

海岸構造物不連続部の波高分布について (第4報)

三井 宏*・筒井 茂明**

1. 緒 言

この第4報では、2つの隅角をもつ海岸・港湾構造物の典型例と考えられる半無限突堤およびZ型法線構造物に沿う波高分布の模型実験結果を報告する。さらに、平面水槽における模型実験技術の向上、および海岸・港湾構造物の計画・設計に役立てるため、計算により求めた代表的な散乱波の様相を述べる。

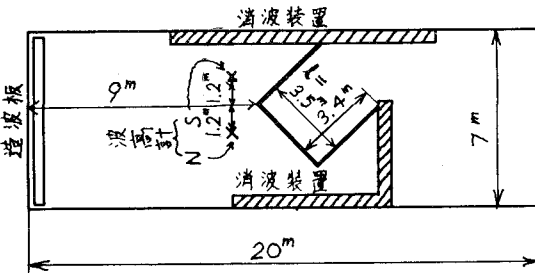
2. 半無限突堤に沿う波高分布***

実験に使用した徳大工学部の水槽は、図-1 に示すよ

表-1 半無限突堤実験諸元

入射角 α	水 深 h (cm)	周 期 T' (sec)	波 長 L (cm)	入射波高 H (cm)	
				N 点	S 点
0°	20	0.80	88.7	5.93	—
	"	0.87	100.0	5.48	—
	"	0.92	107.7	4.40	—
45°	20	0.72	75.3	4.44	3.70
	"	0.76	82.3	5.37	4.19
	"	0.80	88.7	4.87	3.36
90°	20	0.75	80.2	5.87	4.52
	"	0.81	90.0	5.19	4.78
	"	0.90	105.1	8.02	6.06

図-1 実験装置諸元



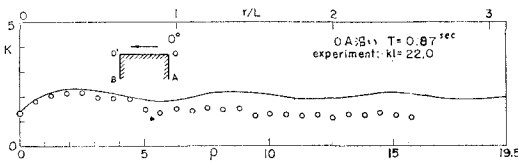
うに、長さ 20 m、幅 7 m、深さ 0.35 m のコンクリート製平面水槽で、その一端にはプランジャー型造波機を設置してある。構造物の模型はすべて杉板製の鉛直壁である。入射波高および構造物壁面に沿う波高の測定にはそれぞれ 8 ミリ撮影機およびシネマ・スコープ効果を出すためのコンバージョン・レンズ付き 16 ミリ撮影機を用いた。いずれも撮影速度は毎秒 64 コマである。この実験に使用した諸元は表-1 に示す。

図-2~4 に実験結果の一部を示す。縦軸の K は壁面沿いの波高を入射波高で割った値、横軸の ρ は kr である。ここに、 k は $2\pi/L$ 、 L は水深 h における微小振幅波理論による進行波の波長で、 r は O 、 O' を原点にとり、それぞれ OA (図 (a))、 OO' (図 (b))、 $O'B$ (図-(c)) に沿って測った距離である。図中に記入した曲線は計算値で、 OA 沿いおよび $O'B$ 沿い、すなわち、図 (a) および (c) の場合は第2報¹⁾において報告

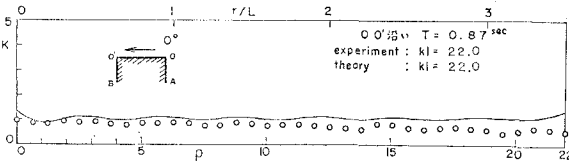
図-2 半無限突堤に沿う波高分布

($\alpha=0$)

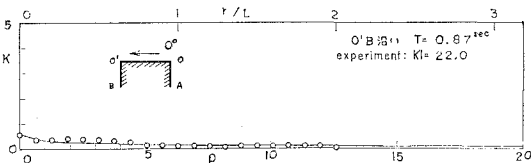
(a)



(b)



(c)



した単純隅角に対するもの、 OO' 沿い、すなわち、図 (b) の場合は第3報²⁾において報告した半無限突堤に対するものである。

法線 OA および $O'B$ に沿う波高分布の実験結果は、これらの法線を単純隅角の一部と考えた計算結果とほぼ一致しているようである。法線 OO' に沿う波高分布の

* 正会員 工修 徳島大学助教授 工学部土木工学科
** 学生員 徳島大学大学院 工学研究科
*** 昭.44.7. 土木学会中四支部にて一部講演

図-3 半無限突堤に沿う波高分布

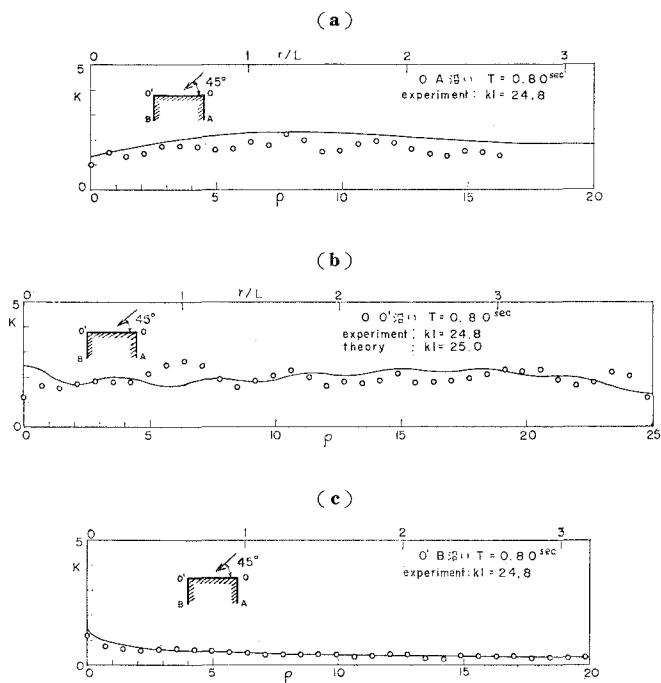
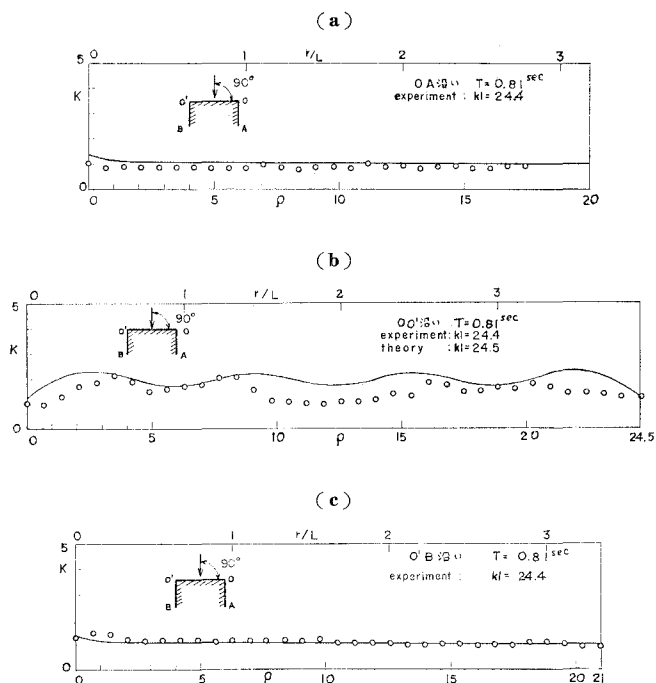
 $(\alpha=45^\circ)$ 

図-4 半無限突堤に沿う波高分布

 $(\alpha=90^\circ)$ 

実験結果と計算結果とはあまりよく一致していない。ただし、極大および極小波高の発生位置を問題にしなければ、波高の値そのものの分布は大局的に一致するようである。この実験および計算における法線 OO' の長さは 3~4 波長であるので、この計算曲線の基礎になっている単純隅角に対する解の重ね合わせだけでは、水面状態を厳密に再現できないために、極大または極小波高の発生位置の一致がみられなかったものと考えられる。開口部をもつ防波堤による回折についての実験においても、以上と同様な現象が起こることが Blue と Johnson³⁾ により報告されている。すなわち開口幅が 1 波長より大きい場合において、実験値と半無限防波堤の解の重ね合わせによる理論値とを比較すると、回折模様は若干異なるが回折波高そのものは実験値の方が小さいようである。

なお、図-2 (a) において、水槽側壁に近い部分 (A 点) の K の値が計算値より小さくなっているが、これは水槽側壁に沿って設置した消波装置が影響したものと思われる。

3. Z 型法線に沿う波高分布*

実験に用いた装置および方法は前節と同様で、実験諸元は表-2 に示す。図-5~9 に実験結果の一部および第3報による計算曲線を示す。ここに r は、図-(a), (b), (c) において、それぞれ O 点を原点とする OA に沿う距離、O 点を原点とする OO' に沿う距離、O' 点を原点とする O'B に沿う距離である。入射角 α が 135° の場合の法線 OA に沿う波高分布の実験を行っていない理由は、法線 O'B による反射波の再現を重視して O'B を長くとり、法線 OA は短くしたことによるものである。

実験結果と計算曲線とを比較すると、いずれの入射角の場合においても、法線 OO' および O'B に沿う波高分布はかなりよく一致している。法線 OO' の長さは、前節の場合と同様に 3~4 波長であるが、法線 O'B が鏡面の作用をしているので、散乱点源の距離は結局 6~8 波長になっていることになる。このために 2 次散乱の影響が小さくなって、計算曲線と実験値とはか

* 昭.44.7. 土木学会中四支部にて一部講演

表-2 Z型法線実験諸元

入射角 α	水深 h (cm)	周期 T (sec)	波長 L (cm)	OO' 長 l (cm)	入射波高 H (cm)	
					N 点	S 点
0°	20	0.80	88.7	350	5.98	—
		0.90	105.1	"	7.25	—
		1.00	121.2	"	5.78	—
45°	20	0.80	88.7	350	6.52	—
		0.90	105.1	"	5.71	—
		1.00	121.2	"	4.63	—
90°	20	0.80	88.7	350	4.82	5.97
		"	"	"	4.43	4.38
		0.87	100.0	"	6.47	5.33
		"	"	"	4.89	5.26
		0.92	107.7	"	6.32	5.27
135°	20	"	"	"	4.86	—
		0.72	74.6	250	4.28	3.60
		"	"	"	4.89	3.82
180°	20	"	"	"	5.30	4.80
		0.75	80.2	350	5.58	5.37
		0.81	90.0	"	5.01	4.93
180°	20	0.90	105.1	"	6.01	5.88

図-5 Z型法線に沿う波高分布

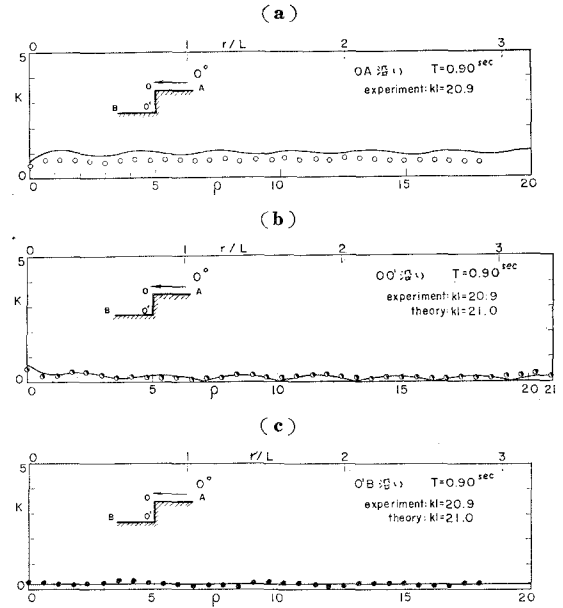
 ($\alpha=0^\circ$)


図-6 Z型法線に沿う波高分布

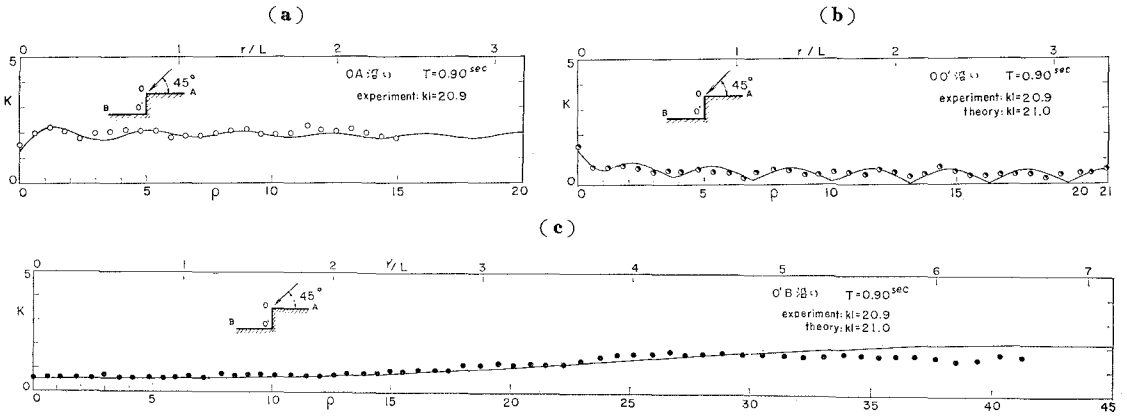
 ($\alpha=45^\circ$)


図-7 Z型法線に沿う波高分布

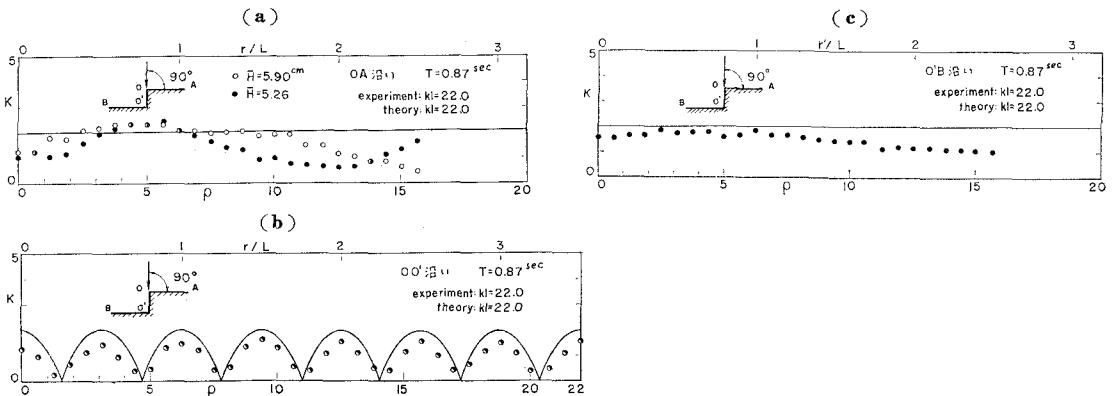
 ($\alpha=90^\circ$)


図-8 Z型法線に沿う波高分布

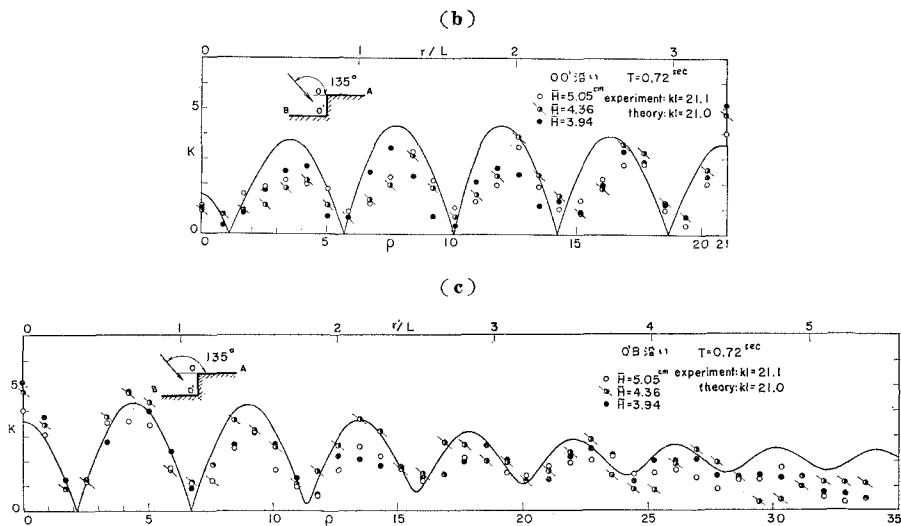
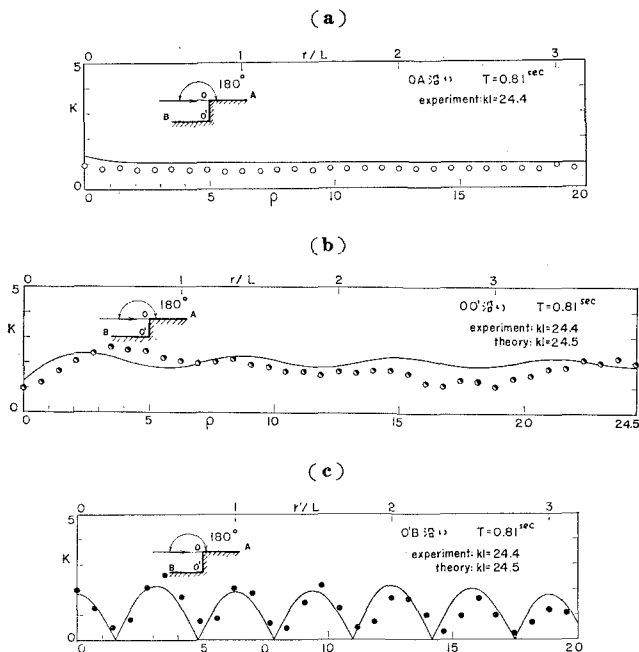
 $(\alpha=135^\circ)$ 

図-9 Z型法線に沿う波高分布

 $(\alpha=180^\circ)$ 

作用する。したがって、 α が 90° および実験結果は得られていないが 135° の場合の法線 OA に沿う波高分布の測定開始時期は、入射波が O'B で反射し、その反射波が隅角 O に到達してから以後である。このため、入射波により直接発生している O 点からの散乱波は OA 方向に伝わり、水槽側壁に設置した消波装置でその一部分が反射するので、OA に沿ってすでに散乱波の部分重複波が発生していることになる。以上のほかに、O 点における入射波と O'B からの反射波の位相が、計算と実験とでは多少のずれがあることも原因の一つと思われる。

なお、図-6~8 の (a) および (c) において、水槽側壁付近の実験と計算曲線とが一致しない理由は前節と同様である。

4. 散乱波の様相*

埋め立て地の護岸や港湾の外かく施設を計画する場合、平面水槽における模型実験により水域の波高分布を求め、設計資料とすることが多い。つぎに述べるように、あらかじめ散乱波の様相を知っておくことは、このような平面水槽における模型実験の実験技術の向上に役立つものと思われる。

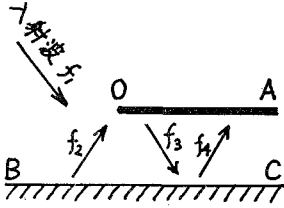
前節において、波高分布測定のための撮影開始時期の問題にふれたが、ここではさらに具体的に、図-10 に示すような岸壁 BC に平行に作られた半無限防波堤 OA 周辺の波高分布を測定する場合を例にとってみる。すな

* 昭.44.9. 土木学会年講にて一部講演

なりよく一致したと思われる。

法線 OA に沿う波高分布の実験結果と計算曲線は、入射角によって、かなりよく一致するものと、そうでないものがある。すなわち、 α が 0° , 45° , 180° の場合はかなりよく一致し、 90° の場合は一致しないようである。この原因はつぎのように考えられる。 α が 0° , 45° , 180° の場合には、法線 O'B からの反射波が隅角 O'OA に直接作用しないが、 α が 90° および 135° の場合には

図-10 測定開始時期の例



わち、OA 前面に沿う波高の測定開始時期は、入射波 f_1 によるO点からの散乱波、および BC からの反射波 f_2 によるO点からの散乱波が測定地点に到達したあとにすべきであろう。BC と OA 間の水域の波高分布を測定する場合には、入射波 f_1 は f_2, f_3, f_4 のように再反射をくり返し、 f_1 および f_2 によるO点からの散乱波もそれぞれ OA, BC 間で再反射をくり返すので、測定開始までに相当長時間待たなければならないものと思われる。散乱波の波長と振幅がわかっていれば、平面水槽におけるこのような模型実験に必要な待ち時間および散乱波の影響の程度を、あらかじめ推定することができよう。以下に、典型的な3種類の散乱波の様相を示す。

半無限防波堤における散乱項 χ は、第1報¹⁾式(1)および式(2)より、各領域において次式のようになる。

反射領域 ($0 < \theta < \pi - \alpha$)

$$\chi = -f_1(-|\sigma|) \cdot \exp\{ikr \cos(\theta - \alpha)\} - f_1(-|\sigma'|) \cdot \exp\{ikr \cos(\theta + \alpha)\} \dots \dots (1)$$

入射領域 ($\pi - \alpha < \theta < \pi + \alpha$)

$$\chi = -f_1(-|\sigma|) \cdot \exp\{ikr \cos(\theta - \alpha)\} + f_1(-|\sigma'|) \cdot \exp\{ikr \cos(\theta + \alpha)\} \dots \dots (2)$$

回折領域 ($\pi + \alpha < \theta < 2\pi$)

$$\chi = f_1(-|\sigma|) \cdot \exp\{ikr \cos(\theta - \alpha)\} + f_1(-|\sigma'|) \cdot \exp\{ikr \cos(\theta + \alpha)\} \dots \dots (3)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} f_1(-|\sigma|) &= 0.5 - 0.5(1+i) \int_0^{|\sigma|} \exp\left(-i\frac{\pi}{2}u^2\right) du \\ \sigma &= 2\sqrt{\frac{kr}{\pi}} \cos \frac{1}{2}(\theta - \alpha) \\ \sigma' &= 2\sqrt{\frac{kr}{\pi}} \cos \frac{1}{2}(\theta + \alpha) \end{aligned} \right\} (4)$$

で、 k は波数、 r, θ は極座標、 α は入射角である。式(1)~(3)の各項に共通である f_1 をとり出し、 kr が非常に大きいとして漸近展開すると、つぎのようになる。

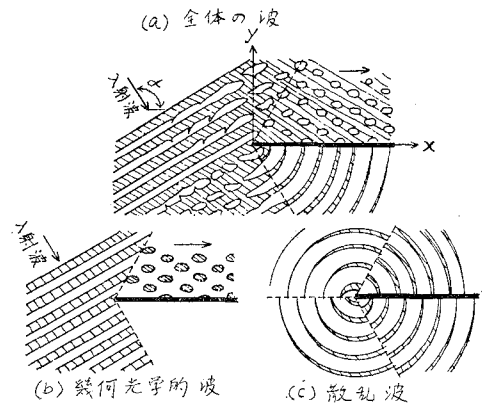
$$f_1(-|\sigma|) = \frac{1}{2\sqrt{\pi|\sigma|}} \exp\left(-i\sigma^2 - i\frac{\pi}{4}\right) \dots (5)$$

σ' についても同じ形であるから、 r が十分大きい地では、散乱波の振幅は σ^{-1} 、すなわち $r^{-0.5}$ に比例して減少する。また、 $i\sigma^2$ にかかる符号は負であるから、原点から外方へ進行する波を示している。これらの2つの性質は、平面波としての散乱波一般に共通のものである。式(1)において、 $\theta = \pi - \alpha$ の場合には、第2項

は式(4)により、 $0.5 \exp(-ikr)$ に近い値となり、入射波と同一の波長、 $1/2$ の波高をもち、 $\theta = \pi - \alpha$ に沿って外方に進む波になるから、第2項は第1項にくらべて収束しにくいことになる。同様に、式(2)においても第2項は、 $0.5 \exp(-ikr)$ に近い値となる。このように、式(1)、(2)において $\theta = \pi - \alpha$ の場合には、第1項は値が等しく、しかも r が大きい場合には0に近く、第2項は値が同一で正負が異なるから、反射領域および入射領域の境界線付近のそれぞれの領域における散乱波は、いずれも入射波高の $1/2$ に近い波高および入射波長とほぼ等しい波長をもち、互いに位相が π だけずれていることになる。 $\theta = \pi + \alpha$ の場合も、式(2)および(3)のそれぞれにおいて、第1項は値が $0.5 \exp(-ikr)$ で正負が異なり、第2項は r が大になれば0に収束することから、入射領域と回折領域の境界線付近における散乱波の様相は、 $\theta = \pi - \alpha$ の場合とまったく同様であることがわかる。

つぎに、 x 軸に関して、線対称な地点における散乱波の様相を比較するために、式(1)に $\theta = \theta_1$ 、式(3)に $\theta = 2\pi - \theta_1$ を代入すれば、両式の絶対値は等しく、正負の符号が逆であることがただちにわかる。同様に、入射領域に対する式(2)についても x 軸に関して線対称な地点においては、絶対値が等しく、符号が逆の関係にある。したがって、 x 軸に関して線対称の地点における散乱波の振幅は等しいが、位相は π だけずれていることになる。半無限防波堤周辺の波の様相を幾何光学的な波、散乱波にわけて示すと図-11 のようになる。図中

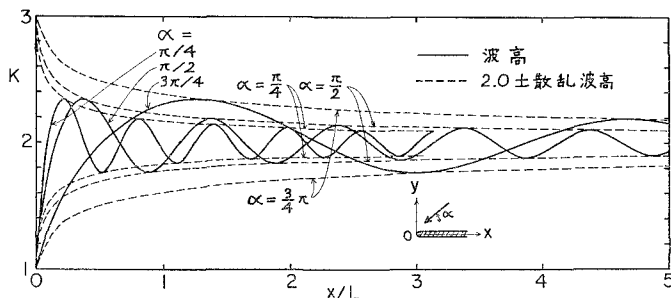
図-11 半無限防波堤周辺の波の様相 (Penney および Price⁵⁾ による)



の斜線部の幅は振幅の大きさに相当する。

半無限防波堤の回折領域 ($y < 0$) における散乱波の波高分布は従来から詳細に計算され、わが国では水理公式集にもその数値計算結果が記載されているので、ここでは以下のように、 $\theta = 0$ ($x \geq 0, y = +0$) に沿う散乱波の様相を示すにとどめる。すなわち、式(1)に $\theta = 0$ を代

図-12 半無限防波堤前面に沿う波高分布および散乱波高

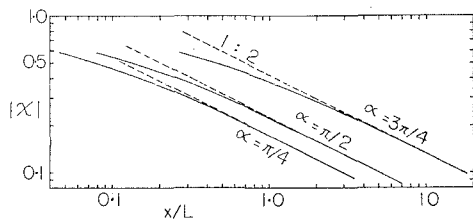


入して絶対値をとれば、つぎのように波高 1 の入射波に対する散乱波の波高が得られる。

$$|z(x, 0)| = \sqrt{(1-C-S)^2 + (C-S)^2}$$

ここに、 C および S は式(4)中の積分により定義される Fresnel 関数である。 $\alpha = \pi/4, \pi/2, 3\pi/4$ に対する計算結果は図-12 に破線で示す。ただし縦軸 $K=2$ より上側の破線は散乱波の波高に 2 を加えたものであり、下側の破線は 2 から散乱波の波高を減じたものである。実線は、第 1 報で報告した半無限防波堤前面に沿う波高分布である。厳密に言えば、散乱波の波高を示す破線は極大および極小波高を示す実線の包絡線であるが、実線にくらべて破線の変化が少ないため、極大および極小波高の値は散乱波の波高曲線に一致するものと考えてよからう。図-13 は両対数紙に散乱波の波高 ($\theta=0$) を示した

図-13 半無限防波堤前面に沿う散乱振幅



ものである。この結果によれば、 α により相違があるが、この場合もっとも 0 に収束するのが遅い $\alpha = 3\pi/4$ に対する散乱波の波高でも、原点から 3 波長以上離れたら、ほぼ $1/\sqrt{x}$ に比例して減少するようである。

つぎに、 $\theta=0$ に沿う散乱波の波長 L_1 を求める。複素表示された波の式から位相を求めるには、一般に偏角をとればよいのであるが、ここでは、波高分布がすでに計算された図-12 から散乱波の位相を求める。すなわち壁面 $\theta=0$ に沿う波を次式の形で示すものとする。

$$f(x, 0) = 2 \exp(ikx \cos \alpha) + a_1 \exp(-ik_1 x) \quad \dots\dots\dots (6)$$

この式の第 1 項は入射波と反射波との合計で、第 2 項は散乱波を示す。ここに、 a_1 および k_1 はそれぞれ散乱波の振幅および波数である。波高が極大および極小となる地点を求めるため、上式の絶対値をとり x で微分して 0 と置き、散乱波の振幅 a_1 の x 方向の変化 $\partial a_1 / \partial x$ は微

小とすれば、つぎの関係が得られる。

$$(k_1 + k \cos \alpha) a_1 \sin(k_1 x + k x \cos \alpha) = 0$$

隣接する極大 (または極小) 波高間の距離に着目すれば

$$k_1 x_1 + k x_2 \cos \alpha = 2\pi$$

となり、これを变形してつぎの関係を得る。

$$\frac{L_1}{L} = \frac{x_1/L}{1 - x_1/L \cos \alpha} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 x_1 は $\theta=0$ に沿って生じる極大 (または極小) 波高間の隣接距離である。図-12 において、原点から数えて最初の極大波高とそのつぎの極大波高を生じる地点間の距離 x_1/L を読みとり、式(7)に代入して散乱波の波長と入射波の波長との比を求めると、表-3 のように、いずれの α に対してもほぼ 1 にな

表-3 半無限防波堤に沿う散乱波の波長

入射角 α	原 点	付 近	遠 方 L_1/L
	x_1/L	L_1/L	
$\pi/4$	0.59	1.01	2.6344
$\pi/2$	1.00	1.00	1.5708
$3\pi/4$	3.46	1.02	1.1191

る。図-12 に示す x/L の範囲内では、 L_1/L の値は 1 より大きく変わることはない。

x が非常に大きい場合の L_1 を求めるため、式(1)に $\theta=0$ を代入し、式(5)の漸近展開を用いるとつぎのようになる。

$$z \approx -\frac{1}{\sqrt{\pi \sigma}} \exp \left\{ -i \left(\sigma^2 - k x \cos \alpha + \frac{\pi}{4} \right) \right\}$$

上式より散乱波の波数 k_1 を求めると

$$k_1 = k \left(\frac{4}{\pi} \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \cos \alpha \right)$$

となり、これを整理すると次式が得られる。

$$\frac{L_1}{L} = \frac{1}{2/\pi - (1 - 2/\pi) \cos \alpha} \quad (\theta=0) \quad \dots\dots\dots (8)$$

式(8)による計算結果は表-3 に併記する。これらの結果によれば、 $\theta=0$ に沿う散乱波の波長 L_1 は、(a) 防波堤先端の近くでは、入射角 α に無関係にほぼ入射波の波長 L に等しく、(b) 防波堤先端から非常に遠方の地点においては、いずれの α においても L_1 は L より大きくなり、(c) しかも、 α が π に近いほど L_1 は L に近づき、 α が 0 に近いほど L_1 は L より大きくなる。

第 2 に、波長にくらべて小さい開口幅をもつ防波堤の散乱波の様相を調べる。第 1 報で述べた Lamb の解は、防波堤の外域および内域において、それぞれ以下のとおりである。

$$f = \exp \{ ik(x \cos \alpha + y \sin \alpha) \} + \exp \{ ik(x \cos \alpha - y \sin \alpha) \} + \chi \quad \dots\dots\dots (9)$$

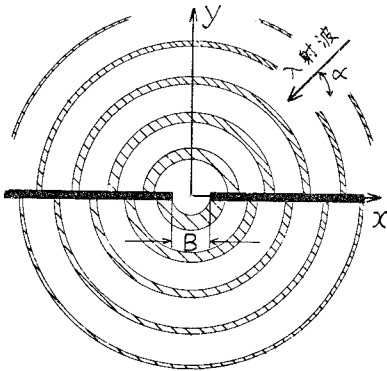
$$f = -\chi \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここに、散乱項 z は

$$z = \frac{\exp\{-i(kr + \pi/4)\}}{\ln(kB/8) + \gamma + i\pi/2} \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} \dots\dots\dots(11)$$

で、 B は開口幅、 γ は Euler の定数 0.5772 である。
式(11)には α や θ は含まれていないので、(a) 散乱波は入射角に無関係で、(b) 散乱波の等波高線および等位相線は原点を中心とする円弧になる。また、式(9)~(11)より (c) 散乱波長は入射波の波長に等しく、(d) 半無限防波堤の場合と同様に、防波堤の外域と内域とは、散乱波の位相は π だけずれていることがわかる。図—14 に上述の散乱波の様相を示す。

図—14 微小開口部付近の散乱波



第3に、単純隅角付近の散乱波の様相を調べる。第2報で述べた直角の交角をもつ凸隅角に対する解は次式のとおりである。

$$f = \frac{4}{3}J_0(\rho) + \frac{8}{3}\sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(i\frac{n\pi}{3}\right) \cdot J_{2n/3}(\rho) \cdot \cos\frac{2}{3}n\alpha \cdot \cos\frac{2}{3}n\theta \dots\dots\dots(12)$$

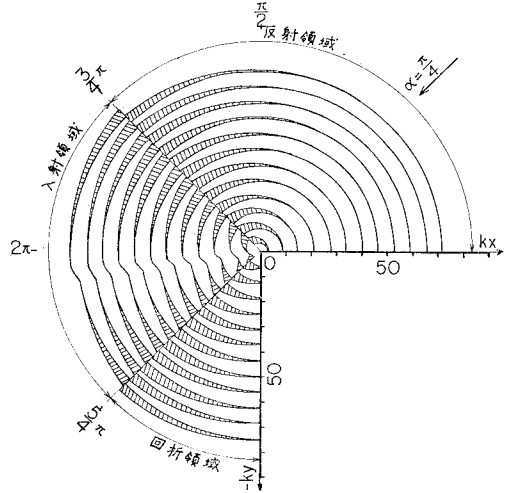
ここに、 ρ は kr である。反射領域、入射領域、回折領域に分けて、散乱項を求めると、それぞれ次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \text{反射領域} \quad z &= f - \exp\{ikr \cos(\theta - \alpha)\} \\ &\quad - \exp\{ikr \cos(\theta + \alpha)\} \\ \text{入射領域} \quad z &= f - \exp\{ikr \cos(\theta - \alpha)\} \\ \text{回折領域} \quad z &= f \end{aligned} \right\} \dots\dots(13)$$

位相を求めるには前述のように偏角を計算すればよいのであるが、偏角は $\arctan$ で示されるので π の周期をもつことになり、位相のずれを問題にする場合には不便である。したがって、ここでは式(13)の虚数部のみを計算し、その値が負から正に変わる場合の0の値をつらねて 2π 間隔の等位相線を求めた。計算は徳島大学計算機センターの TOSBAC-3400 により、 θ は 5° 間隔、 ρ は 0.5 間隔で行なった。これらの結果は 図—15 に示す。図—15 (a) において、 $\theta = 185^\circ \sim 190^\circ$ 付近の位相が不連続なように見えるが、 $\theta = 182^\circ \sim 194^\circ$ の領域だけ特別に θ を 2° 間隔で計算した結果、連続であることが判明し

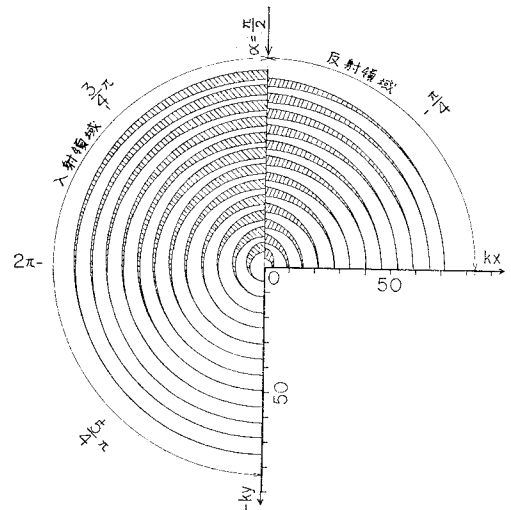
図—15 (a) 隅角付近の散乱波

($\alpha = 45^\circ$)



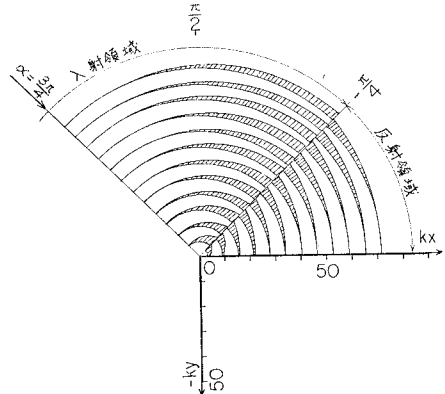
図—15 (b) 隅角付近の散乱波

($\alpha = 90^\circ$)



図—15 (c) 隅角付近の散乱波

($\alpha = 135^\circ$)



た。これらの図からつぎの結論が得られる。すなわち、(a) 散乱波の位相は反射、入射、回折各領域の境界線で、ほぼ π だけずれる。(b) 散乱波長はこの計算範囲内では、ほぼ入射波の波長に等しい。(c) 散乱波の等位相線は、 $\alpha=\pi/4$ の場合の $\theta=185^\circ\sim 190^\circ$ を除けばほぼ隅角点を中心とした同心円弧となる。

5. 結 言

この第4報では、半無限突堤およびZ型法線に沿う波高分布の検証実験結果と、典型例と考えられる3種類の散乱波の様相について報告した。現在、川幅の広い河口付近の堤防、およびスリップを囲む岸壁に沿う波高分布の実験資料を整理中である。これらの実験結果と、電子計算機を使用しない折り返し回折図の手法により求めた計算結果とを今後比較してみる予定である。

最後に、本研究にご助言下さった京都大学 石原・岩

垣両教授、徳島大学 杉尾教授、実験にご協力下さった本研究室の米崎武夫技官、当時学生 of 藤居光夫君に厚く感謝するものである。

参 考 文 献

- 1) 三井 宏・村上仁士：海岸構造物不連続部の波高分布について(第2報)，第14回海岸工学講演会講演集，昭.42.10.，土木学会
- 2) 三井 宏・川崎俊太：同上(第3報)，第15回海岸工学講演会講演集，昭.43.12.，土木学会
- 3) Blue, F.L. and J.W. Johnson : Diffraction of water waves passing through a breakwater gap, Trans. AGU., 30 (5), 1949, pp. 705~718.
- 4) 三井 宏：海岸構造物不連続部の波高分布について(第1報)，第13回海岸工学講演会講演集，昭.41.12.，土木学会
- 5) Penney, W.G. and A.T. Price : The diffraction theory of sea waves and the shelter afforded by breakwaters, Philosophical Trans. of the Roy. Soc. of London, A, vol. 224, 1951~1952, p. 246.