

波面上の風速分布に関する数値計算

日 野 幹 雄*・片 岡 真 二**

要 旨 流体の運動方程式と連続式の電子計算機による数値解により、波面上の流線・渦度の分布を求めた。

流線および渦度の分布は波面の前後で非対称であり、波面の背後に渦度 ω の大きい領域が発生すること、流線のいわゆる cats' eye の形が Lighthill model とやや異なることがわかった。

1. はじめに

風波の発生・発達の水力学機構は古くからの流体力学的課題であるが、1957年に発表された Phillips の resonance theory と Miles の interaction-instability theory, とくに後者によりほぼ合理的な説明が得られたといえる。しかし、細かな点については、これらの理論もいまだ不十分であり、種々実験的検証が行なわれている。いずれにせよ、風波の発生・発達の主役はどちらかといえば、水面上の風の流体力学的運動である。それは波面の変化に対し、下層流体の水よりも上層流体の空気の影響が早いことによるともいえるであろう。水と油のように密度の近い二層流の流体力学的安定問題と、水と空気のように密度に極端な差のある応答速度の異なる二層流体の安定問題とが本質的に違う点である。

したがって、実験的研究も最近では Shemdin や Zagustin の研究のように風の流れを中心にするものができている。Shemdin は風洞実験により波面と波面上の風速分布・圧力分布の関係を調べ、Zagustin は波型の壁面上をベルトを移動させて波面を模擬し、水槽実験により波とともに移動する観測者より見た風の運動を水流でおきかえて同様のことを調べ、Miles 理論や Lighthill の物理的解釈について実験的な研究を行なっている。

風波における気流の作用については、すでに 1924 年の Jeffreys の sheltering effect の理論がある。これは、気流の波頭での剥離による圧力抵抗が風波の発生発達に寄与するという考えである。しかし、不幸なことに Motzfeld (1937) が風洞中に木型の波模型をおいた実験ではこうした圧力分布の非対称性が認められなかったために、長い間正当な評価を与えられなかった。波面とともに等速運動で移動する観測者から見れば、もちろん波

形は進行しないが、波面上の流速はゼロではなく、波速（+波の軌道速度）で後方に運動している。この点を無視した Motzfeld の実験に問題があったわけである。風波発生の不安定機構には波面の進行速度と波面上の流体速度の差ということが重要な点である。

Zagustin はこの点に着目し、波型壁面上の移動ベルトによる実験を行なったわけである。著者も、風波の実験的研究には数値実験の方法が良いと考えて同様の計算を行なってきた。それは、模型実験では得られない細かな測定が数値実験では可能だからである。反面、数値実験は層流状態の風について計算するわけで、実際の風とは異なるという欠点もある。しかし、乱流域の流体の数値実験も最近では Batchelor, Deardorff らにより試みられており、風波の計算も実際と同じ状態に対して行なうことができるようになるだろう。

2. 計 算 法

波とともに進行する座標系を取り、図-1 のような下辺が正弦曲線であるような計算領域を設定する。下面は波速 C と波の表面での軌道速度の和の速度で負の方向の速度をもち、上面は free-slip 面とする。計算方法は前に行なった波の中の円柱まわり流れの計算と同様である。

2次元非圧縮性流体に対する Navier-Stokes の運動方程式と連続の方程式は

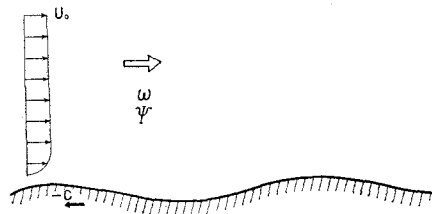


図-1 Moving boundary and flow over it.

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) &= - \frac{\partial p}{\partial x} + \\ \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) &\dots\dots\dots (1) \\ \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) &= - \frac{\partial p}{\partial y} + \end{aligned}$$

* 正会員 工博 東京工業大学工学部

** 正会員 東京工業大学大学院、現在運輸省航空局

$$\mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots (3)$$

である。ここに、 x, y : 座標軸, u, v : 流速成分, p : 圧力, ρ : 密度, μ : 粘性係数。

従属変数の数を一つ減らすために、流関数 ψ と渦度 ω を導入する。すなわち、

$$u = \partial\psi/\partial y, \quad v = -\partial\psi/\partial x \dots\dots\dots (4)$$

$$\omega = \partial v/\partial x - \partial u/\partial y \dots\dots\dots (5)$$

式(1)~(3)を式(4), (5)により変形すると、 p が消去された ψ, ω に関する流体の運動方程式が得られる。

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial y} = \nu \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \dots\dots\dots (6)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega \dots\dots\dots (7)$$

長さの単位を a , 流速の単位を境界層外の流速 U_0 とし, $x/a, y/a, u/U_0, \omega a/U_0, \psi/aU_0, tU_0/a$ を改め x, y, u, ω, ψ, t と書けば、式(6)は次のようになる。

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial y} = \frac{1}{Re} \nabla^2 \omega \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 $Re = aU_0/\nu$ である。式(7)の形は変わらない。

なお、圧力の方程式は式(9)のようになる。

$$\nabla^2 p = 4 \left[\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \dots\dots\dots (9)$$

式(7), (8)の差分式化および数値計算法は前回と同様に加速 Liebmann 法によった。

波面の境界条件としては、波面が必ずしも格子点上にないから、波面に最も近い点に境界条件を折り込むこととした。

図-2 において、計算領域の境界点 $P(x_b, y_b)$ より波面に垂線をおろし、波面との交点を $Q(x_0, y_0)$ とす

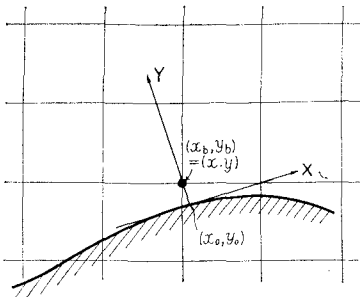


図-2 Coordinate to determine the boundary values on a mesh point satisfying the boundary condition on wave surface

る。Q 点を原点とし、接線方向および法線方向を X, Y 軸とする。点 (X, Y) の ψ を Q 点のまわりの級数展開で表わし、

$$\begin{aligned} \psi(X, Y) = & \psi(x_0, y_0) + X \cdot \psi_X(x_0, y_0) \\ & + Y \cdot \psi_Y(x_0, y_0) + \frac{1}{2} \left\{ X^2 \psi_{XX}(x_0, y_0) \right. \\ & + 2XY \psi_{XY}(x_0, y_0) + Y^2 \psi_{YY}(x_0, y_0) \left. \right\} + \\ & + O(X^3) \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

境界条件

$$\left. \begin{aligned} \psi(x_0, y_0) &= 0 \\ \psi_X(x_0, y_0) &= 0 \\ \psi_Y(x_0, y_0) &= -V_s \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

を代入すれば、

$$\begin{aligned} \psi(X, Y) = & -V_s \cdot Y + \frac{1}{2} \psi_{XX} \cdot X^2 + \psi_{XY} \cdot XY \\ & + \frac{1}{2} \psi_{YY} \cdot Y^2 \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

となる。ここに、 V_s は波面上の流体速度で、波速 C と波の水粒子の流体運動速度の和である。

式(12)の右辺の $\psi_{XX}, \psi_{XY}, \psi_{YY}$ の値は、計算領域内の境界点に近い3つの内点の $\psi(X, Y)$ より定められる。内点のとり方には図-3のように3つのケースがある。

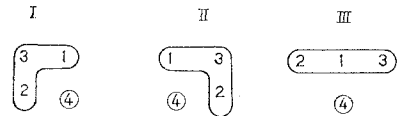


図-3 Interior mesh points (1, 2, 3) selected to determine the value of boundary mesh point (4)

渦度 ω の境界値については、式(5)で近似する。結局、 $\psi \cdot \omega$ の境界値は次式のようになる。

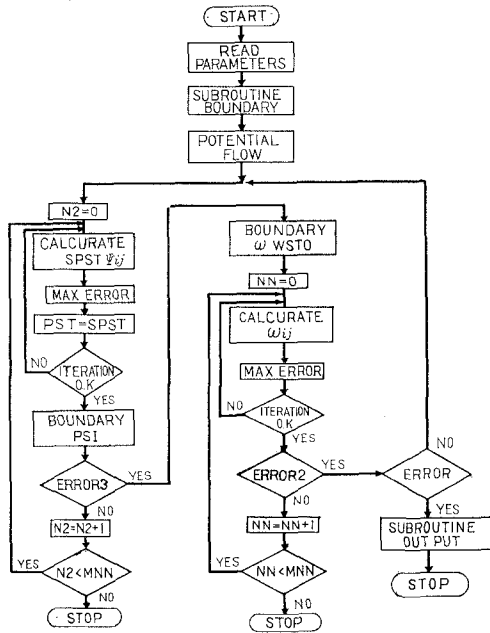
$$\left. \begin{aligned} \psi(x_b, y_b) &= \psi(X_b, Y_b) = -V_s \cdot Y_b \\ &+ \frac{1}{2} \psi_{YY}(x_0, y_0) \cdot Y_b^2 \\ \omega(x_b, y_b) &= \omega(X_b, Y_b) = \\ &- \{ \psi_{XX}(x_0, y_0) + \psi_{YY}(x_0, y_0) \} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

電子計算機による数値計算のフロー・チャートは、図-4 のようである。

3. 計算結果とその検討

(1) cats eye と圧力抵抗

まず、左端での流速分布を与え、 $\nu=0$ としてポテンシャル流の場を求め、これを初期条件として計算を続行する。時間 t が小さい間は波形の前後の ψ の対称性が維持されているが、時間 t がすすむにつれて粘性の効果が表われはじめ波峰の後 $\pi/2$ ほど遅れた所に流線の輪



図—4 Flow chart

いわゆる cats eye が生じ、流線の対称性がくずれてくる (図—5~9)。

これらの図にみられる cats eye と Lighthill によるモデルおよび Phillips による Kinematic な計算とを比較すると、定性的にはほぼ一致しているといえる (図—11)。

渦度の分布を 図—10 に示す。流線と同じように波峯より $\pi/2$ ほど風下に渦度の大きい部分が現われる。

圧力 p については計算を行わなかったが、 ψ および ω の分布から、波峯の背面では前面に比べ圧力が小

さくなり、波の wave drag (pressure drag) が強まることがわかる (本計算では surface drag の計算は行っていない)。

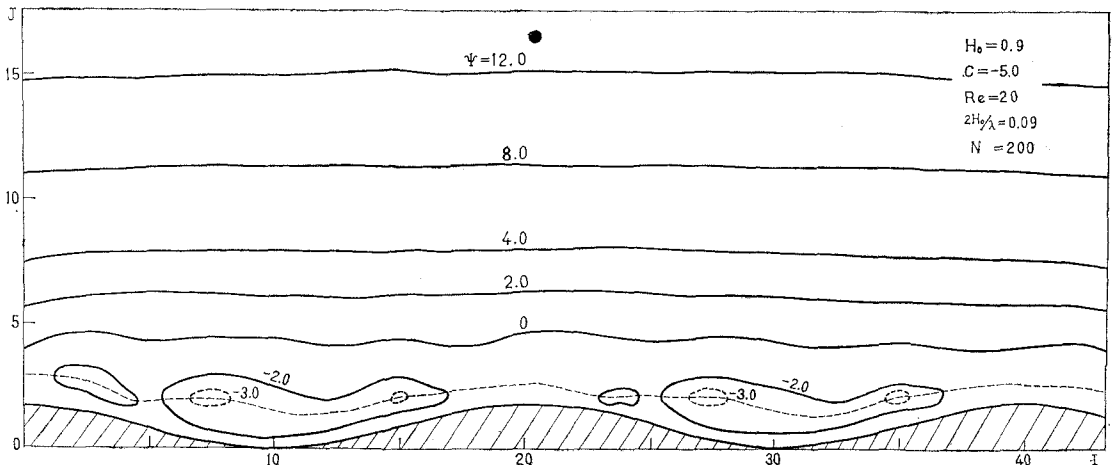
風波の発生機構において波面の形と圧力分布の phase lag による wave drag の作用は、Miles の風波理論の骨子をなすものであり、Stewart は風波の発達の実測結果より wave drag の重要性を指摘した。日野は理論的に total drag にしめる wave drag の割合と fetch の関係を求め、fetch が長くなるにつれて drag のほとんどが wave drag になをことを明らかにした (図—12)。

(2) 風速分布と critical layer の高さ

波面上の各鉛直線上の風速分布を画いたのが 図—13, 14 である。critical layer の高さは波谷近くでは波面に相対的に高くなり、波の背面に最も厚いところがある。また、風速の分布形は相似ではない点も注意を要する。もっとも、本計算は層流解であるから、対数則分布にはしたがっていないし、波面近くでの風速分布のキンクもみられない。

風速分布が相似ではないとすれば、Miles 理論での対数分布則を仮定しての negative damping factor β の計算には問題があり、 β の値の理論と実則には 1 桁の差がある理由の一つをここに見付けることができる。

Jeffreys の sheltering effect の考えの基礎になっている波の背面での気流のはく離の有無は議論の多い点である。波面からみて波面上の流速は上方の風とは逆方向 (波の前面) であり、波の背面にはく離が生じるのはおかしいとの主張もあるが、最近では風速が約 7 m/s 以上になり三角波 (white cap) の現われる位から気流のはく離が生じると、考える人が多いようである。本計算の場合には気流のはく離が認められないが、波面の形を三角形の山形などにして今後計算をすすめる考えである。

図—5 Pattern of stream function Ψ at time step $N(=T/4t)=200$, ($C=-5.0$)

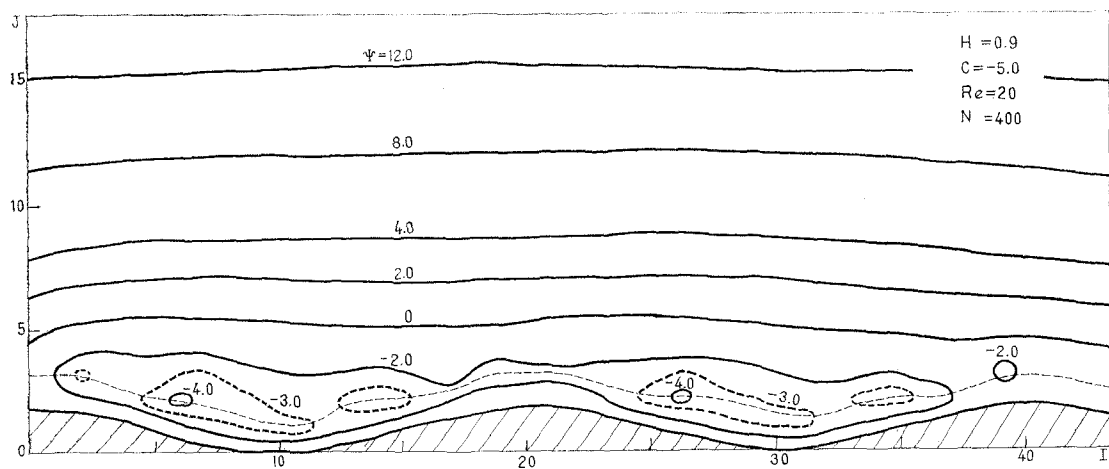


図-6 Pattern of stream function Ψ at time step $N(=T/\Delta t)=400$

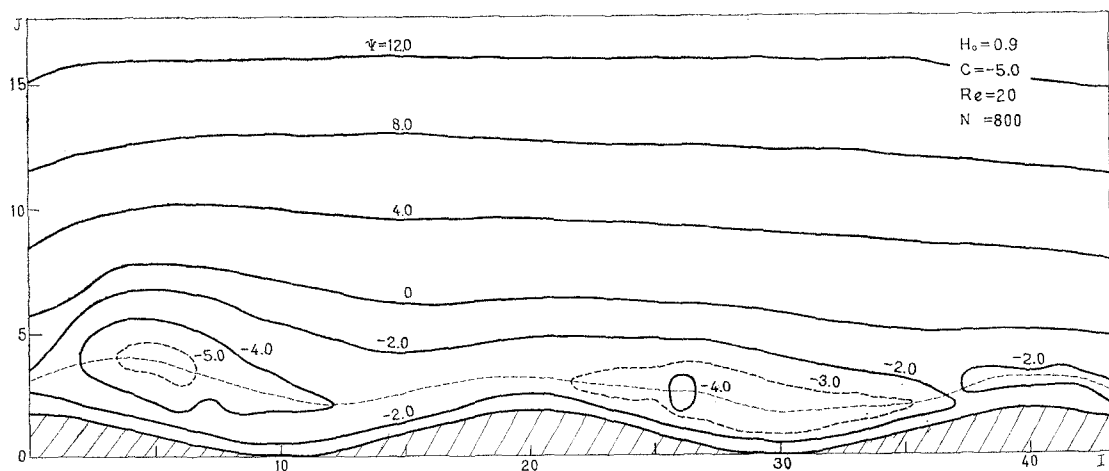


図-7 Pattern of stream function Ψ at $N=800$

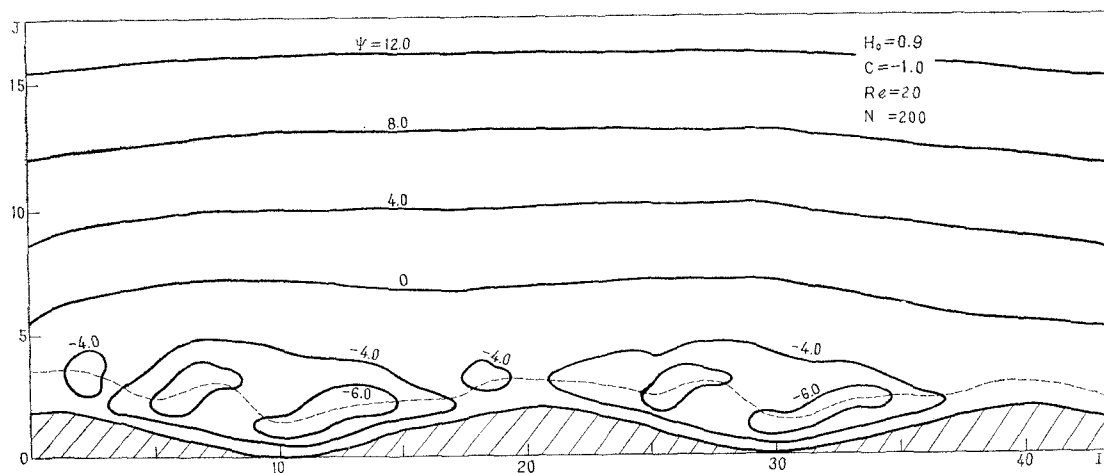


図-8 Pattern of stream function Ψ at $N=200$ ($C=-1.0$)

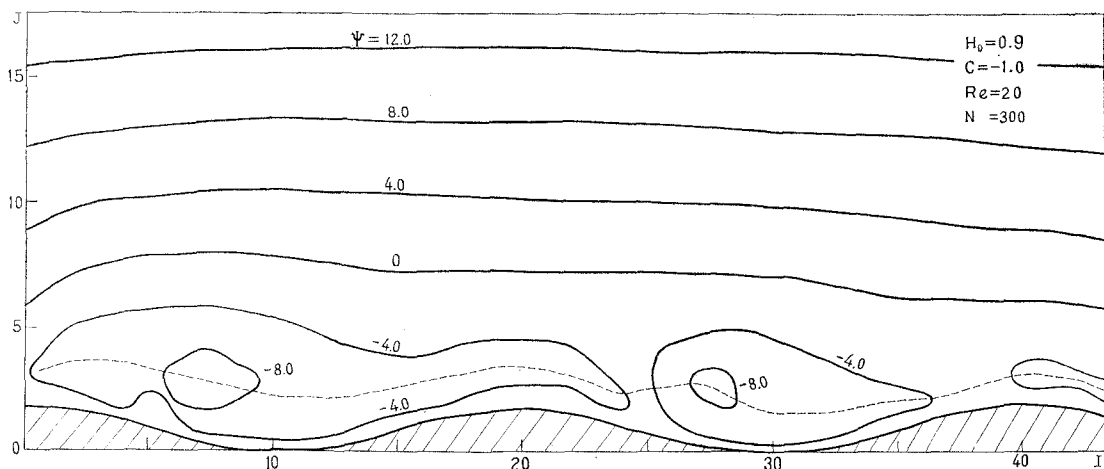
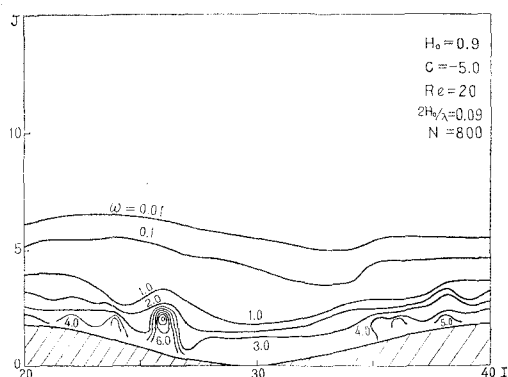
図-9 Pattern of stream ψ at $N=300$ ($C=-1.0$)図-10 Pattern of vorticity ω (c. f. Fig. 7)

図-11 Cats' eye pattern estimated by Phillips (1966).

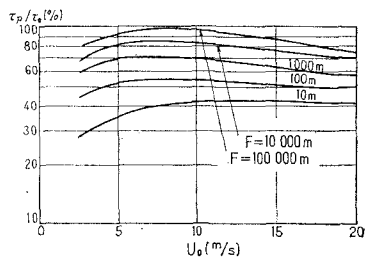


図-12 The relationship between the ratio of pressure drag to total drag and wind velocity with fetch as a parameter.

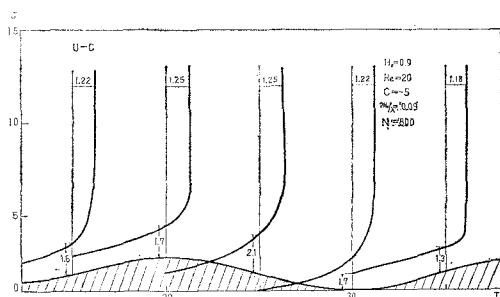


図-13

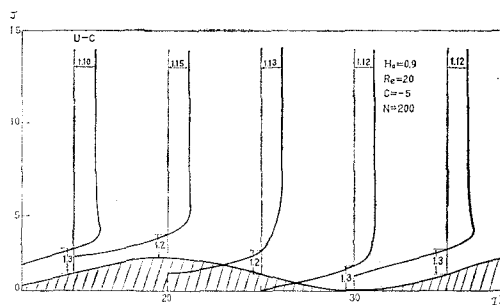


図-14

参考文献

- 1) 日野幹雄 (1965): 振動流中におかれた円柱に働く抗力と円柱まわりの流況, 第12回海岸工学講演会講演集, p. 50-55.
- 2) 日野幹雄 (1965): 風波スペクトルの発生発達と海面摩擦力に関する研究 (III), 第12回海岸工学講演会講演集, p. 56-63.
- 3) Jeffreys, H. (1924): On the formation of waves by wind, Proc. Roy. Soc. A., vol. 107, p. 189-206.
- 4) Lighthill, M. J. (1962): Physical interpretation of the mathematical theory of wave generation by wind, J. Fluid Mech. vol. 3, p. 185-204.
- 5) Miles, J. W. (1957): On the generation of surface

- waves by shear flows, J. Fluid Mech. Vol. 3, p. 185-204.
- 6) Phillips, O. M. (1957) : On the generation of waves by turbulent wind, J. Fluid Mech., vol. 2, p, 417-445.
- 7) Phillips, O.M. (1966) : The Dynamics of The Upper Ocean, Cambridge Univ. Press.
- 8) Shemdin, O. H. (1969) : Wind velocity on progressive water waves, Coastal Eng.
- 9) Stewart, R. W. (1961) : The wave drag of wind over water, J. Fluid Mech. vol. 10, p. 189-194.
- 10) Zagustin, A. M. & Hsu, Y. (1968) : Turbulent flow over moving boundary, J. Waterways & Harbor Division. ASCE,
-