

砕波帯の波の研究(2)

——周波数スペクトルの平衡領域および2次元スペクトルの観測例——

井 島 武 士*・松 尾 隆 彦**

1. はしがき

前報告¹⁾において、著者等は砕波帯の波を観測する方法として実体視式波高計を考案し、宮崎海岸、奈多海岸等において砕波帯内の波の実測を行ない、その結果を報告した。本報告ではこれらの測定資料を解析して得られた砕波帯内の波の周波数スペクトルの平衡領域における形を論じ、なお、水深を異にする砕波帯の波の2次元スペクトルの測定例を示すことにする。

2. 周波数スペクトルの平衡領域

Phillips(1958)は深海風波の周波数スペクトルにおける high frequency range のエネルギー スペクトル密度は、十分に saturate した成分波については、frequency の⁻⁵乗に比例する事実を次元考察により導き、同時に wave number spectrum においては、wave number の⁻⁴乗に比例すべきことを示した。同様の方法で日野(1968)は流れによる sand waves の波形のスペクトルの平衡領域は frequency の⁻³乗に比例することを示している。

Phillips の平衡領域の波は風によって十分に saturate した波が流体運動の不安定状態に到達した極限の場合として砕波しているものとして取り扱ったことになるからその限界は風速には関係せず、重力波として重力の加速度 g のみに関係し、スペクトル密度 $\phi(\sigma)$ はつぎの形で表わされることになる。

$$\phi(\sigma) = \beta \cdot g^2 \cdot \sigma^{-5} \dots \dots \dots (1)$$

ここで β は無次元定数で Phillips は、Burling その他の実測値から $\beta \approx 0.0117$ としており、Pierson(1964)は大西洋での多くの実測値から $\beta \approx 0.00810$ を得ている。また wave number spectrum では Phillips は

$$\Psi(k) = \frac{B}{\pi} \cdot k^{-4} \dots \dots \dots (2)$$

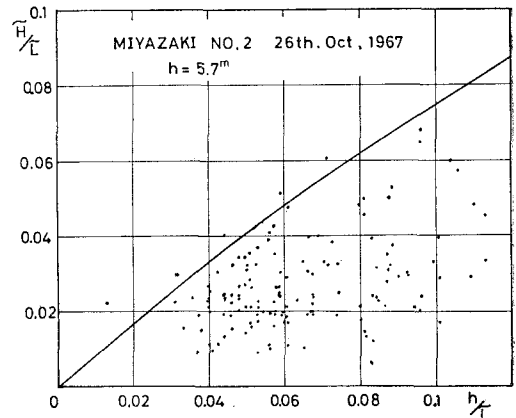
として表わしており、 B は無次元定数で約 0.002 としている。

浅海において砕波している波について見ると、その極限波高は第 1 次では水深 h により決まる波形の不安定の極限値として考えることができるから、同様な平衡領域が存在することは明らかであり、もちろん風速に関係

することはなく、重力波の領域では水深 h と重力の加速度 g のみに関係することは容易に推定される。

砕波帯内のある一点(水深 h)における観測により得られる一連の波形記録において、砕波している波とそうでない波を含めて、個々の波の見掛けの周期 $\hat{T}$ と波高 $\hat{H}$ を読み取り、 $\hat{T}$ に対する微小振幅波の波長を $\tilde{L}$ として、 $\hat{H}/\tilde{L}$ と $h/\tilde{L}$ との関係を示すと図-1 のような分散した相関図が得られる(図は宮崎海岸の水深 5.7 m における 17 分間の波形記録からのものである)。

図-1 An Example of Scatter Diagram.



この図における $\hat{H}/\tilde{L}$ の上限を通る曲線は、この水深と、周期に対応する波長により決まる極限波高を示すものと考えることができる。単一周期の波に対しては、この極限波高は Miche, 浜田(1951)により h/L がほぼ 1/20 より大きいところでは次式のように表わされる。

$$\frac{H}{L} \approx \frac{1}{7} \tanh \frac{2\pi h}{L} \dots \dots \dots (3)$$

上式は $h/L \rightarrow \infty$ の深海波では $H/L = 1/7$ を与え、 $h/L \rightarrow 0$ の浅海波に延長すると $H/h \approx 0.9$ を与え、孤立波あるいは C_n 波理論による $H/h \approx 0.78$ よりもやや大きい値を与える。

図-1 の実線は h/L の小さいところでは $H/h \approx 0.78$ となるように式(3)を引いたもので、見掛けの波についても近似的に C_1 を定数と見て

$$\hat{H}/\tilde{L} = C_1 \tanh 2\pi h/\tilde{L} \dots \dots \dots (4)$$

によって限界波高が表わされることがえられる。

連続スペクトルをもつ実際の波においては、図-1 の

* 正会員 工博 九州大学教授 工学部

** 正会員 大分工専講師

実線に到達している波高 $\tilde{H}_{\max}$ はその周期 $\tilde{T}$ を中心としてその近傍の $\tilde{T}-\Delta\tilde{T}/2$ と $\tilde{T}+\Delta\tilde{T}/2$ の間の狭い周期帯内に周期をもつ多くの成分波の位相がたまたま一致した結果それらの成分波のスペクトル波高が加え合わせられて $\tilde{H}_{\max}$ を示したものと見ることができよう。そして周期帯の幅 $\Delta\tilde{T}$ が十分狭いときには、その中にある成分波のスペクトル波高 H_T はほぼ等しいと考えることができる。したがってその成分波の数を N 個あるものとする

$$\tilde{H}_{\max} = N \cdot H_T \dots\dots\dots (5)$$

とすることができる。

$\tilde{H}_{\max}$ が式 (4) により表わされるとすると、成分波 H_T は $\tilde{H}_{\max}$ に比例し、その波長 $\tilde{L}$ と水深 h とにより、つぎのように表わされる。

$$H_T = \text{const} \cdot \tilde{L} \cdot \tanh \frac{2\pi h}{\tilde{L}} \dots\dots\dots (6)$$

ゆえにこれらの成分波が独立とすれば、 $\tilde{T}-\Delta\tilde{T}/2$ と $\tilde{T}+\Delta\tilde{T}/2$ の間のエネルギーの総和は

$$\frac{\rho g}{8} \cdot N \cdot \text{const} \cdot \tilde{L}^2 \cdot (\tanh 2\pi h / \tilde{L})^2$$

である。したがって周波数スペクトルの密度を $\phi(\sigma)$ とすると

$$\phi(\sigma) \Delta\sigma = \text{const} \cdot N \cdot L^2 \cdot \left(\tanh \frac{2\pi h}{L} \right)^2 \dots\dots\dots (7)$$

である。ここで $\Delta\sigma$ は周期 $\tilde{T}-\Delta\tilde{T}/2$ と $\tilde{T}+(\Delta\tilde{T}/2)$ に対応する frequency の幅である。

上式における波の数 N は、周期帯の幅 $\Delta\tilde{T}$ が大きければ当然大きくなり、また、有限時間の波形記録では、波の周期 $\tilde{T}$ が大きくなれば反比例して小さくなると考えることができる。ゆえに

$$\text{const} \cdot N = \text{const} \cdot \frac{\Delta\tilde{T}}{\tilde{T}} = \text{const} \cdot \frac{\Delta\sigma}{\sigma},$$

$$\left(\sigma = \frac{2\pi}{\tilde{T}} \right) \dots\dots\dots (8)$$

とおくことができる。したがって式 (9) はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} \phi(\sigma) \cdot \Delta\sigma &= \text{const} \cdot L^2 \cdot \left(\tanh \frac{2\pi h}{L} \right)^2 \cdot \frac{\Delta\sigma}{\sigma} \\ &= \text{const} \cdot (2\pi)^2 \cdot \frac{h^{5/2}}{g^{1/2}} \cdot \left(\tanh \frac{2\pi h}{L} \right)^2 \cdot \left(\frac{2\pi h}{L} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sigma^2 h}{g} \right)^{1/2} \cdot \Delta\sigma \\ &= \text{const} \cdot (2\pi)^2 \cdot \frac{h^{5/2}}{g^{1/2}} \cdot F \left[\left(\frac{\sigma^2 h}{g} \right)^{1/2} \right] \cdot \Delta\sigma \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

ここで

$$F \left[\left(\frac{\sigma^2 h}{g} \right)^{1/2} \right] = \frac{\left(\tanh \frac{2\pi h}{L} \right)^2}{\left(\frac{2\pi h}{L} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sigma^2 h}{g} \right)^{1/2}} \dots\dots\dots (10)$$

上式中の $2\pi h/L$ は frequency σ に対応する値として $\sigma^2 h/g = 2\pi h/L_0$ の関数として表わすこ

とができる。

式 (10) において $\sigma^2 h/g = 2\pi h/L_0 \rightarrow \infty$ の場合は、 $2\pi h/L \rightarrow 2\pi h/L_0$, $\tanh 2\pi h/L \rightarrow 1$ であるから $F \rightarrow (\sigma^2 h/g)^{-5/2}$, $\sigma^2 h/g = 2\pi h/L_0 \rightarrow 0$ の場合は $\tanh 2\pi h/L \rightarrow 2\pi h/L$ であるから $F \rightarrow (\sigma^2 h/g)^{-1/2}$ となる。

したがって式 (9) から

深 海 波 ($\sigma^2 h/g \rightarrow \infty$) では

$$\phi(\sigma) = \text{const} \cdot (2\pi)^2 \cdot g^2 \sigma^{-5} \dots\dots\dots (11)$$

浅海長波 ($\sigma^2 h/g \rightarrow 0$) では

$$\phi(\sigma) = \text{const} \cdot (2\pi)^2 \cdot h^2 \sigma^{-1} \dots\dots\dots (12)$$

となる。したがって式 (1) と比較して

$$\text{const} \cdot (2\pi)^2 = \beta$$

であるから、一般の場合、式 (9) はつぎの形となる。

$$\phi(\sigma) = \beta \cdot \frac{h^{5/2}}{g^{1/2}} \cdot F \left[\left(\frac{\sigma^2 h}{g} \right)^{1/2} \right] \dots\dots\dots (13)$$

図—2 は奈多海岸における水深 1.6 m, 2.7 m および 3.1 m におけるほぼ同時刻の周波数スペクトルである。これによって水深変化に対するスペクトルの変化を見ることができる。宮崎および奈多海岸における周波数スペクトルを式 (13) により無次元化し $\phi(\sigma) \cdot g^{1/2}/h^{5/2}$ を計算してプロットしたものが図—3 および 4 である。図—3 は宮崎海岸、図—4 は奈多海岸の測定結果によるもので、Data No. は前報告の図—4 および 5 に示したとおりである。宮崎海岸では、実際水深 3 m 以浅での資料は、水深の測定値の信頼度が低いために用いていない。奈多海岸のものは、観測時の前月におけるもので信

図—2 Examples of Frequency Spectra.

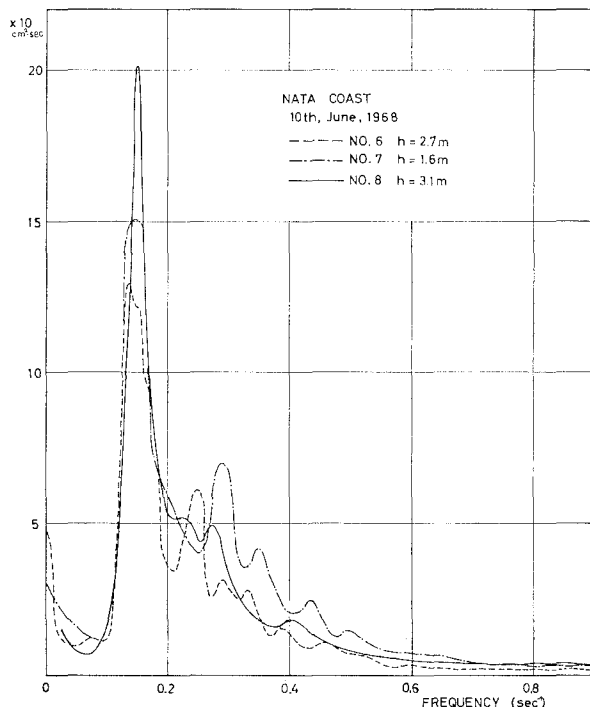


図-3 Non-Dimensional Spectra at Miyazaki Coast.

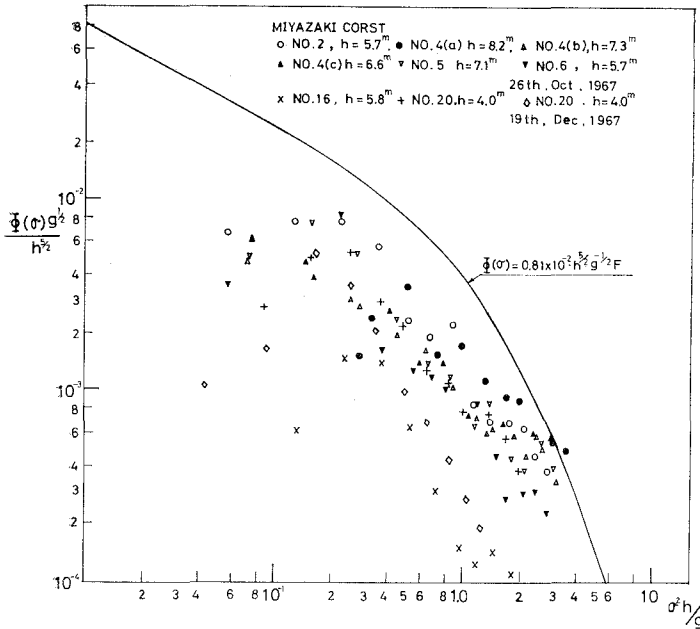


図-4 Non-Dimensional Spectra at Nata Coast.

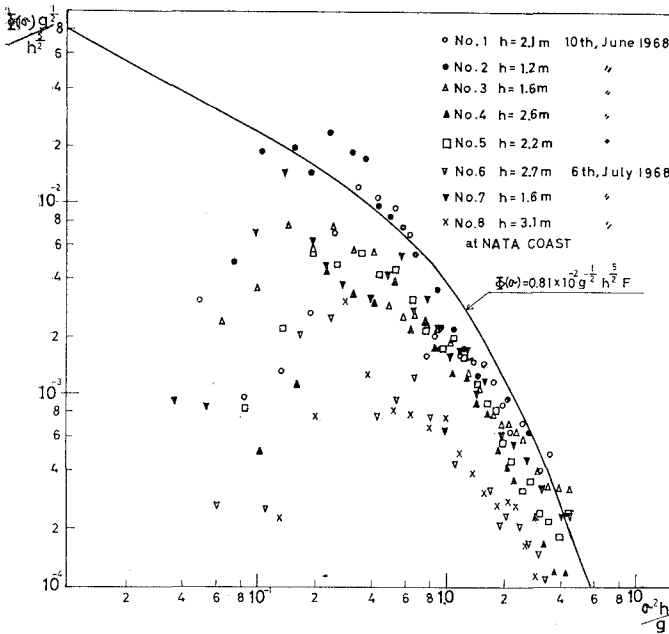
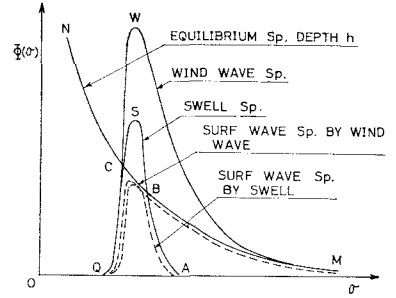


図-5 Explanation Sketch.



ところでは実線よりかなり低い。これは水深の効果で砕けている波が少なく、局地風による high frequency の波が saturate しているためである。図-4 では水深が極端に浅い No. 2 の場合を除き、測定値は式 (14) の曲線を上限として分布しておりほぼ水深により saturate した状態になることが見られる。

以上のようにして、水深 h に対して平衡スペクトルが決まれば、屈折の効果を考慮する必要がない場合には、図-5 に示すように、外海での風波のスペクトル MWQ が与えられると、これと平衡スペクトル MN との交点 C により決まるスペクトル MBCQ が水深 h でのスペクトルを与えることになる。同様にうねりのスペクトル ASQ が与えられると、対応するスペクトルは ABCQ が決まることになる。

3. 2 次元スペクトルの観測例

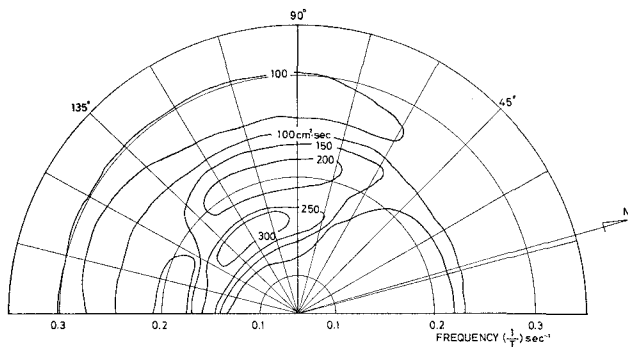
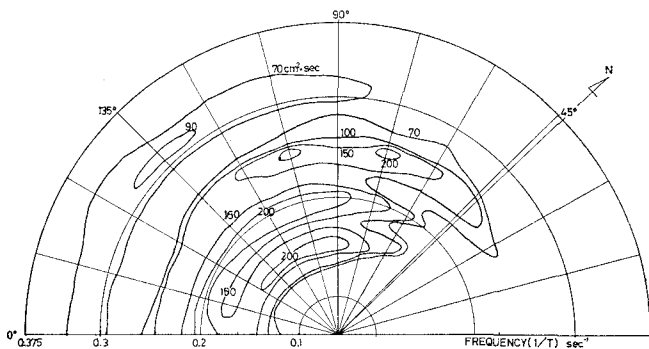
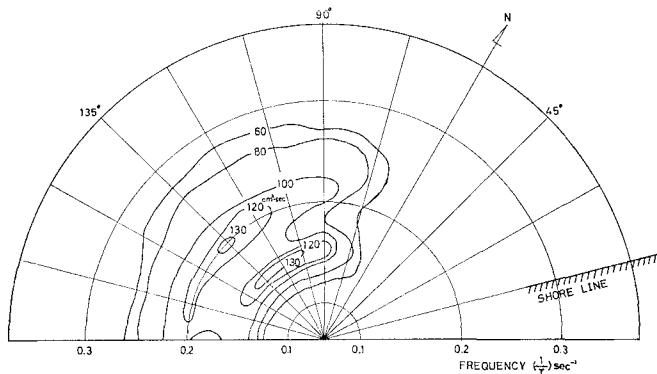
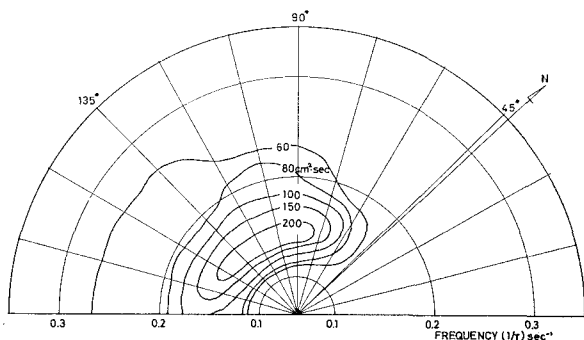
実体視式波高計の一つの利点は同一測線上の海面状態が、同じフィルムに写しこまれるから、1連の 17 分間の連続フィルムを測定することにより、数点の同時波形が測定されることである。この特性を利用して奈多海岸の観測においては、海岸線とほぼ平行に測線を設け、波高計からの距離 170, 175, 190 および

頻度が高いと見られるので、すべてを用いている。とくに奈多海岸では、2 次元スペクトルを算出するために 1 カ所につき 17 分間の記録 4 個について求めたもので、スペクトルの信頼度は十分に高いと見られる。図-3 および 4 では、式 (13) の定数を Pierson にしたがって 0.81×10^{-2} としたときのスペクトル密度を示す実線

$$\Phi(\sigma) = 0.81 \times 10^{-2} h^{5/2} \cdot g^{-1/2} \cdot F \dots \dots \dots (14)$$

を記入している。図-3 では $\sigma^2 h/g$ の大きいところでは実測値は実線の高さまで到達しているが、 $\sigma^2 h/g$ の小さい

200 m の地点の同時波形を測定し、各地点の波形から、auto-correlation を算出し、また間隔 5, 10, 15, 20, 25, 30 m に対する cross-correlation を算出することができた。これによって各周波数に対する 2 次元スペクトル密度のフーリエ展開式における第 6 項までを算出することができる。ここでは簡単のため 6 点での観測値を用い、最小自乗法によって第 3 項までを算出した結果を示すことにする。したがってここに示された方向スペクトル密度は

図-6 Directional Spectrum at No. 4 $h=2.6$ m Nata Coast.図-7 Directional Spectrum at No. 5 $h=2.2$ m Nata Coast.図-8 Directional Spectrum at No. 3 $h=1.6$ m Nata Coast.図-9 Directional Spectrum at No. 6 $h=2.7$ m Nata Coast.

$$\phi(\sigma, \alpha) = \frac{1}{2}A_0 + A_1 \cos \alpha + A_2 \cos 2\alpha + A_3 \cos 3\alpha \dots (14)$$

で近似されており, weighting function としては次式を用いている。

$$W = 1 + \frac{3}{2} \cos \alpha + \frac{3}{5} \cos 2\alpha + \frac{1}{10} \cos 3\alpha \dots (15)$$

図-6, 7, 8 は 1968 年 5 月 10 日の奈多海岸でのほぼ同時刻ころの水深 2.7, 2.2 および 1.6 m における方向スペクトルを示すもので, 測点位置は前報告の図-5 に示したように海岸線にほぼ直角な線上にあり, 等深線は海岸線に大体平行である。図-9, 10 は 6 月 6 日の水深 2.7 および 1.6 m におけるものである。

これらの図から波の進行により, スペクトル密度の分布が水深とともに屈折の影響によって変化する様子が大体推定されることになる。

4. む す び

実測により得られた砕波帯内の波の周波数スペクトルについては, 式 (13) で表わされるような平衡領域の存在が推定され, これによって等深線がほぼ平行な海岸でかつ海底勾配が緩かな海岸での極限スペクトルの形が決められると考える。厳密にいうと, 式 (13) の係数 β は海底勾配と沖波の入射角の関数になると思われるが, 緩勾配海岸では両者の影響は小さく, $\beta \approx 0.01$ 程度の値を取るようになる。

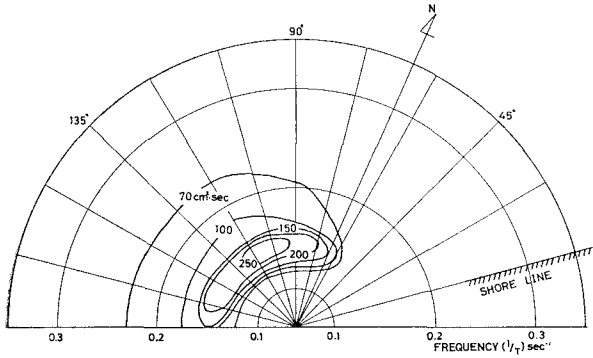
このような砕波帯の波の性質はさらに方向スペクトルによって検討を加えねばならないが, ここでは第 1 段階として, 水深によって方向スペクトルの形がどのようになるかの実例を簡単なスペクトル表示によって示すにとどめた。今後さらに資料の集積と, 計算精度の向上によって, 詳細な検討を行ないたい。

この報告の資料の解析特に方向スペクトルの解析には九州大学大学院学生 古賀一民, 田淵幹修の両君の絶大の援助を得た。ここに厚く感謝の意を表する。

参 考 文 献

- 1) 井島武士・松尾隆彦 (1968): “砕波帯の波の研究 (1) —観測法及び例—”, 第 15 回海岸工学講演会講演集

図-10 Directional Spectrum at No. 7 $h=1.6$ m Nata Coast.



- 2) Phillips, O.M. (1958): "The Equilibrium Range in the Spectrum of Wind-Generated Waves", J. Fluid Mech. Vol. 4.
- 3) Hino, M. (1968): "Equilibrium Range Spectra of Sand Waves formed by flowing Water", J. Fluid Mech. Vol. 34.
- 4) Pierson, W.J. and L. Moskowitz (1964): "A Proposed Spectral Form for Fully Developed Wind Seas based on the Similarity Theory of S.A. Kitaigorodskii", J. Geoph. Res. Vol. 69, No. 24.
- 5) 浜田徳一 (1951): "Breakers and Beach Erosions", Rep. Transport. Tech. Res. Inst. Rep. No. 1.