

汚染物質拡散の数値解法について

堀 口 孝 男*

1. は し が き

海域における汚染物質の拡散現象を大局的に推定する手段として、拡散方程式の数値解法が試みられる。すでに筆者は一様な流れの場合において、explicit の解法と implicit の解法との適合性を検討し、implicit の解法である加速 Liebmann 法が適当であることを論じた。今回の計算において、対象の海域を東京湾とし、流速の分布、地形などを複雑に変化させている場合でも、この加速 Liebmann 法による解法は収束がきわめて早く、長時間にわたる拡散現象の解答が比較的短い計算時間で得られることがわかった。

ここでとりあつかった拡散方程式の数値解法は現象を物理的なものに限定しており、拡散の現象も乱れに基づく拡散と移流項による物質の移動とを考慮し、水深の方向に平均された濃度分布の変化を明らかにすることを目的としたものである。したがって、対象とする汚染物質の拡散はある初期濃度の分布からどのように平面的に変化するかを検討したもので、これらの変化は潮汐による数十周期の繰返し運動から生ずるものとしている。この場合、潮汐は 1 tidal cycle の pattern を何回も繰り返すこととしたが、大潮、小潮等の変化をもたせることも可能である。潮汐の計算は高潮のそれと相似しており、風の作用、気圧低下の成分など気象擾乱の項を削除して計算を行なう。その計算方法は今まで種々の論文で説明されているので、ここでは簡単にとりあつかい、重点を拡散計算の方法に置いて説明を行なうこととする。

2. 計 算 方 法

潮汐の計算はつぎの運動方程式と連続式によって行なう。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial M_x}{\partial t} &= -g(h+\zeta) \frac{\partial \zeta}{\partial x} - \frac{\tau_b^{(x)}}{\rho_w} + fM_y \\ &\quad - (h+\zeta) \left\{ \frac{\partial U^2}{\partial x} + \frac{\partial(UV)}{\partial y} \right\} \\ \frac{\partial M_y}{\partial t} &= -g(h+\zeta) \frac{\partial \zeta}{\partial y} - \frac{\tau_b^{(y)}}{\rho_w} - fM_x \\ &\quad - (h+\zeta) \left\{ \frac{\partial(UV)}{\partial x} + \frac{\partial V^2}{\partial y} \right\} \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\frac{\partial M_x}{\partial x} - \frac{\partial M_y}{\partial y} \dots (2)$$

ここで x, y 軸は平均海面上に、 z 軸は鉛直下方を正にとる。 f は Coriolis の係数、 ρ_w は海水の密度、 τ_b は海底の摩擦応力、 $z=h(x, y)$ は海底を表わし、 $z=-\zeta(x, y, t)$ は海面を示す。また M_x, M_y は、

$$M_x = \int_{-\zeta}^h u dz = (h+\zeta) U$$

$$M_y = \int_{-\zeta}^h v dz = (h+\zeta) V$$

と表現される流量であり、 U, V は x, y 方向の平均流速を示すことになる。対象とする海域は東京湾としているので、方程式からもわかるように湾内の起潮力は無視している。式 (1), (2) の差分化は宇野木の方法に準拠し、湾口に水位変化を与えて湾内の水位と流速の変化を算定する。計算は数周期連続して行ない、水位変化、流況が湾内で定常波を形成するようになった tidal cycle を選んで湾内の潮汐を定める。今回の場合には、すでに 3 km の格子間隔で計算した結果が横断堤のある場合とない場合についてともに求められていたので、経費の節減からこれを利用することにした。ただし、この計算結果は 1 時間ごとに output してあるので、内挿により 30 分間隔の値を求めることとした。これは後述するように拡散方程式の計算における収束条件からきめられてくるものである。

平面的な拡散方程式はつぎのようにして求められる。濃度を S とした三次元の拡散方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial t} &= -u \frac{\partial S}{\partial x} - v \frac{\partial S}{\partial y} - w \frac{\partial S}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ K_x \frac{\partial S}{\partial x} \right\} \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ K_y \frac{\partial S}{\partial y} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ K_z \frac{\partial S}{\partial z} \right\} \dots (3) \end{aligned}$$

において、表面 $z=\eta(x, y, t)$ から海底面 $z=h(x, y)$ まで積分すれば

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

$$w(h) = u(h) \frac{\partial h}{\partial x} + v(h) \frac{\partial h}{\partial y}$$

$$w(\eta) = u(\eta) \frac{\partial \eta}{\partial x} + v(\eta) \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial t}$$

$$\left\{ K_z \frac{\partial S}{\partial z} \right\}_h = \left\{ K_x \frac{\partial S}{\partial x} \right\}_h \frac{\partial h}{\partial x} + \left\{ K_y \frac{\partial S}{\partial y} \right\}_h \frac{\partial h}{\partial y}$$

$$\left\{ K_z \frac{\partial S}{\partial z} \right\}_\eta = \left\{ K_x \frac{\partial S}{\partial x} \right\}_\eta \frac{\partial \eta}{\partial x} + \left\{ K_y \frac{\partial S}{\partial y} \right\}_\eta \frac{\partial \eta}{\partial y}$$

の関係を利用して、

* 正会員 運輸省第二港湾建設局横浜調査設計事務所

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\eta}^h S dz = & - \frac{\partial}{\partial x} \int_{\eta}^h u S dz - \frac{\partial}{\partial y} \int_{\eta}^h v S dz \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \int_{\eta}^h \left\{ K_x \frac{\partial S}{\partial x} \right\} dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{\eta}^h \left\{ K_y \frac{\partial S}{\partial y} \right\} dz \\ & \dots\dots\dots(4) \end{aligned}$$

が得られる。式(4)において、あらためて u, v, S, K_x, K_y が水深方向に平均された量を表わし、 η も式(1), (2)と同様に $\eta = -\zeta$ と表わすとつぎのように変形される。

$$\begin{aligned} (h+\zeta) \frac{\partial S}{\partial t} = & -(h+\zeta) u \frac{\partial S}{\partial x} - (h+\zeta) v \frac{\partial S}{\partial y} \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ K_x (h+\zeta) \frac{\partial S}{\partial x} \right\} \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ K_y (h+\zeta) \frac{\partial S}{\partial y} \right\} \dots\dots\dots(5) \end{aligned}$$

この式(5)に含まれる ζ, u, v に式(1), (2)の数値解より得られた値を代入する。 h に比して ζ の値は小さいので今回の計算では ζ を無視することにした。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial t} &= \frac{S_{i,j}^{n+1} - S_{i,j}^n}{\Delta t} \\ u \frac{\partial S}{\partial x} &= u_{i,j}^{n+1} \frac{S_{i,j+1}^{n+1} - S_{i,j-1}^{n+1}}{2 \Delta s} \\ v \frac{\partial S}{\partial y} &= v_{i,j}^{n+1} \frac{S_{i-1,j}^{n+1} - S_{i+1,j}^{n+1}}{2 \Delta s} \\ \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ K h \frac{\partial S}{\partial x} \right\} &= \frac{1}{h_{i,j}} \frac{1}{\Delta s} \left\{ \frac{K_{i,j+1} + K_{i,j}}{2} \frac{h_{i,j+1} + h_{i,j}}{2} \frac{S_{i,j+1}^{n+1} - S_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta s} \right. \\ &\quad \left. - \frac{K_{i,j} + K_{i,j-1}}{2} \frac{h_{i,j} + h_{i,j-1}}{2} \frac{S_{i,j}^{n+1} - S_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta s} \right\} \\ \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ K h \frac{\partial S}{\partial y} \right\} &= \frac{1}{h_{i,j}} \frac{1}{\Delta s} \left\{ \frac{K_{i-1,j} + K_{i,j}}{2} \frac{h_{i-1,j} + h_{i,j}}{2} \frac{S_{i-1,j}^{n+1} - S_{i+1,j}^{n+1}}{\Delta s} \right. \\ &\quad \left. - \frac{K_{i,j} + K_{i+1,j}}{2} \frac{h_{i,j} + h_{i+1,j}}{2} \frac{S_{i,j}^{n+1} - S_{i+1,j}^{n+1}}{\Delta s} \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(6)$$

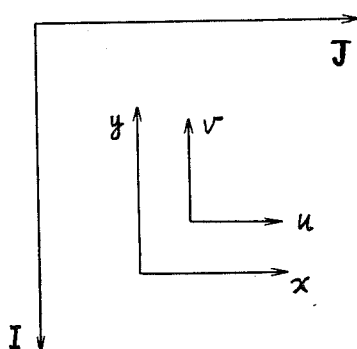
ここで n は時間の step, i, j は 図-1 に示すような方向にとったときの距離の step を表わす。式(6)の差分からつぎのような連立多元一次方程式が得られる。

$$A S_{i,j}^{n+1} + B S_{i,j+1}^{n+1} + C S_{i,j-1}^{n+1} + D S_{i-1,j}^{n+1} + E S_{i+1,j}^{n+1} = S_{i,j}^n \dots\dots\dots(7)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} A = & 1 + \frac{1}{h_{i,j}} \frac{1}{4} (K_{i,j+1} + K_{i,j}) (h_{i,j+1} + h_{i,j}) \frac{\Delta t}{\Delta s^2} \\ & + \frac{1}{h_{i,j}} \frac{1}{4} (K_{i,j} + K_{i,j-1}) (h_{i,j} + h_{i,j-1}) \frac{\Delta t}{\Delta s^2} \\ & + \frac{1}{h_{i,j}} \frac{1}{4} (K_{i-1,j} + K_{i,j}) (h_{i-1,j} + h_{i,j}) \frac{\Delta t}{\Delta s^2} \\ & + \frac{1}{h_{i,j}} \frac{1}{4} (K_{i,j} + K_{i+1,j}) (h_{i,j} + h_{i+1,j}) \frac{\Delta t}{\Delta s^2} \\ B = & \frac{\Delta t}{2 \Delta s} u_{i,j}^{n+1} - \frac{1}{4} \frac{1}{h_{i,j}} (K_{i,j+1} + K_{i,j}) (h_{i,j+1} + h_{i,j}) \frac{\Delta t}{\Delta s^2} \\ C = & - \frac{\Delta t}{2 \Delta s} u_{i,j}^{n+1} - \frac{1}{4} \frac{1}{h_{i,j}} (K_{i,j} + K_{i,j-1}) (h_{i,j} + h_{i,j-1}) \frac{\Delta t}{\Delta s^2} \\ D = & \frac{\Delta t}{2 \Delta s} v_{i,j}^{n+1} - \frac{1}{4} \frac{1}{h_{i,j}} (K_{i-1,j} + K_{i,j}) (h_{i-1,j} + h_{i,j}) \frac{\Delta t}{\Delta s^2} \\ E = & - \frac{\Delta t}{2 \Delta s} v_{i,j}^{n+1} - \frac{1}{4} \frac{1}{h_{i,j}} (K_{i,j} + K_{i+1,j}) (h_{i,j} + h_{i+1,j}) \frac{\Delta t}{\Delta s^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(8)$$

図-1 座 標 系



また K_x, K_y は方向性のない同一の K を用いることにしている。

式(5)の差分化は implicit の解法に基づいて行なう。座標系を図-1 のようにとるとき、つぎのような差分化をほどこす。

$$\begin{aligned} \frac{1}{h} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ K h \frac{\partial S}{\partial y} \right\} &= \frac{1}{h_{ij}} \cdot \frac{1}{\Delta s/2} \left\{ -\frac{K_{i,j} + K_{i+1,j}}{2} \right. \\ &\times \left. \frac{h_{i,j} + h_{i+1,j}}{2} \frac{S_{i,j}^{n+1} - S_{i+1,j}^{n+1}}{\Delta s} \right\} \\ &= \frac{1}{h_{i,j}} \frac{1}{\Delta s} \left\{ \frac{K_{i+1,j} + K_{i,j}}{2} \right. \\ &\times \left. \frac{h_{i+1,j} + h_{i,j}}{2} \frac{S_{i+1,j}^{n+1} - S_{i,j}^{n+1}}{\Delta s} \right. \\ &\left. - \frac{K_{i,j} + K_{i+1,j}}{2} \frac{h_{ij} + h_{i+1,j}}{2} \frac{S_{i,j}^{n+1} - S_{i+1,j}^{n+1}}{\Delta s} \right\} \\ &\dots\dots\dots(12) \end{aligned}$$

と表わされるから、あたかも格子点 $(i-1, j)$ に格子点 $(i+1, j)$ の K, h, S を代入し、式(7)による計算を行なうことと同等のものになる。すなわち鏡像の原理が適用される。これは(B),(C),(D)の場合についても同様である。また(E)の場合では u, v ともに (i, j) 点で0となり、 $\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)_{ij} = \left(\frac{\partial S}{\partial y}\right)_{ij} = 0$ であるから、上の場合と同じく、格子点 $(i-1, j), (i, j-1)$ に $(i+1, j), (i, j+1)$ の K, h, S を代入して計算することができる。他の(F),(G),(H)の場合でも計算の操作は同様に行なう。

(2) 拡散係数

拡散係数は拡散の scale によって値は変化し、従来から $l^{1/3}$ 法則によって増大することがいわれている。ただ東京湾のように、湾口の一部を除いて水深が30m前後と比較的浅く、ほとんど波浪もないような水域では検討の必要があろう。また、地形の影響、1 tidal cycle における流速の変動は当然拡散の力に変化を与えることは予想されるが、その量的な表現は現在までのところ不明である。一方、数値計算の面からみると、 $\Delta t=1800 \text{ sec}$ 、 $\Delta s=300000 \text{ cm}$ 、 $h=2000 \sim 4000 \text{ cm}$ とするとき、 $u, v \sim 20 \sim 50 \text{ cm/sec}$ 、 $K \sim 10^8$ (C.G.S. 単位)であっても、 $A \sim E$ の値は拡散係数を含む項よりも advection によって強く影響されることがわかる。このような点から今回の計算では比較的単純な形で拡散係数を与えることとし、

$$K=0.1 l \dots\dots\dots(13)$$

として距離によって線型的に増大させた。また水深も海岸から湾の中央部に向けて深くなり、水深の増大は拡散力を大きくさせることから、沿岸では一律に $K=10000$ (C.G.S. 単位)とし、湾内に向けて増大して最大で $K=120000$ (C.G.S. 単位)となるようにした。このようにして各格子点に K の値をはりつけ、時間に対する変動は無視している。

(3) 計算の収束条件

加速 Liebmann 法による解法は多元連立1次方程式の逐次近似解法に含まれ

るものであるから、逐次近似法の収束条件を満足しなければならない。一般に連立1次方程式を

$$x_i = \sum_{k=1}^m a_{ik} x_k + b_i \dots\dots\dots(14)$$

と表わすとき、

$$x_i^{v+1} = \sum_{k=1}^m a_{ik} x_k^v + b_i$$

で逐次近似列 $\{x_i^v\}$ をつくる場合、行和判定条件を用いて収束の十分条件は

$$\max_i \sum_{k=1}^m |a_{ik}| < 1$$

で表わされる。したがって式(7)より

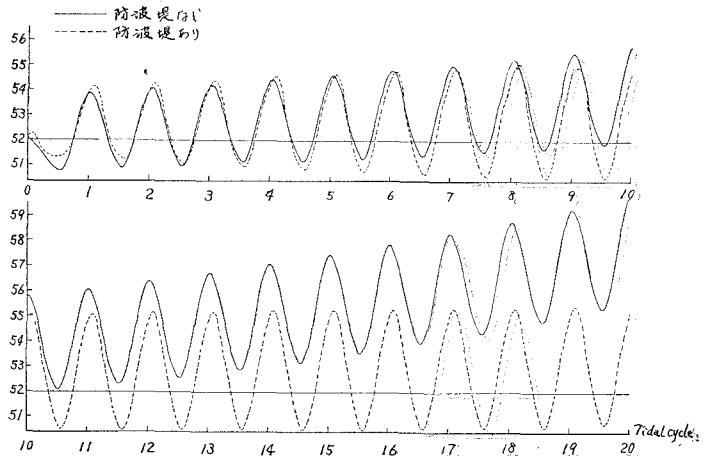
$$\max \frac{1}{|A|} \{|B| + |C| + |D| + |E|\} < 1 \dots\dots\dots(15)$$

が収束の条件となる。この計算では潮汐のデータは既出の計算結果によっているので、 $\Delta s=300000 \text{ cm}$ 、 $\Delta t=1800 \text{ sec}$ とさきにきめられており、このため $|u|, |v|$ の値を 80 cm/sec 以下にとった。ほとんどの場合、湾内の流速は 80 cm/sec 以下であるので大勢には影響ないものと思われる。通常の場合では u, v の結果から Δt の値を決定することになる。

(4) 物質総量の保存

一般に現象を数値計算によって推定する場合、5~10%の計算誤差は生じてくるものであるが、海域の拡散計算では潮汐の数十周期にわたって計算しなければならないので、比較的単時間の現象を追跡する場合と異なり、誤差の累積は大きくなることが予想される。拡散計算の誤差表示の一つとして拡散物質総量の変化をあげることができる。いうまでもなく物質保存の法則からすれば拡散物質の総量は一定でなければならないが、差分化された方程式に対する高次微分量の省略、流速の平面分布、地形、水深の分布などが影響して物質総量は tidal cycle に応じた変動を示すようになる。図-4は物質総量52単位として、東京湾の横断堤がある場合とない場合

図-4 物質総量の変化



について 20 tidal cycles までの総量の変化を Δt step ごとに示したものである。横断堤がある場合には潮汐の pattern に応じて正弦波に近い変動を繰返しているが、総量の増大はみられない。これに反して横断堤がない場合には、正弦波的な繰返しのほかに総量が徐々に上昇してゆく傾向がみられる。この現象の生ずる原因を検討してみるとつぎのようになる。

いま簡単のために一方のみの拡散方程式を考えれば

$$\frac{\partial S}{\partial t} = -u \frac{\partial S}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ K \frac{\partial S}{\partial x} \right\} \dots \dots \dots (16)$$

$S(x, t + \Delta t)$ を基準にして差分化をほどこせば

$$\begin{aligned} & \frac{S(x, t + \Delta t) - S(x, t)}{\Delta t} + u \\ & \times \frac{S(x + \Delta x, t + \Delta t) - S(x - \Delta x, t + \Delta t)}{2 \Delta x} \\ & - \frac{1}{\Delta x} \left\{ \frac{K(x + \Delta x) + K(x)}{2} \right. \\ & \times \frac{S(x + \Delta x, t + \Delta t) - S(x, t + \Delta t)}{\Delta x} \\ & - \left. \frac{K(x) + K(x - \Delta x)}{2} \right. \\ & \times \left. \frac{S(x, t + \Delta t) - S(x - \Delta x, t + \Delta t)}{\Delta x} \right\} \\ & = \frac{\partial S}{\partial t} + u \frac{\partial S}{\partial x} - \frac{\partial K}{\partial x} \frac{\partial S}{\partial x} \\ & - \frac{K(x + \Delta x) + 2K(x) + K(x - \Delta x)}{4} \cdot \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} \\ & - \frac{\Delta t}{2!} \frac{\partial^2 S}{\partial t^2} + \frac{(\Delta t)^2}{3!} \frac{\partial^3 S}{\partial t^3} - \dots \dots \dots \\ & + u \frac{(\Delta x)^2}{3!} \frac{\partial^3 S}{\partial x^3} + u \frac{(\Delta x)^4}{5!} \frac{\partial^5 S}{\partial x^5} - \dots \dots \dots \\ & - K \frac{(\Delta x)^2}{4!} \frac{\partial^4 S}{\partial x^4} - \frac{\partial S}{\partial x} \cdot \frac{(\Delta x)^2}{3!} \frac{\partial^3 K}{\partial x^3} - \dots \dots \dots (17) \end{aligned}$$

となるから、差分方程式をつくることにより式 (17) の $-\frac{\Delta t}{2} \frac{\partial^2 S}{\partial t^2}$ 以降の項が差分による誤差となる。式 (16) より

$$\frac{\partial}{\partial t} = -u \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial K}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} + K \frac{\partial^2}{\partial x^2} \dots \dots \dots (18)$$

の関係が得られるから、式 (18) を式 (16) に作用させて整理すれば

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 S}{\partial t^2} &= \frac{\partial S}{\partial x} \left\{ u \frac{\partial u}{\partial x} - u \frac{\partial^2 K}{\partial x^2} - \frac{\partial K}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} \right. \\ &+ \left. \frac{\partial K}{\partial x} \frac{\partial^2 K}{\partial x^2} - K \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + K \frac{\partial^3 K}{\partial x^3} \right\} \\ &+ \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} \left\{ u^2 - 3u \frac{\partial K}{\partial x} + 2 \left(\frac{\partial K}{\partial x} \right)^2 + K \frac{\partial^2 K}{\partial x^2} \right\} \\ &+ \frac{\partial^3 S}{\partial x^3} \left\{ -2uK + 2K \frac{\partial K}{\partial x} \right\} + K^2 \frac{\partial^4 S}{\partial x^4} \dots (19) \end{aligned}$$

式 (17) のうちで大きい誤差の影響を示すものは $\frac{\Delta t}{2} \frac{\partial^2 S}{\partial t^2}$ の項であるから、式 (19) において、 $K=0.1 \times x \sim 10^{-5}$ (C.G.S. 単位), $\Delta x = 3 \times 10^5$ cm, $\Delta t = 1800$ sec,

$u \leq 80$ cm/sec の値を考慮すれば

$$\begin{aligned} \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial^2 S}{\partial t^2} &\cong \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial S}{\partial x} \left\{ u \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial K}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} \right. \\ &- \left. K \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right\} + \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} \left\{ u^2 - 3u \frac{\partial K}{\partial x} + 2 \left(\frac{\partial K}{\partial x} \right)^2 \right\} \\ &\cong 10^{-4} \sim 10^{-5} \end{aligned}$$

となり $\frac{\Delta t}{2} \cdot \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} \cdot u^2$ の項の影響が大きくなる。したがって、tidal cycle の繰返しにより、 $\frac{\partial^2 S}{\partial x^2}$ の pattern が一定のものとなると $u^2 > 0$ であるから誤差は一方方向に累積する性質を有することになる。

以上に述べたような誤差の累積を除去するため、計算においては Δt step ごとに

$$S_{ij}'' = (S_{ij}')' \times \frac{M}{M'}$$

による smoothing をほどこす必要がある。ここで M は当初からの物質総量、 M' は Δt step ごとの結果からの物質総量、 $(S_{ij}')'$ は直接的に計算から得られる濃度で M' を構成する。この smoothing により物質総量は常に保存されることになる。

(5) 横断堤開口部の計算

図—5 において開口部 (i, j) 点の計算を行なうには、まず $(i, j-1)_1$, (i, j) , $(i, j+1)_1$, $(i-1, j)$, $(i+1, j)$ の 5 点よりなる格子点で式 (7) の逐次近似計算を行ない、 ${}^{(1)}S_{ij}''$ を定める。つぎに計算は防波堤の上側、 $(i, j+1)_1$ 点の濃度を求めるため右へ移行する。この場合には、さきに述べた境界における鏡像の原理を用いて $(i, j+1)_1$ の計算を行なう。このとき (i, j) 点の濃度は ${}^{(1)}S_{ij}''$ を用いる。これは (i, j) 点よりさきに $(i, j-1)_1$ 点の濃度を求めるときも同様である。このようにして防波堤上側の行が終了したならば、つぎに防波堤下側の各格子点の濃度を同様に左から求めて行く。再び (i, j) 点の計算になるときは、 $(i, j-1)_2$, (i, j) , $(i, j+1)_2$, $(i-1, j)$, $(i+1, j)$ の 5 点を用いて ${}^{(2)}S_{ij}''$ を計算し、さきに求められた ${}^{(1)}S_{ij}''$ を ${}^{(2)}S_{ij}''$ に置換する。このようにして防波堤下側の行の計算を進める。これを逐次計算にしたがって何回も繰返すのである。計

図—5 防波堤開口部の格子点

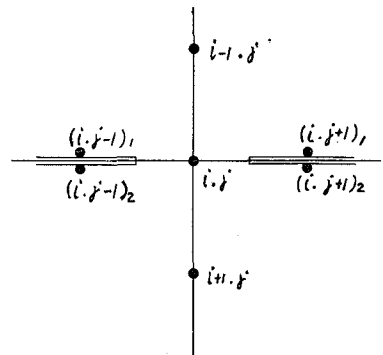
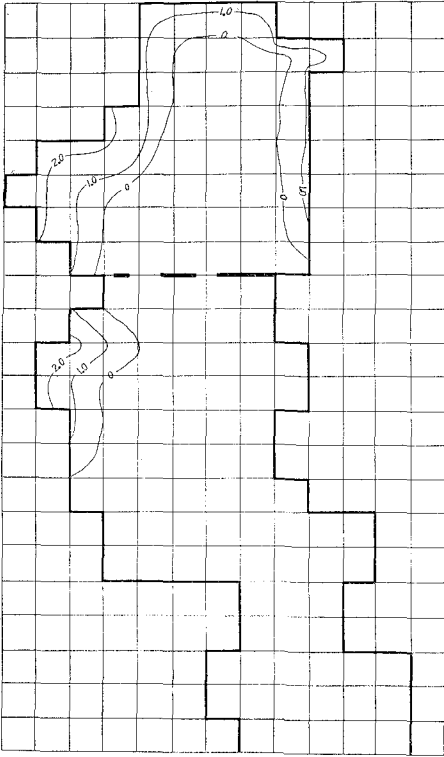


図-6 初期濃度分布



算結果からみると収束はきわめて良好である。なお、 (i, j) 点の濃度は格子間の平均濃度を示すものであり、開口部を出入する汚染物質の拡散量は advection の項によって強く支配されるのであるから、実際の開口部の流速を格子間距離の開口幅にしたときの値に換算して用いる必要がある。実際の流速を用いたいときには、格子間距離を開口幅と同一にして計算しなければならない。

4. 計算結果の検討

図-6 に示すような初期濃度分布から、40 tidal cycles にわたる拡散の数値計算を行なった。初期濃度分布は京葉工業地帯からの汚染、江戸川、荒川放水路、隅田川から湾内に流入した汚染、京浜工業地帯からの汚染を考慮して適当に定めたものである。図-7 (a), (b), (c), (d) は横断堤のない場合について、10, 20, 30, 40 Tidal Cycles を経過したときの等濃度線による拡散状況を示している。初期濃度の大きい沿岸では時間の経過につれて濃度は小さくなってゆき、拡散は湾の中央線より西側で濃度が大きくなって湾口付近に広がっていくようである。また木更津北方の盤州の北側海域には濃度単位 0.3 程度の停滞域がみられる。

図-8 (a), (b), (c), (d) は横断堤がある場合について、10, 20, 30, 40 Tidal Cycles を経過したときの状況を示している。横断堤のない場合と比較して、堤内側

図-7 (a) 10 Tidal Cycles

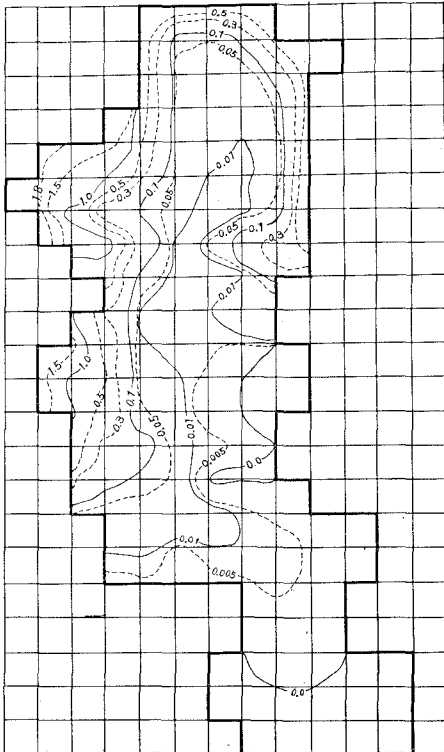


図-7 (b) 20 Tidal Cycles

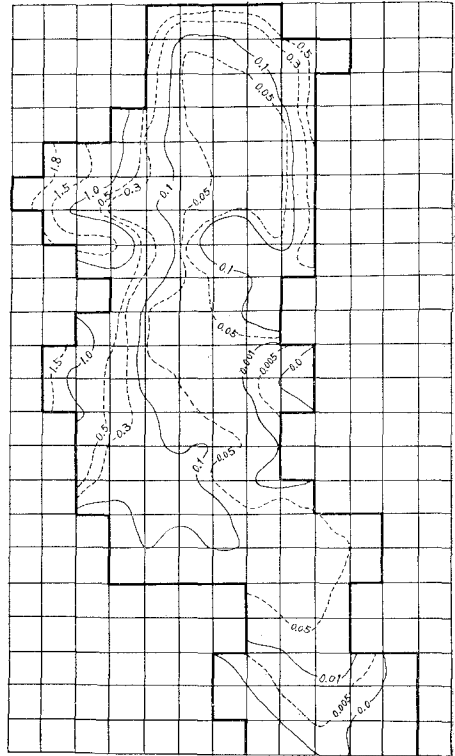


図-7 (c) 30 Tidal Cycles

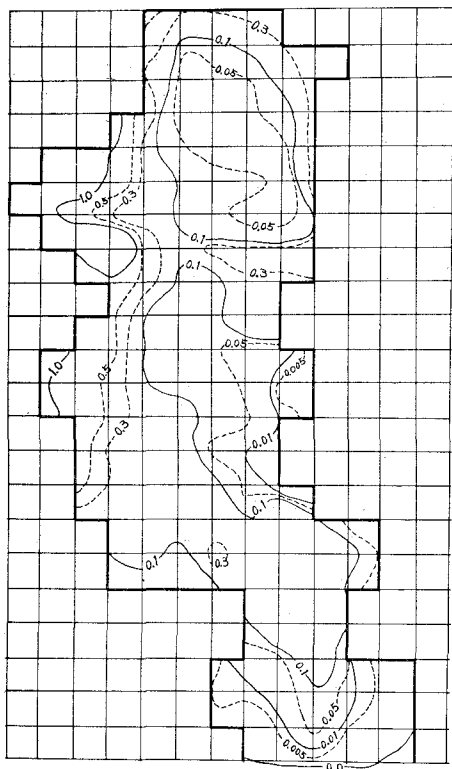


図-7 (d) 40 Tidal Cycles

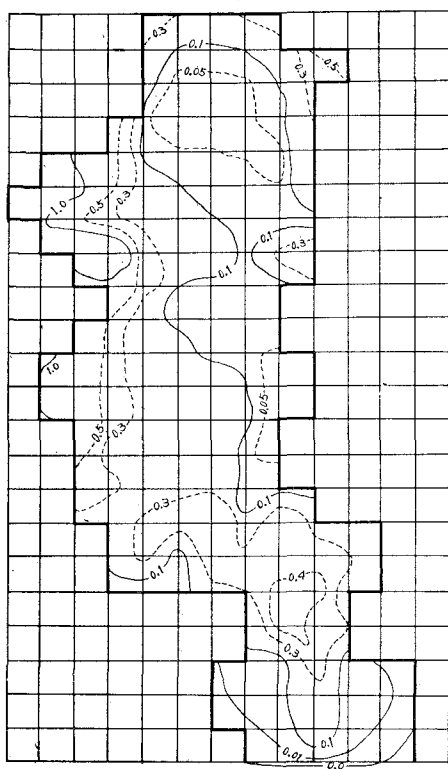


図-8 (a) 10 Tidal Cycles

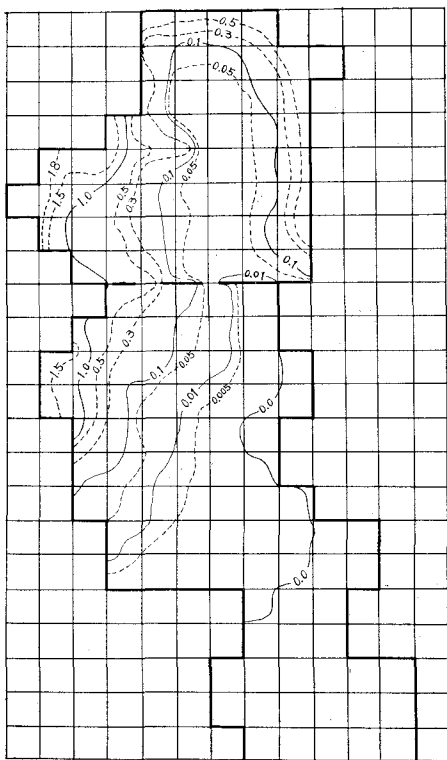


図-8 (b) 20 Tidal Cycles

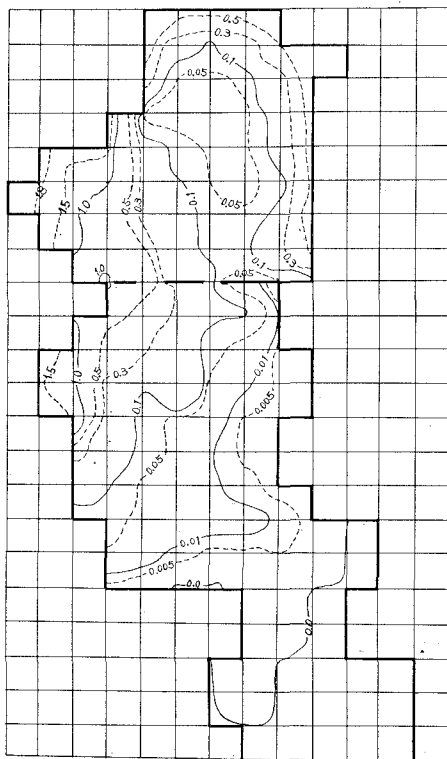


図-8 (c) 30 Tidal Cycles

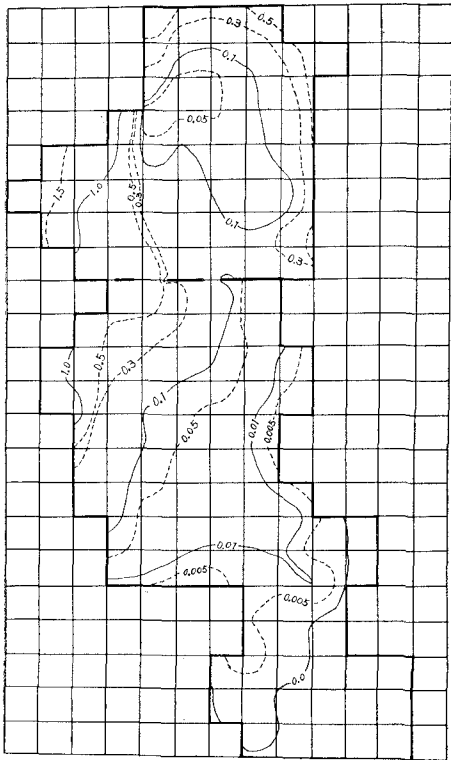


図-8 (d) 40 Tidal Cycles

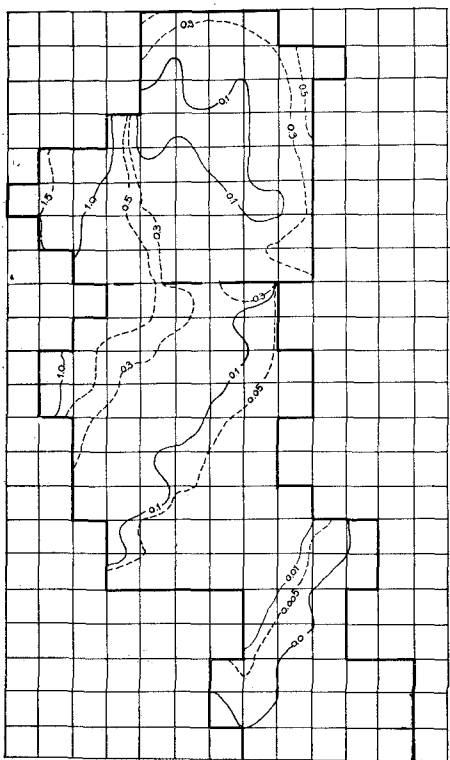
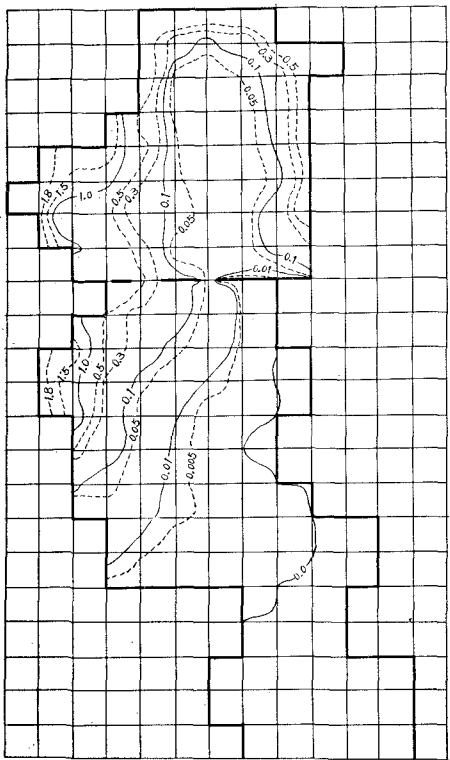


図-9 水深変化なし 10 Tidal Cycles



の濃度分布は同様な傾向をみせているが、横断堤の外側ではかなりの相違がみられる。横断堤がある場合には拡散は湾口までおよばず、濃度単位 0.1 の等濃度線は盤州と横須賀北方を結ぶ線より南側には進出していない。このことは堤内側に汚染物質が停滞していることを示すもので、横断堤のない場合とある場合について同一区域に該当する堤内側の物質質量の変化を示せば表-1 のようになる。表-1 から、横断堤のない場合には徐々に値は減少しているが、横断堤のある場合にはほとんど一定の値に近づいており、濃度単位の 10% 程度が堤外側に拡散するに過ぎず、90% の量は堤内に停滞していることがわかる。

つぎに水深変化のある式 (7) と水深変化のない式 (9) により計算結果の比較をみるため、図-9 に式 (9) に基づく 10 tidal cycles を経過した分布を示してある。これは横断堤がある場合で 図-8 (a) と比較してみると傾向はきわめて一致しており、近似的には水深変化のない式 (9) で推定してもよいものと思われる。

表-1 堤内側の物質質量

周 期 区 分	0	36	37	38	39	40
横断堤なし	40.00	30.09	29.62	29.15	28.69	28.25
横断堤あり	40.00	36.93	36.86	36.79	36.72	36.64

5. む す び

以上に述べたことにより、汚染物質の拡散は数値解法の手段によって大局的に推定することが可能とみられる。しかし、拡散係数の表現、数値計算による潮汐などは現実のものと一致する値を決定することはなかなか困難な点があり、現在の段階では近似的な値を採用するほかはない。これらは今後に残された問題であり、また模型実験などにより他方の側から追跡する必要がある。

汚染源が河川にあり、これが湾内に流入した場合どのような分布状況となるか、河川の水質規制をどの程度にすべきか、あるいは清浄な河川水の流入によってどのように希釈させるべきかなど水質保全計画立案のために

も、かかる計算方式は今後活用されることが期待される。

なお、この計算は I.B.M. 360 system で行なったものである。

参 考 文 献

- 1) 堀口孝男・石塚修次・横田基紀：湾内における物質の拡散—東京湾の場合—，第 15 回海岸工学講演会講演集，1968.
- 2) Pritchard, D.W. : The equation of mass continuity and salt continuity in estuaries, *Journal of Marine Research*, 17, 1958.
- 3) 加藤敏夫他：微分方程式の近似解法 I，現代応用数学，B. 4. I，岩波書店，1957.
- 4) 森口繁一・高田 勝：数値計算法 II，現代応用数学，B. 13. I., 岩波書店，1958.
- 5) 第二港湾建設局：東京湾における高潮の推算 (III)，1966.