

# 遡上津波先端の境界条件と計算法\*

岩 崎 敏 夫\*\*・富 樫 宏 由\*\*\*

## 1. 序 論

浅瀬における有限振幅長波としての津波は、汀線に達するまでに砕けている場合と砕けていない場合とがある。底摩擦効果を考えれば、底床勾配がほぼ一様な傾斜海岸では汀線近傍でほとんど砕けているとみてよいであろうし、汀線が岸壁で境されているような複合型の海岸では砕けないこともありうるであろう。しかし、一度陸上に遡上した津波の先端は、乱れ方に多少の相違はあってもいわゆる surge front としての様相は非常によく似ている。したがって陸上に遡上する津波の計算においては、各段階での先端の現象に相応するように境界条件を変えてゆく必要がある。その際、最も問題になるのは陸上での条件である。

この論文では、第一に一様な傾斜海岸の場合に、先端が砕けていない wave front から完全に発達した bore front に、さらに陸上では乱れた surge front に変化してゆく過程での先端の境界条件と計算法について論述している。とくに陸上での先端条件としては、フルード数が2であり、それを決めるにあたっては汀線条件なる新たな概念の境界条件が決定的な役割を果たすことが示される。第二に複合型海岸の場合に、先端が砕けていない wave front が鉛直岸壁に到達して、岸壁での反射条件を満たしながら天端を越え、ついで陸上においては段波の陸上遡上と同様の surge front を形成する一連の過程を取扱っている。とくに前論文<sup>1), 2)</sup>で提案した鉛直岸壁での反射条件については、傾斜海岸上に鉛直岸壁がある複合型海岸にも適用できるように発展的に修正され、かつ数値解法で示されている。

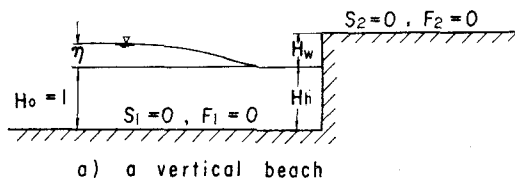
最後に、ここに述べる理論的方法にしたがって計算した結果の一例を示した。

## 2. 傾斜海岸上の汀線近傍での津波

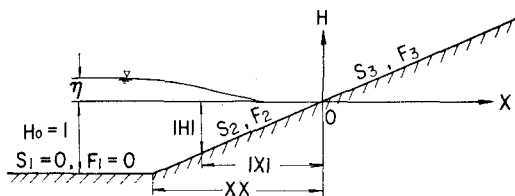
津波に限らず、陸上に遡上する波に関する既応の研究成果については、前論文<sup>3), 4)</sup>に詳述しているのでここでは省略する。

自然地形と人工構造物およびその組み合わせにより、いろいろな形の海岸が存在する。ここでは図-1に示すように、水平床上に鉛直岸壁があるような鉛直海岸の場合(a)と傾斜海岸の場合(b)およびその組合せによる複合型海岸の場合(c)の3つに分類して考えることにする。

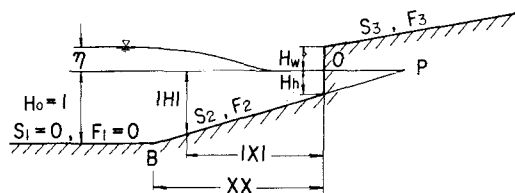
図-1



a) a vertical beach



b) a sloping beach



c) a composite type beach

有限振幅長波としての津波の遡上に特性曲線法が適用される場合、先端の境界条件が与えられれば内点の計算は容易である。鉛直型海岸(a)については、すでに前論文<sup>1), 2)</sup>で取扱い済みなので、ここでは傾斜型海岸について考える。

特性曲線法を使う場合、水深や幅の変化は必ずしも一様である必要はないが、ここでは便宜上一様として一次元解析法にしたがうことにする。

いままでのところ、有限振幅長波としての津波は、傾斜型海岸上では砕ける場合と砕けない場合があることが

\*\* 正会員 工博 東北大学教授 工学部

\*\*\* 正会員 工修 東北大学助手 工学部

※ 本論文の一部は 1969 年 9 月の「第 13 回国際水理学会会議」で発表した。

わかっている。しかし、入射波が砕けているといないとを問わず、汀線での津波は段波のような様相を呈して、いわゆる surge front を形成するようである。それはつぎのように説明される。

### 3. 理 論

津波が砕けていなければ、それは特性曲線法で計算できる。正の  $C_+$  特性線

$$\frac{dX}{dT} = U + C \quad \dots\dots\dots (1)$$

に沿って

$$d(U + 2C) = G \cdot dT \quad \dots\dots\dots (2)$$

また、負の  $C_-$  特性線

$$\frac{dX}{dT} = U - C \quad \dots\dots\dots (3)$$

に沿って

$$d(U - 2C) = G \cdot dT \quad \dots\dots\dots (4)$$

が成り立つ。ここで、

$$G = -\left\{ S + F \left( \frac{U}{C} \right)^2 \right\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

また、 $X, T, U$  および  $C$  はそれぞれつぎに示すような無次元量の水平方向距離、時間、流速および波速である。 $S$  は底床勾配、 $F$  は底摩擦係数である。

$$X = \frac{x}{h_*} \quad \dots\dots\dots (6)$$

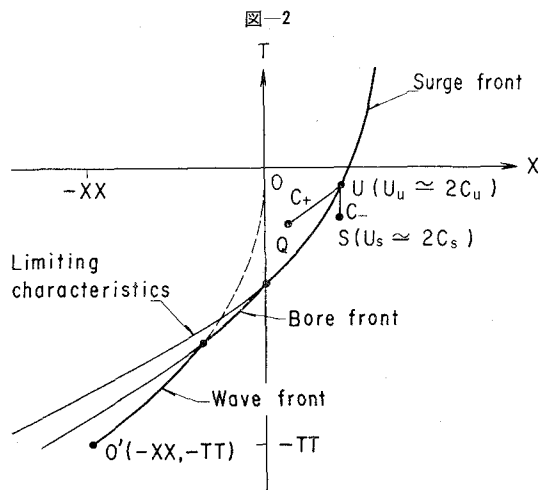
$$T = \frac{c_* t}{h_*} = \left( \frac{g}{h_*} \right)^{1/2} \cdot t \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$U = \frac{u}{c_*} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$C = \frac{C}{c_*} = \left( \frac{h + \eta}{h_*} \right)^{1/2} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 $x, t, u$  および  $c$  は同様な有次元量、 $h$  は水深、 $\eta$  は静水面からはかった水表面の水位、 $g$  は重力の加速度そして  $*$  は一様水深の沖合い断面にとって基準値である。

図-2 は傾斜海岸に相当する  $X-T$  特性曲線である



が、座標の原点は汀線にとっており、沖合いから陸上までの先端の伝播過程が模式的に画いてある。

いま、 $XX$  および  $TT$  をそれぞれ傾斜海岸ののり先の  $X$  および  $T$  座標とすれば、先端についてはつぎの単純な幾何学的関係が成り立つ。

$$H = -1 + S(X + XX) \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで  $H$  はつぎのような無次元深さである。

$$H = \frac{h}{h_*} \quad \dots\dots\dots (11)$$

汀線では  $H=0, X=0$  であるから式 (10) より

$$XX = \frac{1}{S} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$XX$  と  $X$  の間における傾斜海岸上での先端条件は、静水面を伝播するから  $U=0, C=\sqrt{|H|}$  で与えられる。したがって式 (1) より

$$\frac{dX}{dT} = C \quad \dots\dots\dots (13)$$

となる。したがって式 (10), (13) より

$$dT = \frac{dX}{C} = \frac{dX}{\sqrt{|H|}} = -\frac{1}{S} |H|^{-1/2} \cdot d|H| \quad \dots\dots\dots (14)$$

図-2 の第1番目の特性線  $0' \sim 0$  (途中から点線になっている) に沿って式 (14) を積分すると、

$$T = \frac{2}{S} (|H|^{1/2} - 1) - TT \quad \dots\dots\dots (15)$$

が得られる。この座標系では、 $T=0$  で  $H=0$  であるから、

$$TT = \frac{2}{S} \quad \dots\dots\dots (16)$$

である。

式 (15), (16) より  $\frac{2}{S}$  を消去すれば、

$$T = -TT \cdot |H|^{1/2} \text{ または } |H| = \left( \frac{T}{TT} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (17)$$

式 (10), (17) より  $H$  を消去すると、海側の砕けない津波先端の方程式は、

$$X = \frac{TT}{2} \left\{ 1 - \left( \frac{T}{TT} \right)^2 \right\} - XX \quad \dots\dots\dots (18)$$

として与えられる。そしてこれは原点における  $T$  軸に接する。すなわち、

「汀線条件は  $dX/dT=0$  に沿って  $U_0=C_0=0$  である。ここで0は先端での値に相当する一つの特性境界値を意味する」。

しかも、もし入射波が圧縮性の押し波であるならば、汀線での先端の水表面勾配は負 ( $\partial(h+\eta)/\partial x < 0$ ) であるから、先端に続くつぎの正の特性線の勾配 ( $dX/dT$ ) は  $U$  が正で  $C$  が  $C_0$  より大きいゆえに常に先端のそれが汀線に致達する前に必ず追いついて砕けることになる (Greenspan<sup>5)</sup>, 岸<sup>6)</sup>)。

それゆえ、押し波の津波は傾斜海岸上で段波となって汀線に到達すると考えられる。しかし段波ができる位置

は汀線から沖合いまで幅広くゆきわたっている。もしそれが沖合いで形成される場合、 $\eta$  が初めの限界値  $0.626 h_0$  ( $h_0$  は段波の前面水深) より小さいならば、段波の高さ  $\eta$  は初めは増大し、ついで  $\eta/h_0$  の値が  $0.626$  より大きくなるに十分浅いところでは  $\eta$  は減少する。そしてついには汀線で  $0$  になる。すなわち、段波は汀線で消滅することになる。これは Keller ら<sup>7)</sup>の結果であるが、彼らは底摩擦効果を考えていない。底摩擦効果のほかにも原因はあるかもしれないが、少なくとも汀線での質量保存則が成り立たない点に一つの大きな疑問が残されている。底摩擦を考慮に入れば、先端は汀線でもなお段波状の形を保っているものと考えられる。

bore front で成り立つ特性曲線式は

$$\frac{dX}{dT} = W = \frac{U_u C_u^2 - U_d C_d^2}{C_u^2 - C_d^2} \dots\dots\dots (19)$$

$$C_u^4 - C_d^4 = 2 C_d^2 (W - U_d) (U_u - U_d) \dots\dots\dots (20)$$

である。ここで  $W$  は無次元の段波の波速  $w/c$  で添字  $c_*$  の  $u$  と  $d$  はそれぞれ段波の高い方の側と低い方の側を示す。式 (19) の第 2 項と第 3 項の間の関係は連続方程式である。

同様に式 (20) は運動量方程式である。式 (19), (20) には  $C_u, U_u$  および  $W$  なる 3 つの未知数があるが、もう一つの方程式は bore front に追いつく正の特性曲線式である。それは式 (1), (2) より  $dX/dT = U_Q + C_Q$  に沿って、

$$U_u + 2 C_u = U_Q + 2 C_Q - G_Q (T_u - T_Q) \dots\dots\dots (21)$$

である。ここで添字  $Q$  は bore front の背後に続く点を示す。

bore front の前面では  $U_d = 0$  だから式 (19), (20) は、

$$\frac{dX}{dT} = W = U_u \cdot \frac{C_u^2}{C_u^2 - C_d^2} \dots\dots\dots (22)$$

$$C_u^4 - C_d^4 = 2 C_d^2 \cdot W \cdot U_u \dots\dots\dots (23)$$

となる。式 (22), (23) より  $U_u$  を消去すれば

$$W = \left( \frac{C_u^2 + C_d^2}{2} \right)^{1/2} \cdot \frac{C_u}{C_d} \dots\dots\dots (24)$$

$W$  は  $C_d$  が  $0$  に近づくにつれてしだいに大きくなるが、すぐ後に続く点の  $U_Q + C_Q$  より大きくはならない (Méhauté<sup>8)</sup>)。しかるに汀線では、 $U_d = 0, C_d = 0$  ゆえ  $W = \infty$  になるような式 (24) は成り立たないことがわかる。すなわち、汀線では式 (23) の運動量保存則はもはや適用できないことを意味している。しかし、質量保存則としての式 (22) は常に成り立たなければならないから  $C_u \neq 0$  と仮定する。そうすれば、

$$\frac{dX}{dT} = W = U_u \dots\dots\dots (25)$$

が得られる。

前にも述べたように、汀線では  $dX/dT = 0$  に沿って  $U_d = 0, C_d = 0$  なる汀線条件が成り立つ。これは St.

Venant が提案した先端条件 (Abbott<sup>9)</sup> は St. Venant front と称している) の特別の場合にほかならないが、surge front の形成に対しては非常に重要な役割をもつ特性境界条件である。

ところで、境界においては常に正の  $C_+$  特性線と負の  $C_-$  特性線が交差する。式 (21) は Ho & Meyer ら<sup>10)</sup>によって提案された限界特性線と称する正の  $C_+$  特性線である。もう一つは St. Venant front を境界とする負の  $C_-$  特性線でなければならない。

すなわち、

$$\frac{dX}{dT} = U_S - C_S \dots\dots\dots (26)$$

に沿って

$$U_u - 2 C_u = U_S - 2 C_S + G_S (T_u - T_S) \dots\dots\dots (27)$$

添字の  $s$  は St. Venant front での値を示す。ただし、 $G_S = -S$  (底床勾配) で底摩擦勾配は定義されない。式 (27) が式 (23) にかわって成り立つ式である。汀線条件より、 $U_S = U_d = 0, C_S = C_d = 0$  であり、また  $T_u = T_S$  であるから、式 (26) と式 (27) の右辺はともに  $0$  となる。したがって

$$U_u = 2 C_u \dots\dots\dots (28)$$

すなわち、 $F_r = 2$  という先端条件が決定される。front は St. Venant front から発生する  $C_-$  特性線とそれにぶつかる  $C_+$  特性線との交点を結ぶ曲線であり、段波状の先端、いわゆる surge front である。

また、式 (21), 式 (25) および式 (28) より

$$\frac{dX}{dT} = W = U_u = 2 C_u = \frac{1}{2} \{ U_Q + 2 C_Q + G_Q (T_u - T_Q) \} \dots\dots\dots (29)$$

これは後から追いつく波要素の特性線の勾配

$$\frac{dX}{dT} = U_Q + C_Q \dots\dots\dots (30)$$

より小さい。

このやり方はつぎつぎと続いてくる wave front にも同様に適用されて、津波の陸上遡上の計算を可能ならしめる。

#### 4. 複合型海岸の場合

図-1 の (c) に示すように、傾斜海岸上に鉛直岸壁がある場合は、かりにその直前の水深が砕波水深より深いとすれば津波は砕けないであろう。

図-1 の (c) における  $P$  点は、(b) における  $O$  点に相当するから、(c) における  $O$  点は同様に簡単な比例計算により、

$$XX = \frac{1}{S} (1 - H_h) \dots\dots\dots (31)$$

$$TT = \frac{2}{S} (1 - \sqrt{H_h}) \dots\dots\dots (32)$$

$$X = \frac{1}{S} \left\{ 1 - \left( 1 - \frac{S}{2} \cdot T \right)^2 \right\} \dots\dots\dots (33)$$

図-3

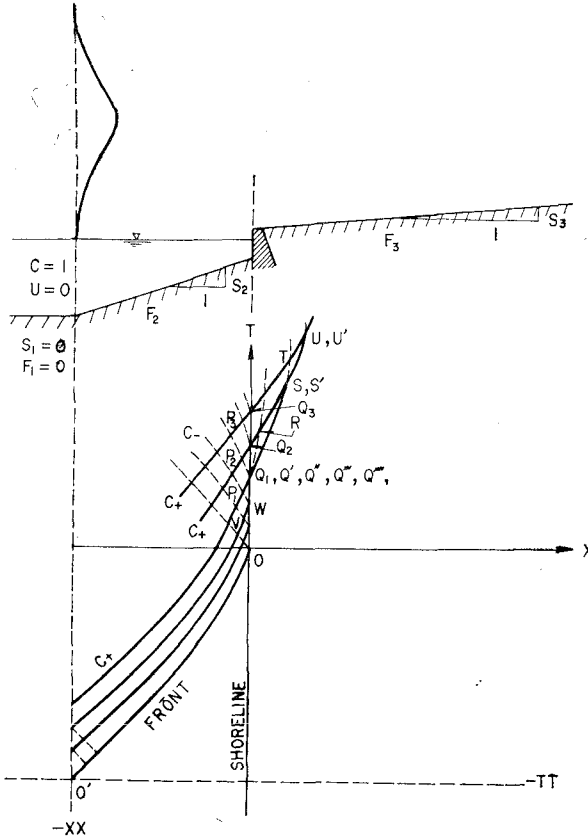
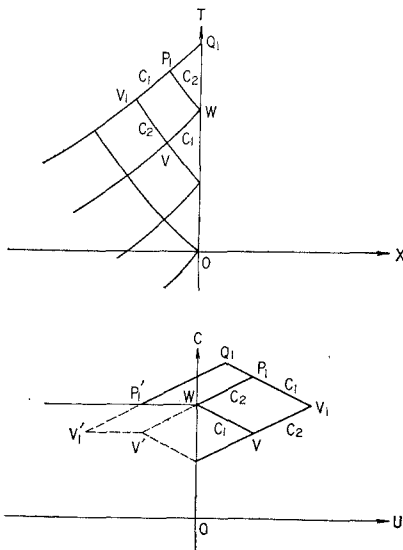


図-4



で与えられる。

波要素が鉛直岸壁で完全にさえぎられれば、壁面での流速  $U_W=0$  となり、いわゆる完全反射される。したがって、 $dX/dT=U_V+C_V$  なる  $C_+$  特性線に沿って

$$C_W = \frac{1}{2} \{U_V + 2C_V + G_V(T_W - T_V)\} \dots (34)$$

が成り立つ。ここで添字の  $V$  と  $W$  はそれぞれ図-3, 4に示すように、入射波と重複波の波要素の値に相当する。図-4は図-3の中の鉛直岸壁の近傍を拡大したものである。反射された波要素は図-4の  $X-T$  面、 $U-C$  面上の  $W \sim P$  として表わされるが、それはさらにそれに続く入射波によって影響される。

いま一度  $P_1$  点を通過する波要素が岸壁を越流したとすれば、もはや壁面での流速  $U_{Q_1}$  は0とは考えられない。

ここで前論文<sup>1), 2)</sup>で行なったと同様の仮定を各波要素に対して適用すれば、反射した波要素の流速  $U_P$  は入射した波要素のそれと大きさは等しく、符号は反対であり、また反射した波要素の波速  $C_P$  は静水面の岸壁高に相当する波速  $C_W$  に等しいということになる。したがって、 $Q_1$  点を通る  $C_-$  特性線に沿っては、

$$\begin{aligned} U_{Q_1} - 2C_{Q_1} &= U_{P_1} - 2C_{P_1} + G_{P_1}(T_{Q_1} - T_{P_1}) \\ &= -U_{P_1} - 2C_W - G_{P_1}(T_{Q_1} - T_{P_1}) \end{aligned} \dots (35)$$

また、 $C_+$  特性線に沿っては問題なく、

$$U_{Q_1} + 2C_{Q_1} = U_{P_1} + 2C_{P_1} + G_{P_1}(T_{Q_1} - T_{P_1}) \dots (36)$$

とおける。式(35)と式(36)より

$$U_{Q_1} = C_{P_1} - C_W \dots (37)$$

$$C_{Q_1} = \frac{1}{2} \{U_{P_1} + C_{P_1} + C_W + G_{P_1}(T_{Q_1} - T_{P_1})\} \dots (38)$$

で与えられる。

以後は岸壁の真上で支配断面をとり、ついで陸上遡上流が計算される手続は前論文<sup>1), 2)</sup>の場合と基本的に同じであるが、底床勾配と底摩擦勾配の効果を同時に考慮している分だけ多少修正しなければならない。

## 5. 計算例

計算は東北大学大型計算機 NEAC SERIES-2230, MODEL-500で行なわれたが、結果の一例を図-5(a), (b)および図-6に示す。図-5(a), (b)は図-1の(b)に相当する一様な傾斜海岸上で砕けて陸上に遡上する場合であるが、最大遡上高  $R=$

図-5 (a)

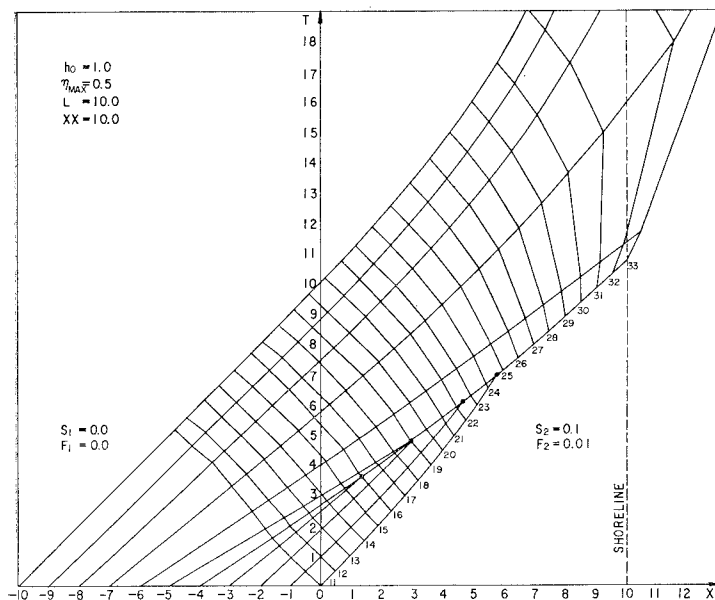


図-5 (b)

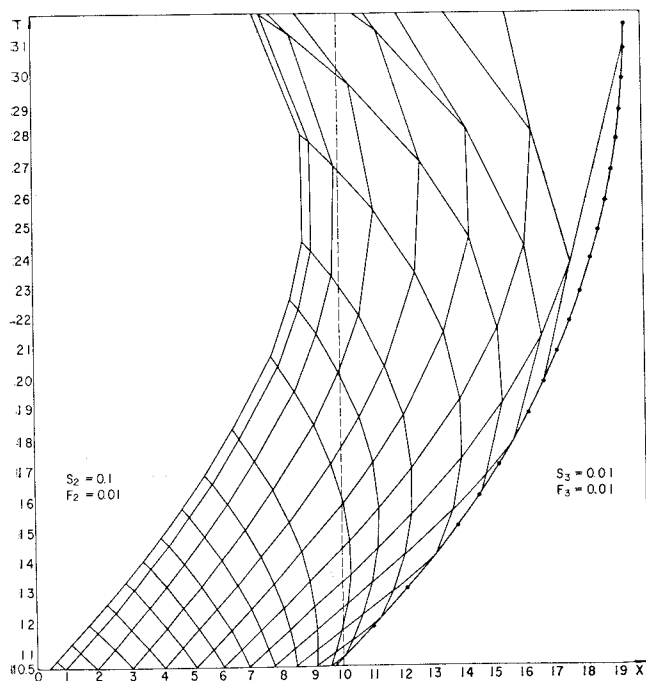
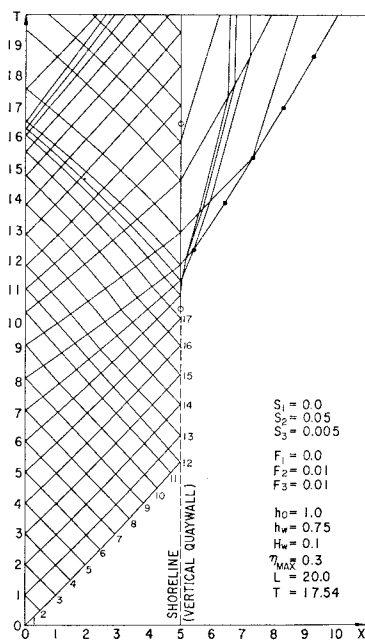


図-6



1.944  $h_*$  と求められる。図-6 は 図-1 の (c) に相当する複合型海岸の場合であるが、入力は 図-3 に示すように  $T$  軸に沿って与えてある。まだ計算途中で最大遡上高を求めるまでに至っていないが、岸壁付近での計算例として示しておいた。

## 6. 結 論

遡上津波の先端について特性曲線法および段波の条件式を利用しながら、境界条件を求め、これにより津波の計算を可能ならしめた。St. Venant front を計算に導入するのは段波状をなした front の最先端部における物理現象に着目しての結果であって、十勝沖津波(1968)においても実際に観測されている。

なお、本研究について昭和 44 年度科学研究費助成金の援助をうけた。ここに謝意を表したい。

## 参 考 文 献

- 1) 岩崎敏夫・富樫宏由：水平な陸上への津波の遡上に関する研究；第 13 回海岸工学講演会講演集，昭 41.12. pp. 223~229
- 2) Iwasaki, T. and H. Togashi : On the Overland Flow of Tsunami and Effectiveness of Wall as A

Counter Measure; XIth Conference on Coastal Engineering, London, 1968.9

- 3) 岩崎敏夫・富樫宏由：遡上する津波の先端条件について；東北支部技術研究発表会講演概要，昭 44.2. pp. 36~43.
- 4) Iwasaki, T and H. Togashi : On the Shoreline and Leading Front Conditions of Tsunami Waves in the Light of the Method of Characteristics; XIII th Congress of the I.A.H.R., Kyoto, 1969.9
- 5) Greenspan, H.P.: On the Breaking of Water Waves of Finite Amplitude on a Sloping Beach; Journal of Fluid Mechanics, Vol. 4 (3), 1958. pp. 330~334
- 6) Kishi, T.: Transformation, Breaking and Run-up of a Long Wave of Finite Height. Proc. of 8th Conf. on Coastal Engineering, 1962, pp. 66-76
- 7) Keller, H.B., D.A. Levin and G.B. Whitham; Motion of a Bore over a Sloping Beach. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 7, 1960, pp. 302-320
- 8) Méhauté, B.L.: On non-saturated breakers and the wave run-up. Proc. of 8th Conf. on Coastal Engineering, 1962, pp 77-92.
- 9) Abbott, M.B. and I. Torbe : On Flows and Fronts in a Stratified Fluid, London, Proc. of Roy. Soc. A, Vol. 273, 1963
- 10) Ho. D.V and R.E. Meyer: Climb of a Bore on a Beach, Part 1, Uniform Beach Slope. Journal of Mechanics, Vol. 14, 1962, pp. 305~318.