2 \quad (\theta = \pi/3 + \alpha) \dots (89)$$

$$f = g_1 + g_2 + g_3 + g_4 + \chi_1 + \chi_2 \quad (\pi/3 + \alpha < \theta \leq 2\pi/3)$$

.....(90)

$\alpha = \pi/3$ の場合

$$f = g_1 + g_2 + g_3 \quad (0 \leq \theta \leq 2\pi/3) \dots \dots \dots (91)$$

4. 結 言

紙数の都合により、基本的な法線形状に対する近似式および計画前面波高を与える式を述べるにとどまった。臨海工業用地護岸のように複雑な法線形状の場合や、屈折がある場合、および今後の問題点をまとめて以下に示す。

(1) 複雑な法線形状の構造物に対する計画前面波高を求めるには、第3報⁷⁾と同様な方法により近似式を重ね合わせ、本報告と同様な方法により r_1 および $K(x)$ を算出すればよい。

(2) 構造物前面の海底地形が沖に向って深くなっている場合には、壁面に沿って進む散乱波は屈折により早

く発散するので、一様水深として求めた計画前面波高は安全側となろう。これと逆の場合には、散乱波の発散が遅いので注意が必要である。

(3) 四隅角などにおいて、多くの方向をもつ反射波が共存する場合には、計画波高はむしろ、これらの波が重なって生じる重複波が碎けずに存在し得る最大の波高ということからきまるものと思われる。異なる進行方向の波が共存する場合の碎波限界は、今後の問題点であろう。

最後に、本研究に終始御助言下さった京都大学 石原教授、岩垣教授、徳島大学 杉尾教授に厚く感謝する次第である。

参考文献その他の

- 1) ア・ゲ・スヴェシニコフ, ア・エヌ・チホノフ: 複素関数論, 1969, 総合図書
 - 2) 筒井茂明が修士論文作成中に求めたもの
 - 3) 三井宏: 海岸構造物不連続部の波高分布について (第1報), 第13回海岸工学講演会講演集, 昭.41.12, 土木学会
 - 4) 三井宏・筒井茂明: 回折波の簡易計算法, 土木学会第25回年次学術講演会講演概要, 昭.45.11.
 - 5) 三井宏・筒井茂明: 海岸構造物不連続部の波高分布について (第4報), 第16回海岸工学講演会講演集, 昭.44.12, 土木学会
 - 6) 三井宏・村上仁士: 同上 (第2報), 第14回海岸工学講演会講演集, 昭.42.10, 土木学会
 - 7) 三井宏・川崎俊太: 同上 (第3報), 第15回海岸工学講演会講演集, 昭.43.12, 土木学会