

淡水境界面付近の乱れ測定

岩崎 敏夫*・阿部 至雄**

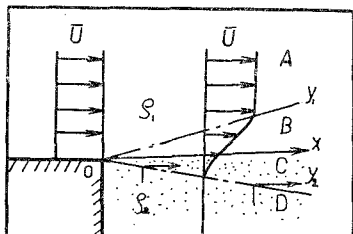
1. はじめに

淡水境界面における乱れ拡散は密度混合と連行のトリガーとしての役割をもっている。周知のように相対速度差がある程度大きくなると境界面は不安定となり、内波が碎けて下層の流塊が乱れのために上方にまきあげられて拡散する。これがいわゆる convective diffusion (乱れ拡散) である。さきにわれわれは、境界面付近で速度変動を塩分の輸送速度によってもとめ、統計処理をほどこして平均渦径、最小渦径および拡散係数などを求めた。しかし、この場合の乱れの周期成分はただか1秒までであり、またプローブの間隔は5mmで、その区間の平均値が得られたのみであった。速度変動の計測は水中においても熱線流速計を用いて可能になった。今回われわれはこれを用いて周期1/150秒、間隔2mmまでの分解能を有する測定を行なったのでここに報告する¹⁾。

著者の一人は図-1に示すように、広幅せきの高さ0まで塩水がたまっている場合に速度 $\bar{u}$ で流出する淡水がこの塩水の上を流れるものとし、渦動粘性係数 ϵ_m を次式で仮定して流速分布および密度分布を解析した。

$$\epsilon_m = c^2 x^2 \frac{d\bar{u}}{dy} \dots\dots\dots (1)$$

図-1



ここに、 x は流程、 c は定数で0.174と与えた²⁾。渦動粘性係数 ϵ_m と拡散係数 ϵ_s との関係については、Richardson や Ellison などの研究があるが、これらについても今後実証的な研究のいとぐちがつけられる。

2. 実験装置¹⁾および実験方法

実験水路は長さが3.8m、幅(B)15cm、深さ30cmの二次元水路で、その水路上流側にせき高10cm、長さ

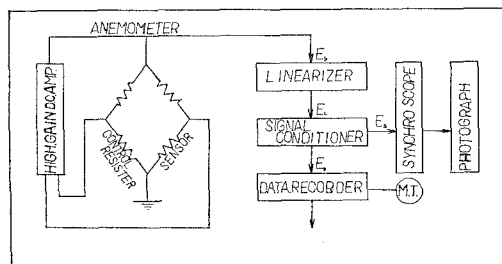
182.4cmの広幅せきが据えてある。この水路の勾配を水平に調整し、塩水を広幅せきせき高まで注入して淡水層を実験流量が1.2 l/secのとき10cmになるように水路の下流側にあるせきによって調整した。また、広幅せきせき端での断面平均流速 $U=7.9$ (cm/sec) および水深 $y_0=10$ cm を用いたときのフルード数およびレイノルズ数はそれぞれ 8.0×10^{-2} および 6.32×10^3 であった。淡水温および塩水温は 12.1°C および 13°C であり、密度差は0.019 gr/ccとし、下層静止、上層流動の場合について実験を行なった。

測定断面は広幅せき端と、またそこを流程 $x=0$ cm とした場合に、そこから下流方向へ $x=10$ cm, 20 cm, 30 cm にとった各断面とし、それらの各断面において、鉛直上向きに広幅せきせき頂を $y=0$ cm として、 $y=0.5$ cm, 1.0 cm, 1.5 cm の各測点で約2分間の記録を行なった。

図-2に乱れ測定のBlock-Diagramを示した。測定に用いた装置はThermo System Inc.製の定温度ホットフィルム アネモメーター 1050 シリーズで、受感子は直径0.15 mm、長さ2 mmのCeramic Substrateに約1000 Åの薄い白金膜を 0.8×10^4 Åの厚さの石英で被覆したHot-Filmであり、汚染から生じる不安定はかなり軽減されている。このフィルムを電気的に一定に熱しておくとき、速度変動によって生じるブリッジの不平衡出力がフィードバックサーボ系によって感知されLinearizerに入り、ここでブリッジ出力と流速との関係が線型化される。今回は流速0のとき0ボルト、また最大流速3fpsで10ボルトになるようにキャリブレーションされてある。

つぎに、このLinearizerの出力はSignal Conditionerに入り、ここでは、必要に応じブリッジ出力中

図-2 乱れ測定のBlock Diagram



* 正会員 工博 東北大学教授 工学部

** 学生員 工修 東北大学大学院

に存在する 1 ボルト～30 ボルトの直流成分を取り除くとともに、出力を 10 倍または 100 倍に増幅することができ、さらに Low Pass Filter および High Pass Filter でそれぞれ 200 Hz～200 kHz および 5 Hz～1 kHz の周波数成分を取り除くことができる。

Signal Conditioner の出力を岩崎通信社製シンクロスコープ SS-5022 でモニターしつつ、TEAC 製データレコーダ R-400 によって磁気テープに収録した^{3),4)}。

3. 実験結果に基づく解析および考察

写真-1 に得られた速度変動の記録の一例を示す。データ解析には、東北大学大型計算機センター付置の Data Reduction Systems を使用した。すなわち図-3 に示すように NEAC 2230 にてデジタル量をテープに貯留し、さらにこれをカードにさん孔して NEAC 2200-500 により計算を行なった。これによってデータ サンプリングは 1.5 kHz まで可能になる。写真-2 に A/D Con-

verter によってデジタル化した一例を示した。

図-3 Data Reduction Systems

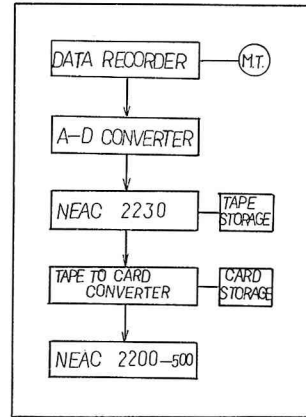


写真-2 速度変動のデジタル変換の一例
($x=20\text{ cm}$, $y=0.5\text{ cm}$)

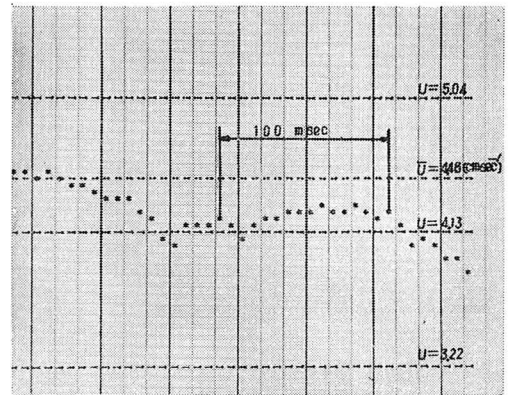


写真-1 速度変動記録の一例
($x=20\text{ cm}$, $y=0.5\text{ cm}$)

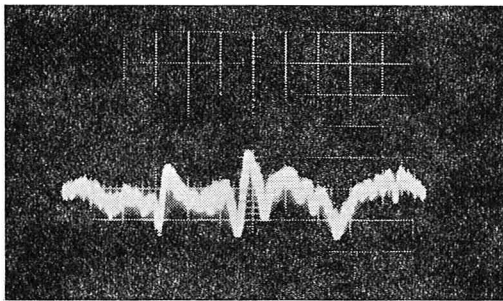
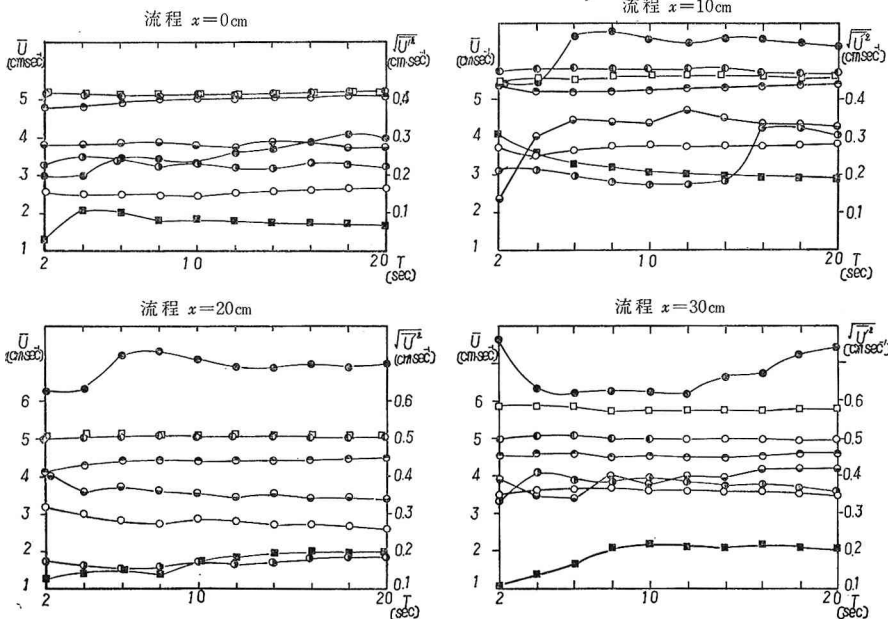


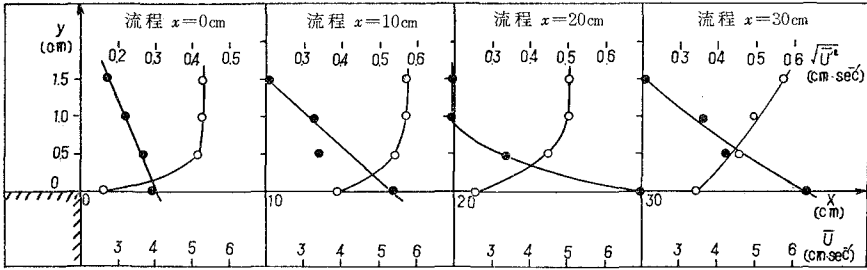
図-4 局所的平均流速および乱れの強さとサンプリングタイムとの関係



$y\text{ (cm)}$	$\bar{u}$	$\sqrt{u'^2}$
0.0	○	●
0.5	●	●
1.0	○	●
1.5	□	■

図-5 局所平均流速および乱れの強さの分布の流程による変化

○: $\bar{u}$ -分布 ●: $\sqrt{u'^2}$ -分布



(1) 局所平均流速 $\bar{u}$ および乱れの強さ $\sqrt{u'^2}$

局所平均流速および乱れの強さは次式によって求めた。

$$\bar{u} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N u(t_n) \dots\dots\dots (2)$$

$$\sqrt{u'^2} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (u(t_n) - \bar{u}) \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 N はデータ数である。これらを図-4 に示すようにサンプリング タイムとの関係で調べてみると、局所平均流速はサンプリング タイム 10 秒以上ではほとんど一定であり、また乱れの強さは界面での少多の変化を除き、20 秒程度の時間経過には ほぼ無関係と考えられる。そこで、この一定と考えられる値を用いて各流程ごとに垂直方向の分布をプロットして 図-5 を得た。これによると、局所平均流速は図-1 に示す B-zone 以上を測定したこととなり、定性的には著者の一人がすでに発表した分布に一致するようである²⁾。また、乱れの強さは界面付近では non-homogeneous である。これをさらに相対高さと相対乱れの強さとの関係において各流程ごとにプロットしたのが 図-6 である。これによると、界面付近で大きく、また流程とともに増大する傾向を示すが、相対高さが増すとともにその大きさは減少し、 $y/y_0=0.15$ で流程に関係なく ほぼ一様になっていて、そこでは一様な乱れの場合が形成されつつあると考えられる。

(2) 乱れの自己相関関数 $R(\tau)$

図-6 相対乱れの強さの鉛直分布

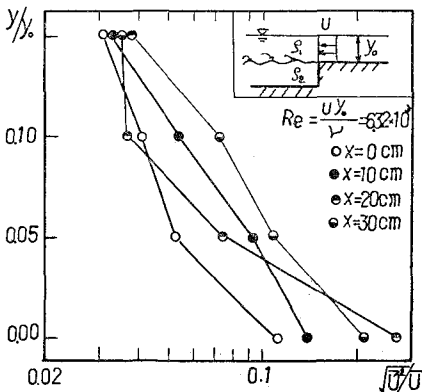


図-7 (a) 乱れの自己相関関数

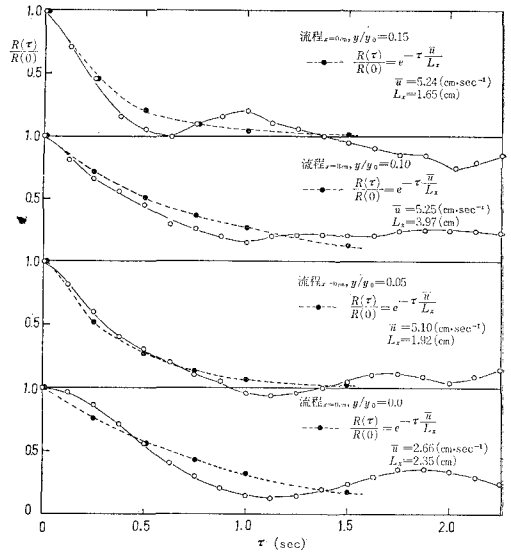


図-7 (b) 乱れの自己相関関数

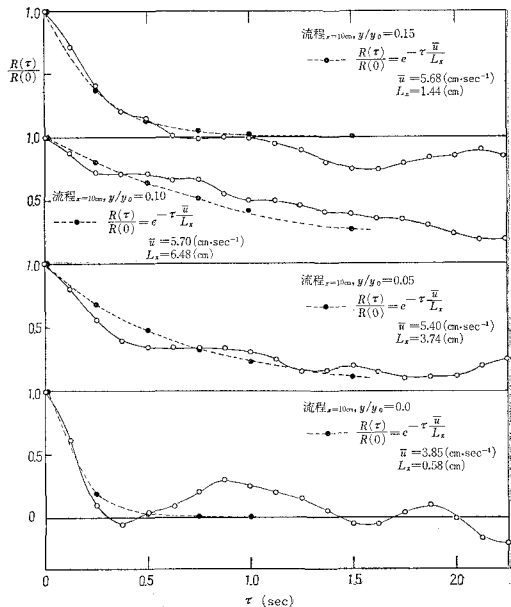


図-7(c) 乱れの自己相関関数

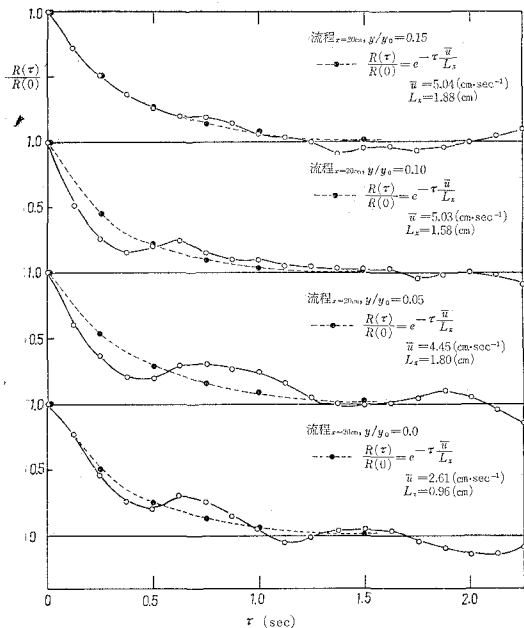
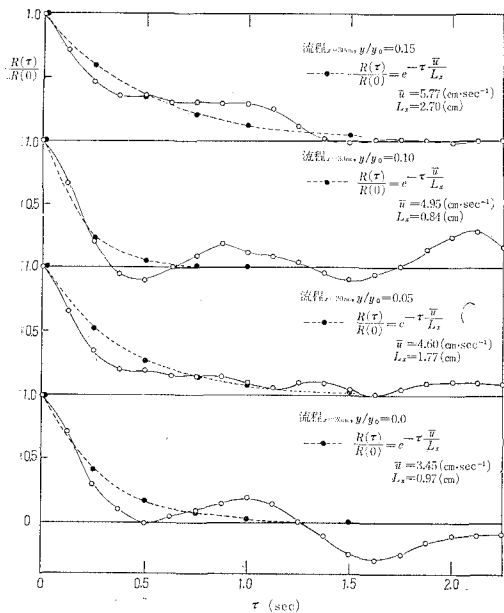


図-7(d) 乱れの自己相関関数



速度変動成分 $u'(t)$ をランダムな時間関数とし、時間的遅れを $\tau = t_{n+m} - t_n$ ($= m \Delta t$) ($m=0, 1, \dots, M$) とするとき、生の自己相関関数 $R(\tau)$ を

$$R(m \Delta t) = \frac{1}{N-m} \sum_{n=1}^{N-m} u'(t_n) \cdot u'(t_{n+m}) \quad (4)$$

($m=0, 1, \dots, M$)

によって求め、図-7 に実線で示した。

流れ $x=20$ cm の場合にみるように、界面 $y/y_0=0$ における相関の形からランダム成分のほかには減衰性の周期

図-8 平均渦径の鉛直分布

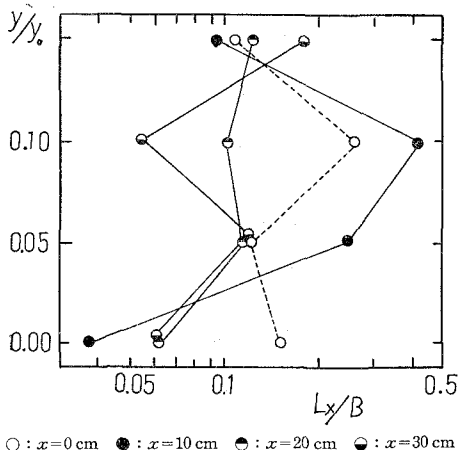


図-9 平均渦径の流れによる変化

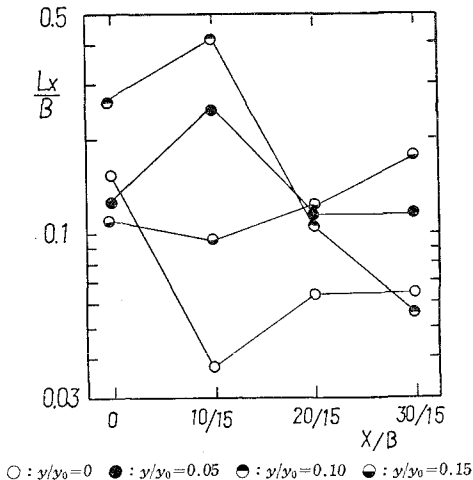
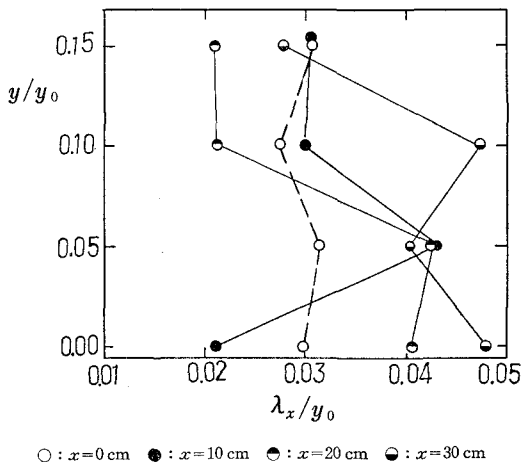


図-10 最小渦径の鉛直分布



成分の存在することがわかるが、これは多分に内部波によるものと考えられる。また、相対高さが増して境界面から離れるほど周期成分は減衰し、ランダム成分が卓越してくる。つぎに、この Euler 的な相関の形を Taylor

のいう $\exp(-\tau \bar{u}/L_x)$ の近似し⁵⁾、図-7 に点線で示した。ここに、 L_x は渦の平均渦径（後述）である。これによるとランダム成分に関してはこの関数の形はかなりよく一致することがわかる。

(3) 平均渦径 L_x および最小渦径 λ_x

つぎに、拡散に関与すると考えられる流れの方向における平均渦径および乱れのエネルギー逸散に寄与すると

考えられる最小渦径を前論文 1) に示したようにして求めた。図-8 は平均渦径の高さ方向の分布を、図-9 は流れによる変化を示し、また図-10 は最小渦径の高さ方向の分布を示す。

これらの図によると、平均渦径は相対高さおよび流れに関しかなりばらつきのはっきりとした関係は見出せないが、傾向として相対高さが増すにつれ範囲

図-11(a) 乱れのパワースペクトル

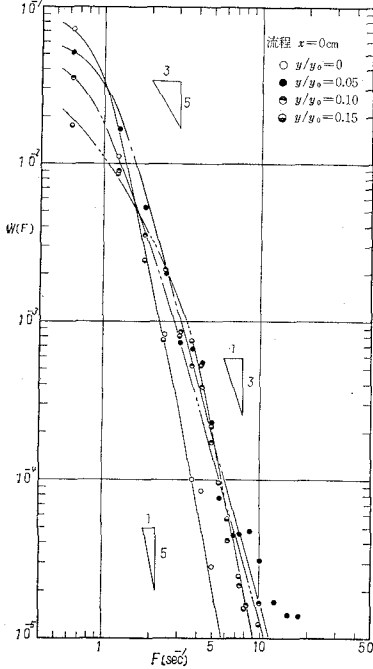


図-11(b) 乱れのパワースペクトル

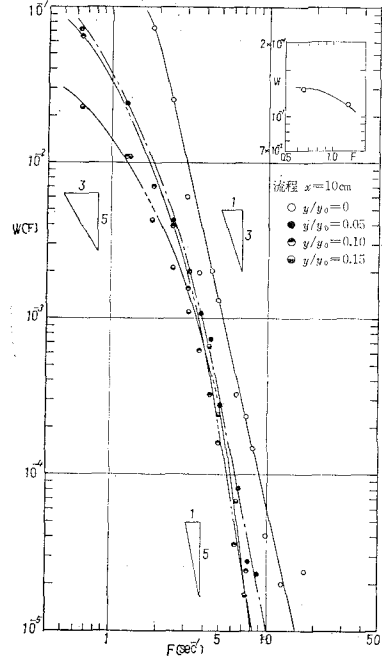


図-11(c) 乱れのパワースペクトル

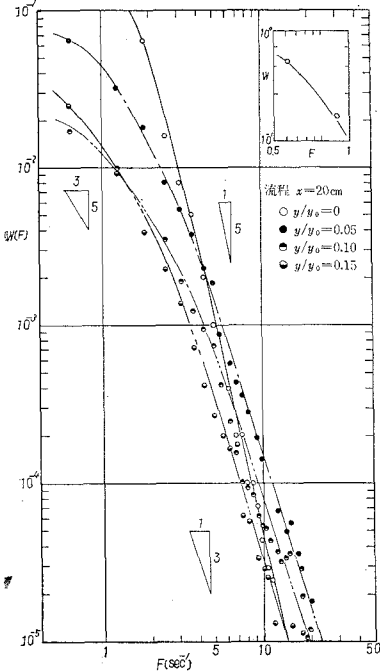
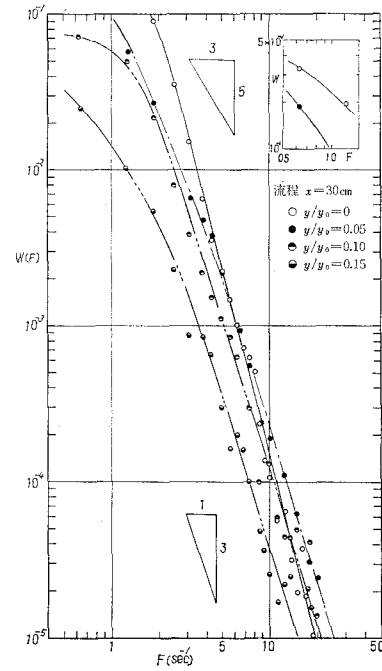


図-11(d) 乱れのパワースペクトル



も狭くなるように思われる。すなわち、平均渦のスケールは時間的に変化する界面の形状にかなりの影響を受けていることがわかる。一方、最小渦径は流れとともにその大きさを増すが、相対的高さが高くなるにつれ流れに関係なくその大きさは減じ、境界層の外側にあってはほぼ同じ大きさの最小渦の集合があると思われる。さらに上方についても測定値が得られているが、今回は解析していない。

(4) 乱れのパワー スペクトル $W(f)$

式(4)で求めた相関を用いてスペクトル

$$P\left(\frac{r}{M} \cdot \frac{1}{2\Delta t}\right) = 2\Delta t \left\{ R(0) + 2 \sum_{m=1}^{M-1} R(m) \cdot \cos\left(\frac{\pi r m}{M}\right) + (-1)^r R(M) \right\} \dots\dots\dots (5)$$

$$(r=0, 1, \dots\dots M)$$

を求め、さらに得られたスペクトルを次式によって平滑化した。

$$W\left(\frac{r}{M} \cdot \frac{1}{2\Delta t}\right) = \sum_{n=-i}^i a_n P\left(\frac{r-n}{M} \cdot \frac{1}{2\Delta t}\right) \dots\dots\dots (6)$$

$$(r=0, 1, \dots\dots M)$$

ここに、 a は spectral window で $\sum_{n=-i}^i a_n = 1$ であり、 $W\left(\frac{r}{M} \cdot \frac{1}{2\Delta t}\right)$ をもって乱れのパワー スペクトルとした。今回、スペクトルの計算にあたっては 20 秒間のデータを 150 Hz でサンプリングし、その際に 60 Hz 以上はフィルターでカットした。図-11 には $a_0=0.50$, $a_1(=a_{-1})=0.25$ (Hanning) で、lag の最大値 $M=120$ の場合の結果を示した。

なお、アネモメータの周波数応答は 350 kHz で、データレコーダのそれはテープ スピードが 6 in/sec のとき 2 kHz まで可能である。

図-11 から、境界面の影響がまだ始まらない流れ $x=0$ cm の場合には、スペクトルの形および高周波側における乱れの強さは高さによってほとんど変わらない。流れが $x=20$ cm 以上では、 $y/y_0=0$ でのスペクトルの形状は流れにかかわらず風波でいわれている -5 乗則に近い分布をしているが、界面より上に離れるにつれてスペクトルの強さは小さくなり、また流れが増すにつれて低周波域では変わらないが、高周波域のスペクトルは発達していることがわかる。

(5) 渦動拡散係数 ϵ_x

流れの方向における渦動拡散係数 ϵ_x は、変動速度 u' の流体塊が単位時間に輸送される距離を l とし、 $\bar{c}$ をその変動速度によって輸送される物質の平均濃度、 c' をその変動量とすれば、Euler 的につぎのように定義される。

$$\overline{u_E' c'} = -\overline{u_E' l} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} = -\epsilon_x \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} \dots\dots\dots (7)$$

しかるに拡散係数は、一般に拡散時間や場所(距離)

などの関数であるので、周知のように、乱れの強さが時間的に変わらないものとして、Lagrange の相関係数 $R_L(\xi) = \overline{u_L'(t) \cdot u_L'(t+\xi)} / \overline{u_L'^2}$ を用いたつぎのような見かけ上の渦動拡散係数(分散係数) E_x が用いられる^{5), 6)}。

$$E_x = \overline{u_L'^2} \int_0^t R_L(\xi) \cdot d\xi \dots\dots\dots (8)$$

しかるとき、Lagrange の渦の寿命時間 $t_{*L} = \int_0^\infty R_L(\xi) \cdot d\xi$ にくらべて十分大きな t に対して式(8)はつぎのように表示できる。

$$E_x = \overline{u_L'^2} \cdot t_{*L} \dots\dots\dots (9)$$

つぎに、余越の考えにしたがうと、 $i = \sqrt{\overline{u_L'^2}} / \bar{u}_E$, $\beta = t_{*L} / t_{*E}$ および数値係数 c を用いた場合、 $i\beta = c$ なる関係のもとで、この定数を開水路流れにおいて 0.342 ~ 0.567 と評価しているので⁷⁾、いま c の値として大気乱流において得られたと同じ値の 0.4 を用い、さらに一様乱れの場とすれば式(9)はつぎのように表わされる。

$$E_x = 0.4 \sqrt{\overline{u_E'^2}} \cdot \bar{u}_E \cdot t_{*E} \dots\dots\dots (10)$$

式(10)によって求めた拡散係数と平均渦径との関係

図-12 拡散係数と平均渦径との関係

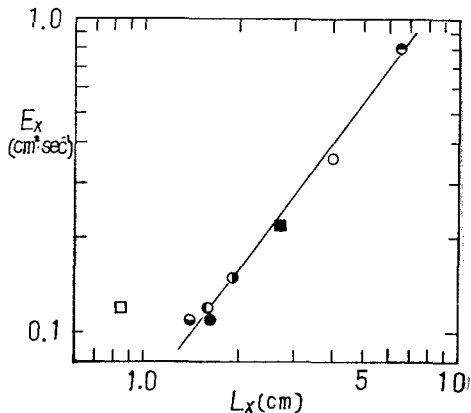


図-13 拡散係数と流れとの関係

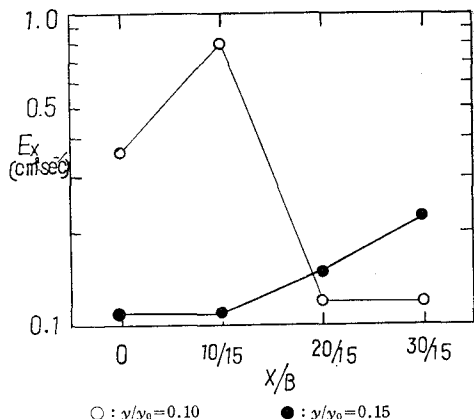
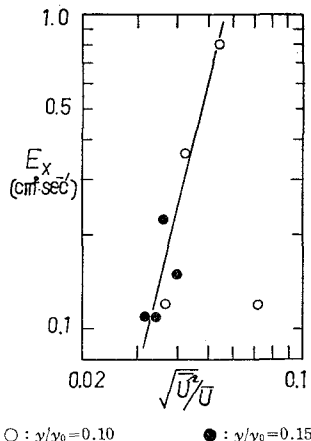


図-14 拡散係数と相対乱れの強さとの関係



を $y/y_0 = 0.10$ および 0.15 の場合について図-12 に示した。また図-13 には拡散係数と流程との関係を、さらに図-14 には相対乱れの強さとの関係において示した。

図-12 によると、拡散係数 E_x は平均渦径 L_x に一義的に比例する。また、図-14 によって拡散係数は乱れの強さによってやはり一義的に関係し、これより拡散は Taylor のいうように、より大きい渦によって支配されることが確かめられた。さらに図-13 によって、相対高さ $y/y_0 = 0.15$ においては流程が増すにつれて、その大きさが増している。

4. おわりに

淡塩境界面付近において、Hot-Film アネモメーターを用い乱れの測定を行なったが、明らかになった乱れの場の特性を列挙すると、

(1) 図-4 から局所平均流速および乱れの強さの時間的な変化は、界面のごく近くでの乱れの強さの変化を除き無視できる。

(2) 図-5 および図-6 から、図-1 に示した B-zone 内での乱れの強さの分布は non-homogeneous であり、局所平均流速も速度勾配をもつが、A-zone に近づくにつれてこれらは一様分布になると考えられる。

(3) 図-7 より、Euler 的な自己相関関数もそのラ

ンダム成分に関しては $\exp(-\tau\bar{u}/L_x)$ で比較的良好に近似できる。

(4) 図-11 から、乱流でいわれる $-5/3$ 乗則による平衡領域はただか 2 Hz 以下の低周波の狭い領域に限られ、高周波側のスペクトルはほぼ -3 乗に比例して減衰する。また、界面にあっては風波でいわれている -5 乗則に近い減衰をする。

(5) 図-12, 13 および 14 から、拡散係数は渦の平均渦径および相対乱れの強さに一義的に比例し、さらに相対高さ $y/y_0 = 0.15$ においては流程が増すにつれその大きさが増している。

今回の乱れの場の解析は流れ方向の内部境界面に近い狭い範囲に限ったが、さらに上方についても測定値が得られているので、今後解析を行なって乱れの場の特性を明らかにしてゆきたい。

最後に、データの処理を行なうに際し、東北大学電気通信研究所 城戸健一教授を始め研究室の方々にお世話になった。ここに記して感謝の意を表したい。

参考文献

- 1) 岩崎敏夫・阿部至雄：“淡塩境界面における乱流拡散の実験”，第14回海岸工学講演会，1967. pp. 230~234.
- 2) Iwasaki, T.: “On the shear stress at the interface and its effects in the stratified”, Coastal Engineering (1964) pp. 879~892.
- 3) Raichlen, F.: “Some turbulence measurements in water”, Proc. ASCE, Jour. Eng. Mech. Division, EM 2, 1967, pp. 73~97.
- 4) Richardson, E.V. & Mcquivey, R.S.: “Measurement of turbulence in water”, Proc. ASCE, Jour. Hy. Division, Hy 2, 1968, pp. 411~430.
- 5) Taylor, G.I.: “Diffusion by continuous movements”, Proc. Lond. Math. 1921, pp. 196~212.
- 6) 今本博健：“開水路流れにおける乱流拡散過程”，水文学における最近の進歩，1967, pp. 71~92.
- 7) 余越正一郎：“河川乱流における integral time scale について”，年次学術講演会，1968, pp. 251~252.
- 8) Ippen, T. & Raichlen, F.: “Turbulence in Civil Engineering”, Measurements in free surface streams, Proc. ASCE, Jour. Hy. Division, Hy 5, 1957, pp. 1392-1~1392-27.
- 9) Orlob, G.T.: Eddy diffusion in homogeneous turbulence”, Proc. ASCE, Jour. Hy. Division, Hy 9, 1959, pp. 75~101.