

湾内津波の計算(1)

岩崎 敏夫*・楊 沢 民**

1. 緒 言

津波のような長波が水深や幅の影響を受けてどのように変化するかを示すものに Green の法則があることは周知のとおりであるが、これは途中でエネルギーの逸散もなく途中の断面変化が数波長におよぶ距離の間でごく緩慢に起こると仮定するもので実情とはほど遠い。ついで水路が直線状、あるいは放物線状に幅や水深を変化させる場合の進行波や合成波の増幅、あるいは共振の問題が単一周期の繰返し正弦波の場合にとかれている¹⁾(本間, 1933)。

しかし津波は入射波の波形がよくわかっていないのと、湾口条件、湾内の損失、沿岸砕波、遡上および反射などがおよぼす影響を加味した計算を進めることが必要と考えられることから、湾内津波の計算はかなり困難である。

磯崎・宇野木²⁾および堀口・高³⁾などは大型デジタル電子計算機を使用して津波の計算を行ない、かなりの成果をあげているが、計算機の規模、経費、タイムシェアの問題で湾内津波伝播の特性を抽出することはかなり大辺である。

本報ではアナログ型電子計算機を用い、任意の波形の津波が外洋において発生した場合に上記の湾口条件、海底勾配、湾の地形、沿岸砕波、海底摩擦などの影響をうけてどのように変形するかを明らかにすることを目的として研究を行なった。ただし今回は第1報でつぎの条件によっている。

1. 1次元の取扱いが可能なものとする。すなわち、幅、水深、流速、水位は x の関数とする。
2. 湾奥は完全反射を行なう点とし、湾口条件は渦損失のない場合について与える。
3. 海底摩擦を無視する。
4. 浪源より正弦波を一波、二波あるいは三波のみを送り、その後は、静止せしめる。

条件 1. はアナログ計算機の容量よりの制約であり、条件 2., 3., 4. は将来緩和または改良できるもので今回は意識的に設定している。

2. アナログ回路によるシュミレーション

平面座標を (x, z) 、その方向の流速を (u, w) 、また垂直方向の変位を η とすると鉛直速度を無視した2次元の長波の運動方程式は、

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} - f_{rx} \quad \cdots (1)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -g \frac{\partial \eta}{\partial z} - f_{rz} \quad \cdots (2)$$

ここに、 f_{rx}, f_{rz} は (x, z) 方向の摩擦項である。また連続方程式は

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = - \left[\frac{\partial}{\partial x} u(h+\eta) + \frac{\partial}{\partial z} w(h+\eta) \right] \quad \cdots (3)$$

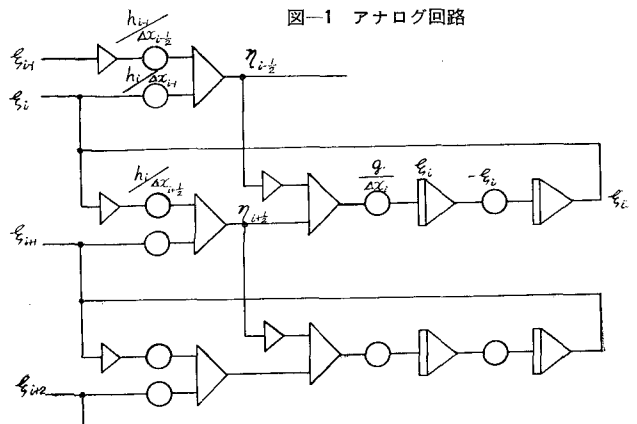
緒言に述べた諸仮定により、 $\xi = \int u dt$ なる変数を用いた場合には式 (1)~(3) は次式となる。

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x}, \quad \eta = -\frac{\partial}{\partial x} (h \xi) \quad \cdots (4)$$

アナログ演算では演算実時間を一方の独立変数にとれるから、時間 t を実時間模擬することとし、距離については階差をとることとする。すなわち有限距離 Δx_i の両端における水位を $\eta_{i+1/2}, \eta_{i-1/2}$ とし、点 $(i+1/2), (i-1/2)$ は、それぞれ有限距離 $\Delta x_{i+1/2} = x_{i+1} - x_i$ および $\Delta x_{i-1/2} = x_i - x_{i-1}$ の区間の代表点と考えると式(4)は、

$$\left(\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \right)_i = -g \frac{\eta_{i+1/2} - \eta_{i-1/2}}{\Delta x_i} \quad \cdots (5)$$

$$\eta_{i+1/2} = -\frac{(h \xi)_{i+1} - (h \xi)_i}{\Delta x_{i+1/2}} \quad \cdots (6)$$



* 正会員 工博 東北大学教授 工学部

** 正会員 工修 東北大学助手 工学部

$$\eta_{i-1/2} = \frac{(h\xi)_i - (h\xi)_{i-1}}{\Delta x_{i-1/2}} \dots (7)$$

式(5)は運動方程式で水面勾配のみよりさだまり、式(6),(7)は連続方程式で断面両端の出入流量のみよりさだまる。これをアナログ回路で模擬すると図-1のようになる。

つぎに湾は図-2

のように幅 b —一定で外海および湾での水深を h_1, h_2 とする。また点Oにおいて波が発生し、断面Aにおいて湾内に侵入し、点Bで反射するものとする。点O

では ξ の値が任意の波形で与えられたあと一定になると仮定する。 ξ を0より立上る正弦波で与えたので u は1より始まり、時刻 t で突然水が正方向に移動し、波が終ったあと $u=0$ 、すなわち固定端になると考えている(模型実験での造波板の運動軌跡にあたる)。従来湾口Aにおいて η の時間関数を与えるのが通例であるが、これは強制振動をAに与えたものとなり、実情にあわないものと考えざるを得ない(模型実験の技術と比較しても劣る)。Miles and Munk の Harbour Paradox Theory は、この点に関する一歩進んだ取扱いといえよう。

図-3のような断面急変部分では周知のように水位一定および流量一定の条件を設定する。したがって反射率 p および透過率 q は次式で示される。

$$p = \frac{f}{F} = \frac{b_1 c_1 - b_2 c_2}{b_1 c_1 + b_2 c_2}, \quad q = \frac{\phi}{F} = \frac{2 b_1 c_1}{b_1 c_1 + b_2 c_2} \dots (8)$$

ここに、 F, f, ϕ はそれぞれ進行波、反射波、透過波の水位、 c は伝播速度で添字 1, 2 は断面 1, 2 の量を示す。このとき ξ_F, ξ_f, ξ_ϕ をそれぞれ進行波、反射波、透過波の ξ とすれば長波の性質より、

図-4 湾口条件

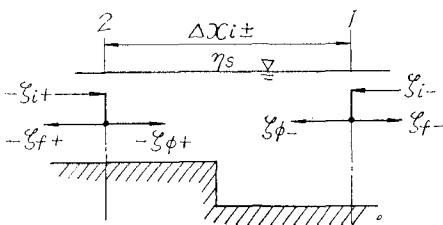


図-2 外洋および湾の模型

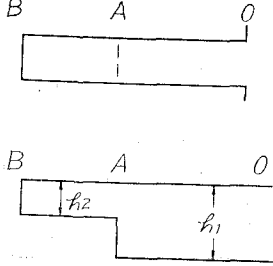
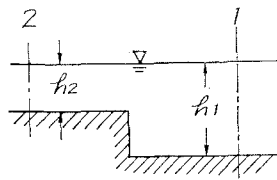


図-3 変断面水路



$$\xi_f = -p \xi_F, \quad \xi_\phi = \frac{c_1}{c_2} q \xi_F \dots (9)$$

すなわち断面1を x の正方向に進行する波 ξ_{i-} に対し、 $\xi_{f-} = -p_i \xi_{i-}$ 、 $\xi_{\phi-} = c_{i-}/c_{i-} \cdot q_{i-} \xi_{i-}$ が、また断面2を x の負方向に進行する波 $-\xi_{i+}$ に対し、 $-\xi_{f+} = p_{i+} \xi_{i+}$ 、 $-\xi_{\phi+} = -c_{i+}/c_{i+} \cdot q_{i+} \xi_{i+}$ が反射波および進行波であって、これより図-4のような湾口 i においてつぎの式が成立する。

$$\eta_{i-1} = -h_1 \frac{(1-p_{i-})\xi_{i-} - \xi_{i-1}}{\Delta x_{i-1}} \dots (10)$$

$$\eta_i = -\frac{c_{i-} c_{i+}}{g \cdot \Delta x_i} (q_{i+} \xi_{i+} - q_{i-} \xi_{i-}) \dots (11)$$

$$\eta_{i+1} = -h_2 \frac{\xi_{i+1} - (1-p_{i+})\xi_{i+}}{\Delta x_{i+1}} \dots (12)$$

したがって、式(10),(11),(12)を式(6),(7)の代りに構成すればよい。図-5はこの回路であって、図-1に比して、ポテンシオ係数が異なるのみであり、かつ反射係数、透過係数の設定の意味が容易に観取しうる(ただし $p_1 = p_{i-}$, $q_1 = q_{i-}$, $p_2 = p_{i+}$, $q_2 = q_{i+}$ としている)。式(8)によって、幅および水深が急変した場合の条件が設定できるわけであるが、防波堤などが存在する場合については梶浦の方法を採用することもできるであろう⁹⁾。ここでは外洋 (b_1, c_1) と内湾 (b_2, c_2) との間に防波堤開口部 (b_3, c_3) がある場合には式(8)を2回適用して、外洋より内湾へ向かう場合に、

$$q_{i-} = \left(\frac{2 b_1 c_1}{b_1 c_1 + b_3 c_3} \right) \left(\frac{2 b_3 c_3}{b_2 c_2 + b_3 c_3} \right),$$

$$p_{i-} = \frac{b_1 c_1 - b_3 c_3}{b_1 c_1 + b_3 c_3} + \left(\frac{b_3 c_3 - b_2 c_2}{b_3 c_3 + b_2 c_2} \right) \left(\frac{2 b_3 c_3}{b_2 c_2 + b_3 c_3} \right) \dots (13)$$

また内湾より外洋へ向かう場合に、

$$q_{i+} = \frac{2 b_2 c_2}{b_2 c_2 + b_3 c_3} \cdot \frac{2 b_3 c_3}{b_1 c_1 + b_3 c_3},$$

$$p_{i+} = \frac{b_2 c_2 - b_3 c_3}{b_2 c_2 + b_3 c_3} + \left(\frac{b_3 c_3 - b_1 c_1}{b_3 c_3 + b_1 c_1} \right) \left(\frac{2 b_3 c_3}{b_1 c_1 + b_3 c_3} \right) \dots (14)$$

図-5 湾口条件を模擬する回路

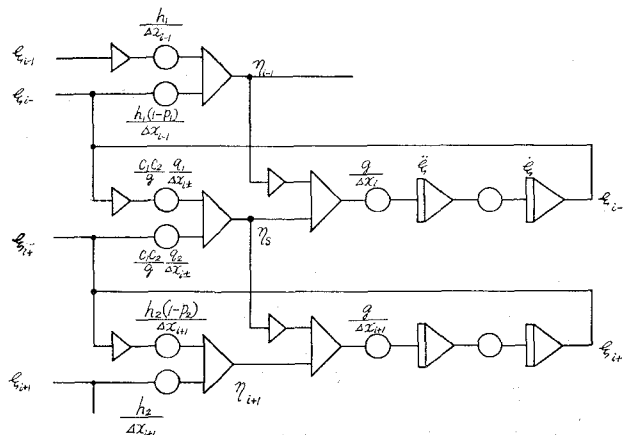
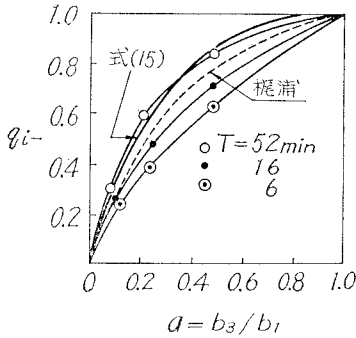


図-6 防波堤の効果



たとえば $b_1=b_2$, $c_1=c_2=c_3$ の場合に $b_3/b_1=a$ となると式 (13) より

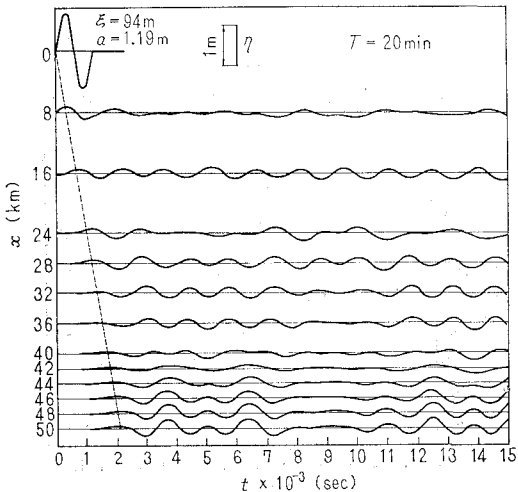
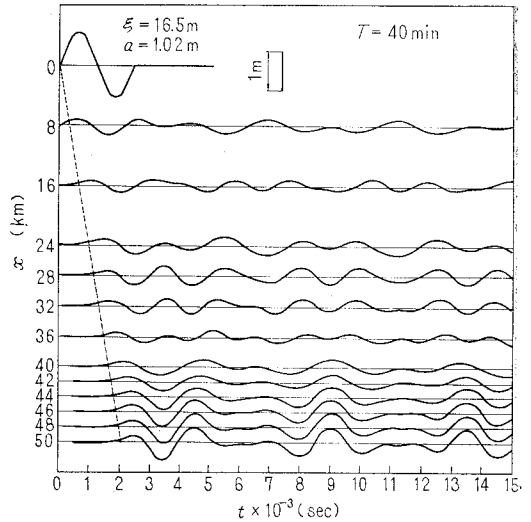
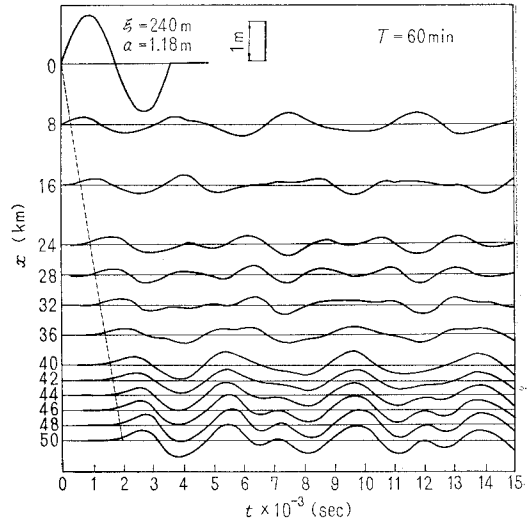
$$q_i = \frac{4a}{(1+a)^2} \dots \dots \dots (15)$$

図-6 にかつて著者の一人が行なった気仙沼湾の津波の実験結果を式 (15) の曲線とともに示した⁹⁾。これによると周期の長い津波の場合にはほとんど式 (15) に一致する。しかし周期が短くなってくると透過率が減少してきて、非線型効果が卓越し、梶浦の理論曲線と示したものよりも小さい。ただしこの実験結果は現地スケールでは過大な抵抗値を与えるようである。このことから、防波堤効果は式 (14) によってその線型の場合を説明できるものといえよう。

3. 演算の実際とその結果

(1) 演算はまず水深 $h=60$ m の一定の水路において、浪源より陸岸までを 50 km と仮定し、一山一谷の正弦波を浪源に与えた。当然使用した式が線型であるから、波高の影響は考えられず、実際演算結果もそれを証明している。

図-7, 8, 9 は浪源を $x=0$ km にとり、これよりの

図-7 海洋を伝播する津波の波形 $T=20$ 分図-8 海洋を伝播する津波の波形 $T=40$ 分図-9 海洋を伝播する津波の波形 $T=60$ 分

距離を x km として計算した各点の波形であって、 $x=0$ km には ξ の波形が示されている。また図中に点線で $\sqrt{gh}$ で伝播する点の軌跡を示した (ここに a は浪源の振幅である)。

これによると浪源では一山一谷であるにもかかわらずここが造波板のような役割をはたし陸岸との間で往復運動を行なう。陸岸 $x=50$ km では、周期によって異なった複雑な振動を行なっている。

しかしさらに詳細に見ると第一波はじめは波形の変化なしで進行するが、遠方に伝播するにつれてしだいに扁平になり明瞭な立上りが認められない。波峰はフロントより遅れて進行するので、しだいに減少する。この結果は有限域における波源よりの長波の伝播を論じた梶浦の結果に対応するもので興味深い⁷⁾。しかしながら、 $x=8$ km, $x=16$ km において、 $\sqrt{gh}$ にて進行する点よりも

早く立上りが現われているのは、梶浦の所説に一致することのためなのか、計算上の誤差なのかははっきりしていない。

陸岸に近づくにつれて見掛上の波峯は $\sqrt{gh}$ よりも早い速度で現われてくる。これは反射波の影響で進行波の波峯が到達する前に、波峯が現われるためである。このことは従来あまり論ぜられていない興味ある結果である。なお陸岸前では第1波の波形は互いに相似であることと最大が第2波に現われていることを指摘したい。

(2) つぎに図-2のような外洋および湾の模型を考え、外洋の水深 $h_1=60$ m, 湾の水深 $h_2=20$ m とし、外洋部分は浪源より 35.5 km, 湾の部分は 9.5 km の長さをもつものとして上と同様に一山一谷の正弦波を浪源に与えて計算を行なった。図-10~16 はその結果であっ

図-10 外洋および湾を伝播する津波の波形
 $T/T_0=0.41$

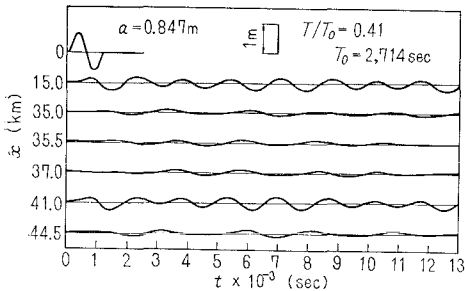


図-11 外洋および湾を伝播する津波の波形
 $T/T_0=0.66$

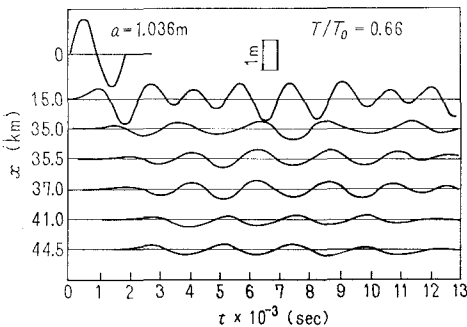


図-12 外洋および湾を伝播する津波の波形
 $T/T_0=0.89$

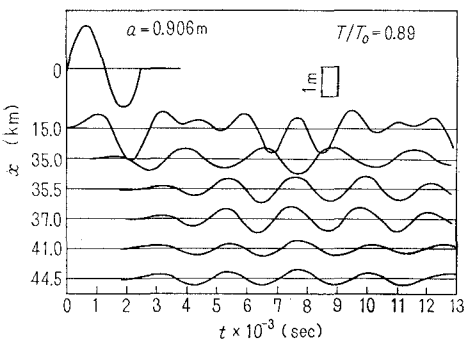


図-13 外洋および湾を伝播する津波の波形
 $T/T_0=0.99$

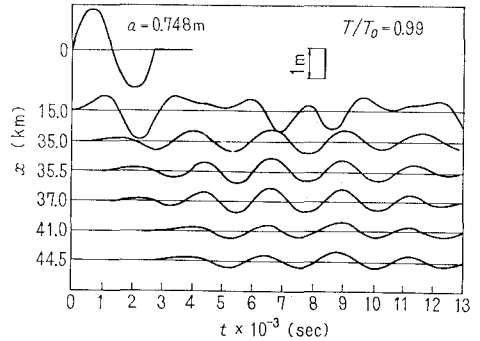


図-14 外洋および湾を伝播する津波の波形
 $T/T_0=1.14$

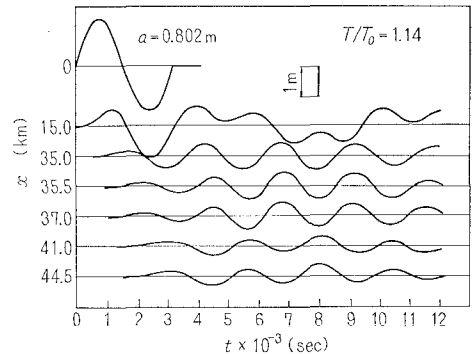


図-15 外洋および湾を伝播する津波の波形
 $T/T_0=1.36$

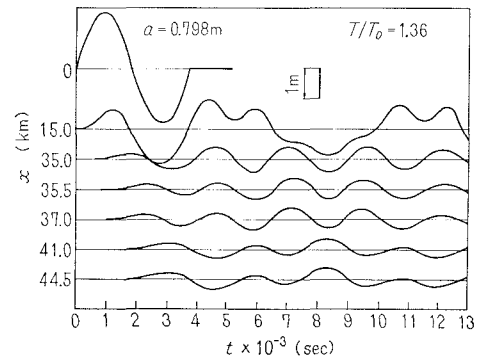


図-16 外洋および湾を伝播する津波の波形
 $T/T_0=1.69$

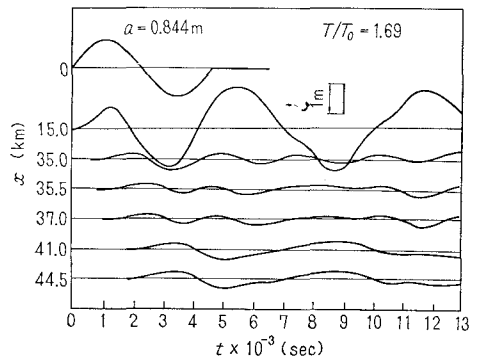
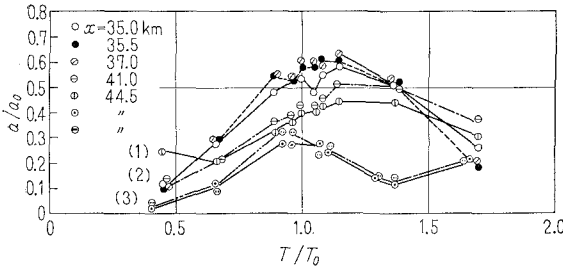


図-17 波高増幅率



て、アナコンの条件設定の際の条件から浪源の振幅は若干相互に異なっている。

$x=15$ km において明瞭に示される第1波の波形はやはり理論曲線によく近似している。また $x=35.5$ km は階段になっているが、 $x=37.0$ km の断面との間に水位差はほとんどなく、よく湾口条件を満足している。湾の固有周期を $T_0(=4l_2/\sqrt{gh_2})$ 、 l_2 は湾の長さ) とした場合、 $T/T_0 < 1.00$ においては大体湾奥へ行くにしたがって、波高を減少し、 $T/T_0 > 1.00$ においてはこれと逆の傾向にある。このことも従来いわれていることと一致する。また湾口における部分反射の影響で湾口と湾奥とで位相が逆になることがある。

いま浪源での振幅を a_0 とし各観測点での最大振幅を a_i とし、横軸に T/T_0 、縦軸に a_i/a_0 をとって図示したのが、図-17 である。これによると湾内では $T/T_0=1.1\sim 1.4$ において最大波高を示している。したがってやはり固有周期の計算には湾口補正を必要とするようである。

(3) 同様にして浪源に2サイクル、3サイクルの正弦波を加え、湾奥での波形を求めた。図-16 中に $x=44.5$ km とし (2), (3) と記したのがそれである。

しかるに中村の解⁸⁾とは異なって増幅率はかえってサイクル数がふえるにつれて小さくなる傾向を示している。かつまた最大振幅は $T/T_0=0.93$ の程度のところにきており、見かけ上湾長が短くなったような挙動とな

っている。これは従来の所論とまったく反対であり、さらに詳細な検討が望まれる。

4. 結 論

湾内津波の伝播に伴う変形の特性を調べるのにアナログ電子計算機を用いるのは非常に有用であることがわかった。また浪源に造波板の運動を与えた場合の振動は意外に複雑で津波はいつまでもつづく。だから、このつぎには浪源に外洋中の1点であるような性質を与えたい。もし震源域が大陸棚縁辺であるなら、そこでの反射率、透過率を設定し、海洋中では $x=-\infty$ で $\eta=0$ を与える工夫が必要となろう。また湾の地形効果や防波堤効果は容易に与えられる。今後は模型実験や実測と対比しつつ津波の性質を明らかにしてゆきたい。最後にこの研究は昭和43年度文部省機関研究費の補助を受けた。ここに記して感謝の意を表したい。

参 考 文 献

- 1) 本間 仁: “長波の変形について”, 土木学会誌, 昭和8年9月(1933).
- 2) 磯崎一郎・宇野木早苗: “東京湾の潮汐と津波の数値計算の試行”, 第10回海岸工学講演会講演集, 昭和38年10月(1963).
- 3) 堀口孝男・高 隆二: “湾および河川網に侵入する津波の計算”, 第12回海岸工学講演会講演集, 昭和40年11月(1965).
- 4) Miles, J. and Munk, W.: “Harbour Paradox” Proc. ASCE, Journal of Waterways and Harbour Divisions WW 3 (1961).
- 5) 梶浦欣二郎: “湾水振動におよぼす防波堤の効果”, 地震研究所集報第41号(1963).
- 6) Iwasaki, T., A. Miura and S. Terada: “On the Effect of the Breakwater in Case of Tsunami, Part 1” The Technology Reports of the Tohoku University, Vol. 25 (1961), No. 2.
- 7) Kajiura, K.: “The Leading Wave of a Tsunami”, Bull. Earthquake Research Institute, Vol. 41 (1963).
- 8) Nakamura, K.: “Motion of Water due to a Long Waves in a Rectangular Bay of Uniform Depth”, The Sci. Rep. of the Tohoku University, Series 5, Geophysics, Vol. 12 (1961).