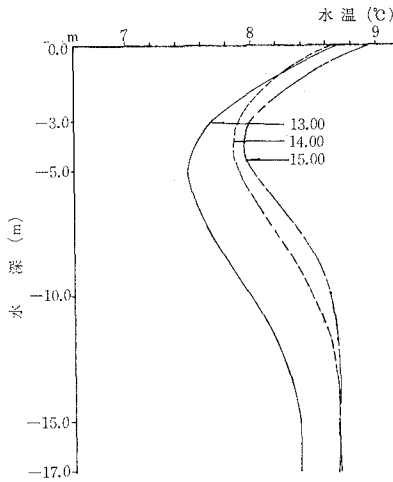




図-2 水温の分布

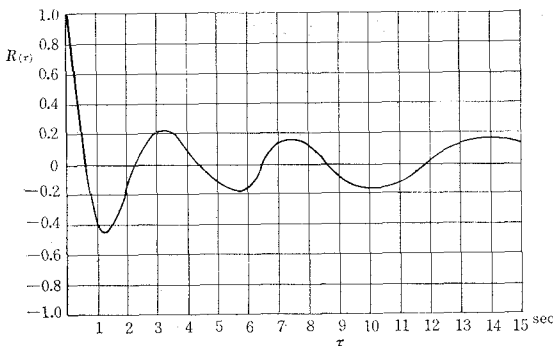


京湾観測塔で測定した。気温、湿度、風向、風速は表-1に示すとおりでほとんど様な状態とみなされる。水温の分布は代表的なものを示すと図-2のようになり、表層から-3 mの間に温度の低下が認められ、また下層において上昇している。しかし拡散の実験中はほぼ一定の状態を保っていることがわかる。波浪は階段抵抗式波高計を用いて測定しており、10分間ごとの記録は表-2のようになる。波高はせいぜい30 cm程度であり、周期は3~5秒に集中している。

潮汐は13時15分頃干潮となっており、実験開始のときは落潮流であったが、その後、流れが停滞しそれから漲潮流に転じている。流速は発電型流速計ならびに超音

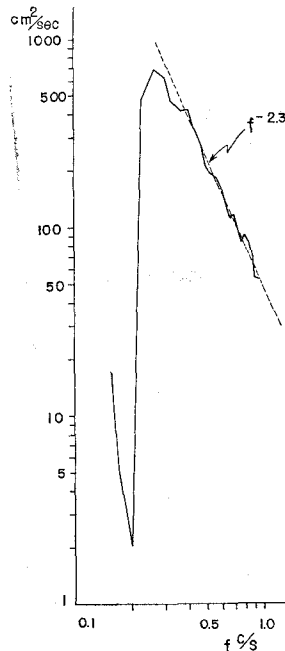
表-2

| 時間           | 最大波   |         | 有義波     |         |
|--------------|-------|---------|---------|---------|
|              | 波高    | 周期      | 波高      | 周期      |
| 12時30~40分    | 20 cm | 3.9 sec | 19.4 cm | 4.3 sec |
| 13 " 00~10 " | 30    | 4.0     | 20.2    | 4.2     |
| 13 " 30~40 " | 30    | 3.8     | 16.0    | 4.3     |
| 14 " 10~20 " | 30    | 3.0     | 18.0    | 4.0     |
| 14 " 30~40 " | 20    | 4.0     | 20.0    | 4.4     |
| 15 " 00~10 " | 20    | 3.5     | 11.3    | 3.3     |
| 15 " 30~40 " | 40    | 3.5     | 21.2    | 4.0     |

図-3  $u$  の自己相関関数

波流速計によって測定した。前者の測定結果によれば表層の平均流速は8~12 cm/secである。超音波流速計は水深50 cm付近に設置し、その流速記録から乱れの速度成分  $u, v$  の auto-correlation, cross-correlation を測定した。図-3は  $u$  の自己相関関数を示す。表層は波浪、表層流の渦などが影響し、 $u$  の自己相関はあたかも波のそれに近いような傾向を示している。図-4は  $u$  の energy spectrum

$$E(f) = 4 \bar{u}^2 \int_0^{\infty} R(\tau) \cos 2\pi f \tau d\tau$$

図-4  $u$  のエネルギースペクトル

を示している。高周波領域の減衰は  $f^{-2.3}$  程度である。なお、測定の結果では、乱れの強度は  $u, v$  それぞれ 19.2 cm/sec, 21.8 cm/sec となり比較的大きい値である。また、 $\overline{uv} = 286.4 \text{ cm}^2/\text{sec}^2$  という結果を得ており、shear stress が約 290 dyne/cm<sup>2</sup> というかなり大きい値になる。

### 3. 実験結果の検討

#### (1) 染料の拡散

染料の拡散を対象とする場合には数学上の処理が行なえるように2次元等方性乱流の場を考え、無数の実現値よりなる濃度の統計的分布は円対象

の確率密度を有するものと仮定する。拡散現象の解明には、古くは Taylor の取り扱った方法、あるいは推移確率密度に Gaussian 分布を仮定する方法、マルコフ過程を仮定する方法、また最近では Roberts の考え方がみられるが、ここでは解の多様性が得られるマルコフ過程に基づく解を考慮する。もとより拡散現象はマルコフ過程にしたがうほど単純なものではないが、どの程度の近似性が得られるかを検討してみる必要がある。

マルコフ過程の基本式は Kolmogorov-Chapman の方程式である。

$$f(x_0, t_0 | x, t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x_0, t_0 | \xi, t_1) f(\xi, t_1 | x, t) d\xi \dots\dots\dots (1)$$

ここで  $f(x_0, t_0 | x, t)$  は  $t=t_0$  のとき  $x_0$  にあり、 $t=t$  のとき  $x$  となる推移確率密度を示す。いま現象を連続過程と考え、その上向方程式を求めればつぎのようにして得られる。

$$\left. \begin{aligned} a(x, t, \Delta t) &= \int_{-\infty}^{\infty} (y-x) f(x, t|y, t+\Delta t) dy \\ b(x, t, \Delta t) &= \int_{-\infty}^{\infty} (y-x)^2 f(x, t|y, t+\Delta t) dy \\ c(x, t, \Delta t) &= \int_{-\infty}^{\infty} |y-x|^3 f(x, t|y, t+\Delta t) dy \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

なる量を定義し、さらにこれらの量につぎの条件を置く。

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{a(x, t, \Delta t)}{\Delta t} = A(x, t) \dots\dots\dots (3)$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{b(x, t, \Delta t)}{2 \Delta t} = B(x, t) \dots\dots\dots (4)$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} c(x, t, \Delta t) = O(\Delta t) \dots\dots\dots (5)$$

補助定理として、 $\varphi(x)$  を区間  $(\alpha, \beta)$  で3次まで連続な微係数を持ち、 $(\alpha, \beta)$  の外では0となる連続関数、このようなすべての  $\varphi(x)$  に対して2つの連続関数  $w_1(x), w_2(x)$  が与えられて

$$\int_{\alpha}^{\beta} \varphi(x) w_1(x) dx = \int_{\alpha}^{\beta} \varphi(x) w_2(x) dx$$

が成立するならば  $(\alpha, \beta)$  で  $w_1(x) = w_2(x)$  である、という定理を用いれば

$$\varphi(\alpha) = \varphi(\beta) = \varphi'(\alpha) = \varphi'(\beta) = 0$$

$A(x, t)$  について連続的微分可能性

$B(x, t)$  について2次の連続的微分可能性

を仮定するとき、

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} f(x, s|y, t) &= - \frac{\partial}{\partial y} [A(y, t) \cdot f(x, s|y, t)] \\ &\quad + \frac{\partial^2}{\partial y^2} [B(y, t) \cdot f(x, s|y, t)] \end{aligned} \dots\dots\dots (6)$$

なる所要の上向方程式が得られる。

いま  $f(x, s|y, t)$  の代りに円対象の推移確率密度を考え、総量  $M$  のうち、 $t+\Delta t$  のとき  $r$  において  $S$  となる確率を  $S(r, t+\Delta t)$  とするとき、Kolmogorov-Chapman の方程式は

$$S(r, t+\Delta t) = \int_0^{\infty} S(\rho, t) R(\rho, t|r, t+\Delta t) 2\pi\rho d\rho \dots\dots\dots (7)$$

ここで  $R(\rho, t|r, t+\Delta t)$  は単純マルコフ過程の推移確率密度で表現することもできるし、あるいは大久保のように一般化された非マルコフ過程の推移確率密度で表現することもできる。いずれにせよ、式(3),(4),(5)のごとく

$$\left. \begin{aligned} A(r, t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\infty} (\rho-r) R(r, t|\rho, t) \\ &\quad + \Delta t 2\pi\rho d\rho \\ B(r, t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\infty} \frac{(\rho-r)^2}{2} R(r, t|\rho, t) \\ &\quad + \Delta t 2\pi\rho d\rho \\ C(r, t) &\rightarrow 0 \quad (\Delta t \rightarrow 0) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

が成立することを仮定すれば、

$$\left. \begin{aligned} A(r, t) &= k(m+1)r^{m-1}f(t) \\ B(r, t) &= kr^mf(t) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

とおくとき、上向方程式は

$$\frac{\partial S(r, t)}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ kr^{m+1}f(t) \frac{\partial S}{\partial r} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

この一般解は Joseph-Sendner, 大久保の見解にしたがえば

$$\left. \begin{aligned} S(r, t) &= \frac{(2-m)M}{2\pi(2-m)^{\frac{4}{2-m}} \Gamma\left(\frac{2}{2-m}\right) k^{\frac{2}{2-m}} \{\Psi(t)\}^{\frac{2}{2-m}}} \\ &\quad \cdot e^{-\frac{r^{2-m}}{(2-m)^2 k \Psi(t)}} \\ 0 &\leq m < 2 \\ \Psi(t) &= \int^t f(t) dt \\ \Gamma\left(\frac{2}{2-m}\right); &\text{ガンマ関数} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

式(11)において  $f(t)$ ,  $m$  に種々の値を代入することにより、いろいろの解が得られる。

写真濃度計から判定した結果では、染料実験 No. 1 の最大半径  $r_{\max} = 83.7$  m, それまでに至る時間  $T^* = 7300$  秒, 実験 No. 2 では  $r_{\max} = 69.5$  m,  $T^* = 4300$  秒となる。diffusion time と一定濃度の半径との関係を示せば 図-5, 図-6 のようになる。ここで一定濃度の半径は、写真濃度計で識別される範囲を一定濃度の境界として考えている。図-5, 図-6 に比較的良好に適合する解を求めてみるならば

$$f(t) = t^2, \quad m = \frac{2}{3} \quad \text{として}$$

図-5 染料拡散実験 No. 1

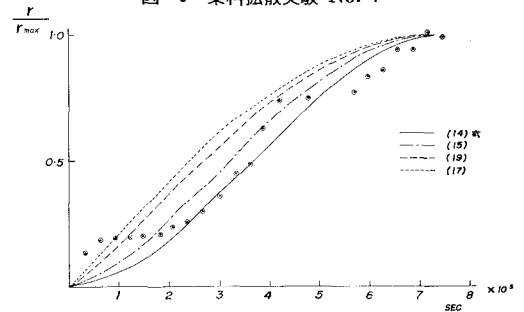
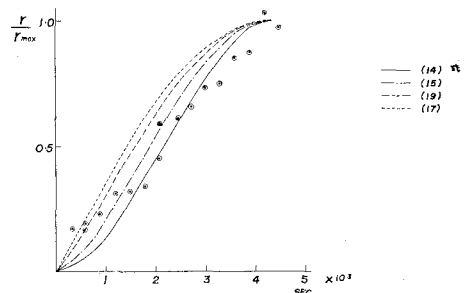


図-6 染料拡散実験 No. 2



$$S(r, t) = \frac{M}{\frac{4}{3} \pi^{3/2} a^3 t^{3/2}} e^{-\frac{r^2/3}{a^2 t^3}} \left\{ \dots\dots (12) \right.$$

$$a: \text{parameter, (cm}^{2/3}/\text{sec}^{3/2}) \left. \right\}$$

$f(t)=t$ ,  $m=1$  として

$$S(r, t) = \frac{M}{2 \pi b^2 t^4} e^{-\frac{r}{b t^2}} \left\{ \dots\dots (13) \right.$$

$$b: \text{parameter, (cm/sec}^2) \left. \right\}$$

式 (12) より

$$\frac{r}{r_{\max}} = \left[ 3 \left( \frac{t}{T^*} \right)^3 \left\{ \frac{1}{3} + \ln \frac{T^*}{t} \right\} \right]^{3/4} \dots\dots (14)$$

式 (13) より

$$\frac{r}{r_{\max}} = 2 \left( \frac{t}{T^*} \right)^2 \left\{ \frac{1}{2} + \ln \frac{T^*}{t} \right\} \dots\dots (15)$$

ここで  $T^*$  は,  $r=r_{\max}$  になるまでの diffusion time を表す。式 (12), (13) から, peak concentration の時間に対する変化はそれぞれ  $t^{-3/2}$ ,  $t^{-4}$  となっており, かなり大きく減衰することになる。今回の実験では蛍光濃度計がないため, 濃度変化を確かめることはできなかったが, 東海村その他の測定結果では  $t^{-2}$  ないし  $t^{-3}$  の変化をしており, 式 (12), (13) の表現は過大な減衰を示している。これは一定濃度の境界を写真濃度計から判定したことに基因するとみられる。水平拡散とはいいながらも, 染料は鉛直方向にも拡散を生じており, この鉛直方向に拡散された層の厚さがある値以上になれば累積された濃度としてフィルムに感光されてくるからである。したがって, ある薄い層のみの水平拡散を対象とするならば, 一定濃度の範囲はこれより大きい面積に広がっていることになり, diffusion time のある範囲内ではその傾向は著しくなる。

それならば写真濃度計による拡散の範囲はなにを表現しているのだろうか。これを検討するまえに, つぎのもう一つの解を準備しておく。式 (11) において

$$f(t)=t, m=\frac{1}{2} \text{ とするとき}$$

$$S = \frac{M}{\frac{4}{3} \pi \Gamma\left(\frac{4}{3}\right) \beta^4 t^{8/3}} e^{-\frac{r^{2/3}}{\beta^2 t^2}} \dots\dots (16)$$

$\beta: \text{parameter, (cm}^{1/2}/\text{sec}^{2/3})$

となる。式 (16) より

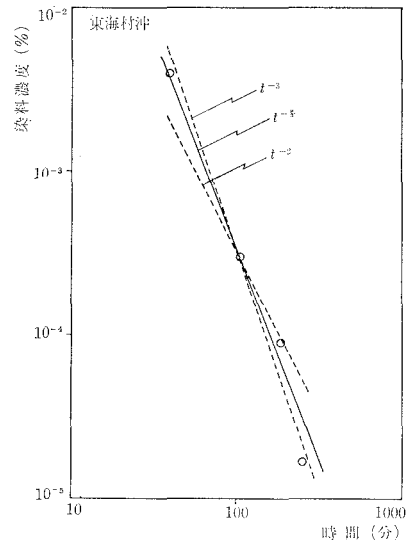
$$\frac{r}{r_{\max}} = \left[ 2 \left( \frac{t}{T^*} \right)^2 \left\{ \frac{1}{2} + \ln \frac{T^*}{t} \right\} \right]^{2/3} \dots\dots (17)$$

が得られる。peak concentration の減衰は  $t^{-8/3}$  となり, 従来の測定結果に比較的良好な適合性を示している (図-7)。参考のため  $f(t)=t$  は同様におき,  $m=\frac{2}{3}$  とするときは大久保の解となり

$$S = \frac{M}{\frac{3}{4} \pi^{3/2} \alpha^3 t^3} e^{-\frac{r^{4/3}}{\alpha^2 t^2}} \dots\dots (18)$$

$\alpha: \text{parameter, (cm}^{2/3}/\text{sec})$

図-7 Peak Concentration の減少



$$\frac{r}{r_{\max}} = \left[ 2 \left( \frac{t}{T^*} \right)^2 \left\{ \frac{1}{2} + \ln \frac{T^*}{t} \right\} \right]^{3/4} \dots\dots (19)$$

が得られる。

写真濃度計より判定される面積を式 (16) の mean square dispersion と対比してみよう。いま, mean square dispersion を

$$\langle r^2 \rangle = \int_0^\infty r^2 \frac{S}{M} 2 \pi r dr \dots\dots (20)$$

と定義するならば, 式 (16) より算定される。それは

$$\langle r^2 \rangle = \frac{\Gamma\left(\frac{8}{3}\right)}{\Gamma\left(\frac{4}{3}\right)} \beta^4 t^{8/3} \dots\dots (21)$$

である。式 (16) より計算すれば

$$\beta = \left( \frac{3}{4} \right)^{1/3} \left( \frac{1}{T^*} \right)^{2/3} r^{1/2}_{\max} \dots\dots (22)$$

であるから, 式 (21) はつぎのようになる。

$$\langle r^2 \rangle = 1.14 \left( \frac{t}{T^*} \right)^{8/3} r^2_{\max} \dots\dots (23)$$

写真濃度計より判定される  $r^2/r^2_{\max}$  と  $t/T^*$  の関係を図示すれば 図-8 のようになり, 同時に式 (23) より得られる結果を直線で表現すれば, きわめて近似した傾向となる。大久保の解から得られる mean square dispersion は

$$\langle r^2 \rangle = 1.23 \left( \frac{t}{T^*} \right)^3 r^2_{\max} \dots\dots (24)$$

となり, 図-8 からみると式 (24) の定数を 1.5 倍すれば近似の度合は強まる。図-5, 図-6 からみれば式 (17) より求められる  $r$  と  $t$  との関係は実験値とのへだたりが大きい。しかしながら, 鉛直方向の拡散層が影響をおよぼしている写真上の拡散域は理論解より小さく表現されており, むしろ平均拡散域に近い傾向を示しているのではないかと考えられる。もしこれが真実とすれ

ば、式(23)より得られる拡散係数は後述するように  $l^{5/4}$  法則にしたがっており、浅い湾内の拡散についてある程度の特徴を表わしているのではないかと推定される。もちろん、このことはまだ断定できる段階ではなく、今後航空機の写真撮影とともに蛍光濃度計を用いて十分に検討し

なければならない。それと同時に  $S(r, t)$  の表現についても、鉛直拡散を考慮した表現が用いられるべきであり、これも今後の検討を要する問題である。式(23)から拡散係数はつぎのように算定される。

$$\begin{aligned}\frac{d\langle r^2 \rangle}{dt} &= \frac{8}{3} \times 1.14 \times \frac{r_{\max}^2}{T^*} \times \left( \frac{t}{T^*} \right)^{5/3} \\ &= \frac{8}{3} \times (1.14)^{3/8} \times \frac{r_{\max}^2}{T^*} \times \left\{ \frac{\langle r^2 \rangle}{r_{\max}^2} \right\}^{5/8}\end{aligned}$$

$T^* = 7300 \text{ sec}$ ,  $r_{\max} = 8370 \text{ cm}$  とするとき

$$\frac{d\langle r^2 \rangle}{dt} \approx 0.33 \langle r^2 \rangle^{5/8}$$

拡散係数を  $K = \frac{1}{2} \frac{d\langle r^2 \rangle}{dt}$  と定義すれば

$$K = 0.165 \langle r^2 \rangle^{5/8} \quad (25)$$

式(25)によれば拡散係数は  $l^{5/4}$  ( $l$ : 長さの scale) にしたがって変化することになり、これは Kraichnan の導いた結果と同様なものとなる。すなわち、Kraichnan によれば inertial subrange の energy spectrum は

$$E(k) \sim (\varepsilon u')^{1/2} k^{-3/2}$$

$k$ : wave number

$\varepsilon$ : energy dissipation rate

$u'$ : intensity of turbulence

となり、次元解析から得られる拡散係数は時間がある程度経過した場合、つぎようになる。

$$\frac{d\langle Y^2 \rangle}{dt} \sim \langle Y^2 \rangle^{5/8} \quad (26)$$

他方、大久保の解から得られる拡散係数は

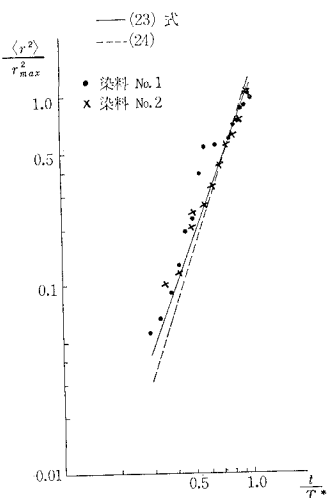
$$K = 0.085 \langle r^2 \rangle^{2/3} \quad (27)$$

となり典型的な  $l^{4/3}$  法則にしたがうものとなる。

## (2) フロートの拡散

動粘性係数  $\nu$ , エネルギーの逸散率  $\varepsilon$  が支配的な要素を占める乱流場では、2粒子の相対距離の拡散は相似性の仮定に基づく次元解析から次のように表現される。

図-8 平均拡散と実験値



$$\frac{d\langle Y^2 \rangle}{dt} = \varepsilon t^2 F\left(\frac{Y_0}{\varepsilon^{1/2} t^{3/2}}, \frac{t \varepsilon^{1/2}}{\nu^{1/2}}\right) \quad (28)$$

ここで  $Y$ : 2粒子の相対距離

$Y_0$ :  $t=0$  の相対距離

$\langle \rangle$ : 統計的平均値を示す

一般に  $Y_0, Y$  が Kolmogorov の length scale より大きくなれば式(28)は  $\nu$  に無関係となり

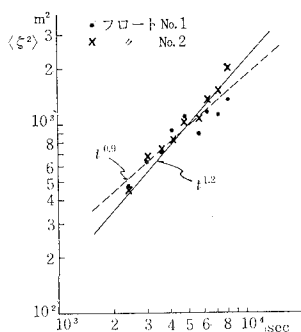
$$\frac{d\langle Y^2 \rangle}{dt} = \varepsilon t^2 F\left(\frac{Y_0}{\varepsilon^{1/2} t^{3/2}}\right) \quad (29)$$

$t$  が大きくなり、 $Y_0$  に依存する関係が失われれば

$$\left. \begin{aligned} \langle Y^2 \rangle &\sim t^3 \\ \frac{d\langle Y^2 \rangle}{dt} &\sim \langle Y^2 \rangle^{2/3} \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

で表現され、拡散係数が  $l^{4/3}$  法則にしたがうことが推察される。多粒子の拡散を対象とした場合にも、その重心に対する相対拡散を式(30)にしたがうと仮定し、物

図-9  $\langle \varepsilon^2 \rangle$  と  $t$  の関係



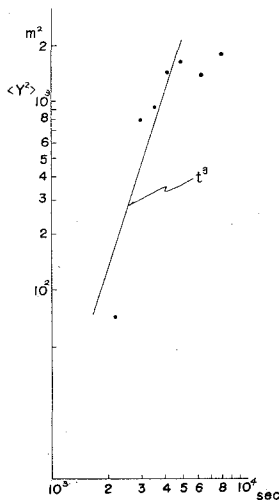
理的な証明をぬきにして実験的に検討されている。その結果によれば、外洋においては  $10 \sim 100 \text{ m}$  の範囲では  $\langle \varepsilon^2 \rangle$  ( $\varepsilon$  は重心に対する距離) が  $t^3$  に比例する領域があり、非常に大きい scale では  $t^2$  に比例する領域があるといわれている。

われわれの行なった2つのフロート群の結果では、多粒子の重心点に対する拡散は図-9 のようになり、いずれの場合でも、概略

$$\langle \varepsilon^2 \rangle \sim t^{1.2} \text{ ないし } t^{0.9} \quad (31)$$

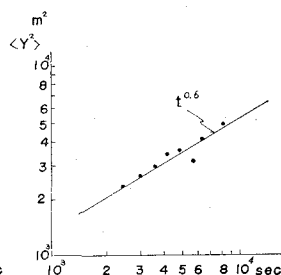
で広がり、式(30)の関係とはかなりの相違がみられ

図-10  $\langle Y^2 \rangle$  と  $t$  の関係  
 $Y = 7 \sim 10 \text{ m}$



る。これは一つにはフロートの径が  $90 \text{ cm}$  という点で問題があり、もう一つの点はフロートの拡散が染料の拡散方向と異なり、沿岸寄りに拡がって水深が  $20$

図-11  $\langle Y^2 \rangle$  と  $t$  の関係  
 $Y = 44 \sim 55 \text{ m}$



m から 10 m 程度に減少したためこの影響が表われていることが考えられる。この点を明らかにするため 2 粒子の拡散について検討してみる。フロート群 No. 1 において  $t=2000$  sec を経過してから、相対距離が 7~10 m になっている 2 粒子 39 組を対象にして  $\langle Y^2 \rangle$  と  $t$  との関係を示したのが 図-10 である。 $\langle Y^2 \rangle$  は  $t^3$  以上の値で大きくなっているが  $\langle Y^2 \rangle = 1500 \text{ m}^2$  付近で増大が止まっている。これに対してははじめの相対距離が 44~55 m になっている 11 組の拡散は 図-11 のようになる。図-11 の結果からみれば  $\langle Y^2 \rangle \sim t^{0.6}$  で増大している。このように水深が浅い場合には  $\sqrt{\langle Y^2 \rangle}$  の値によって拡散の力は非常に影響を受けており、式 (30) を変形して

$$\frac{d\langle Y^2 \rangle}{dt} \sim \langle Y^2 \rangle^{2/3} F\left(\frac{\sqrt{\langle Y^2 \rangle}}{h}\right) \dots\dots\dots (32)$$

$h$ : 水深

と表わし、 $F$  の関数形を決定することが水深の浅い湾内の拡散を研究するきめとなる。なおフロートは風の影響を防ぎ、小さい scale の乱れを有効に生かすためには 90 cm の径は過大であり、識別のできる範囲でできるだけ小さくすることが妥当であろう。

#### 4. 数値解法の検討

物質の湾内への拡散を大局的に検討する手段の一つとして、拡散方程式の数値解法が考えられる。問題を単純化するため鉛直方向の拡散は単位水深のみとした場合、基本方程式はつぎのようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial t} = & -u \frac{\partial S}{\partial x} - v \frac{\partial S}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ K \frac{\partial S}{\partial x} \right\} \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ K \frac{\partial S}{\partial y} \right\} \dots\dots\dots (33) \end{aligned}$$

ここで  $S$ : 拡散物質の濃度

$u, v$ :  $x, y$  方向の流速

$K$ : 拡散係数

式 (33) を差分化して数値解を求めるのに explicit の解法と implicit の解法とを考慮してみよう。explicit の解法は通常、前進型と呼ばれるものでつぎの差分化をほどこす。

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial t} &= \frac{S^{n+1}_{i,j} - S^n_{i,j}}{\Delta t} \\ u \frac{\partial S}{\partial x} &= u^n_{i,j} \frac{S^n_{i+1,j} - S^n_{i-1,j}}{2 \Delta x} \\ v \frac{\partial S}{\partial y} &= v^n_{i,j} \frac{S^n_{i,j+1} - S^n_{i,j-1}}{2 \Delta y} \\ \frac{\partial}{\partial x} \left\{ K \frac{\partial S}{\partial x} \right\} &= \frac{1}{\Delta x} \left\{ \frac{K_{i+1,j} + K_{i,j}}{2} \right. \\ &\quad \cdot \left. \frac{S^n_{i+1,j} - S^n_{i,j}}{\Delta x} - \frac{K_{i,j} + K_{i-1,j}}{2} \frac{S^n_{i,j} - S^n_{i-1,j}}{\Delta x} \right\} \\ \frac{\partial}{\partial y} \left\{ K \frac{\partial S}{\partial y} \right\} &= \frac{1}{\Delta y} \left\{ \frac{K_{i,j+1} + K_{i,j}}{2} \right. \end{aligned}$$

$$\cdot \frac{S^n_{i,j+1} - S^n_{i,j}}{\Delta y} - \frac{K_{i,j} + K_{i,j-1}}{2} \frac{S^n_{i,j} - S^n_{i,j-1}}{\Delta y} \left. \right\} \dots\dots\dots (34)$$

その結果つぎの方程式が得られる。

$$\begin{aligned} S_{i,j}^{n+1} = & A \cdot S^n_{i,j} + B S^n_{i+1,j} + C S^n_{i-1,j} \\ & + D S^n_{i,j+1} + E S^n_{i,j-1} \end{aligned} \quad (35)$$

ここで  $n$ : 時間の step

$i, j$ :  $x, y$  方向の step

$$\begin{aligned} A = & 1 - \frac{\Delta t}{2 \Delta x^2} \{ K_{i+1,j} + K_{i-1,j} \\ & + K_{i,j+1} + K_{i,j-1} + 4 K_{i,j} \} \\ B = & - \frac{\Delta t}{2 \Delta x} u^n_{i,j} + \frac{\Delta t}{2 \Delta x^2} \{ K_{i,j+1} + K_{i,j} \} \\ C = & \frac{\Delta t}{2 \Delta x} u^n_{i,j} + \frac{\Delta t}{2 \Delta x^2} \{ K_{i,j} + K_{i-1,j} \} \\ D = & - \frac{\Delta t}{2 \Delta y} v^n_{i,j} + \frac{\Delta t}{2 \Delta y^2} \{ K_{i,j+1} + K_{i,j} \} \\ E = & \frac{\Delta t}{2 \Delta y} v^n_{i,j} + \frac{\Delta t}{2 \Delta y^2} \{ K_{i,j} + K_{i,j-1} \} \end{aligned}$$

式 (35) からわかるごとく、解の発散を防ぐためには advection ならびに拡散の項を含む  $A, B, C, D, E$  の値をできるだけ 1 より小さくなるように  $\Delta x, \Delta y, \Delta t$  を選定することである。

implicit の解法は式 (33) を連立多元一次方程式に変換することによって得られる。この場合、式 (34) のうち、 $\frac{\partial S}{\partial t}$  は同様な差分をとり、他の項は式 (34) の time step  $n$  をすべて  $n+1$  に変更する。その結果つぎのようになる。

$$\begin{aligned} A' S_{i,j}^{n+1} + B' S_{i+1,j}^{n+1} + C' S_{i-1,j}^{n+1} + D' S_{i,j+1}^{n+1} \\ + E' S_{i,j-1}^{n+1} = S_{i,j}^n \dots\dots\dots (36) \end{aligned}$$

ここで

$$\begin{aligned} A' = & 1 + \frac{\Delta t}{2 \Delta x^2} \{ K_{i+1,j} + K_{i-1,j} \\ & + K_{i,j+1} + K_{i,j-1} + 4 K_{i,j} \} \\ B' = & \frac{\Delta t}{2 \Delta x} u_{i,j}^{n+1} - \frac{\Delta t}{2 \Delta x^2} \{ K_{i+1,j} + K_{i,j} \} \\ C' = & - \frac{\Delta t}{2 \Delta x} u_{i,j}^{n+1} - \frac{\Delta t}{2 \Delta x^2} \{ K_{i,j} + K_{i-1,j} \} \\ D' = & \frac{\Delta t}{2 \Delta y} v_{i,j}^{n+1} - \frac{\Delta t}{2 \Delta y^2} \{ K_{i,j+1} + K_{i,j} \} \\ E' = & - \frac{\Delta t}{2 \Delta y} v_{i,j}^{n+1} - \frac{\Delta t}{2 \Delta y^2} \{ K_{i,j} + K_{i,j-1} \} \end{aligned}$$

連立多元一次方程式の解法には Gauss-Seidel 法の流れるをくむ Liebmann 法あるいはそれを修正した加速 Liebmann 法と共役傾斜法などが考えられる。共役傾斜法はわが国ではあまり経験がなく方法もむずかしいので、ここではもっとも簡明な加速 Liebmann 法を用いた。加速 Liebmann 法の parameter  $\alpha$  は

$$\nu^{+1} S_{i,j}^{n+1} = \nu S_{i,j}^{n+1} + \alpha R_{i,j}^{n+1}$$

で示され、 $R_{i,j}^{n+1}$  は  $S_{i,j}^{n+1}$  の  $(\nu+1)$  次と  $\nu$  次との

逐次近似の残差である。一般に

$$1 \leq \alpha \leq 2$$

であり、われわれの場合では  $\alpha=1.4$  としたとき、拡散物質質量 100 に対して  $R_{i,j} < 10^{-3}$  で収れんとするならば 50~100 回の逐次近似で一つの time step に対する計算は終了する。ただし初期条件の与え方によっては小さい値の振動解が濃度分布の外縁に発生し、なかなか収れんしないことがある。その場合には、 $R_{i,j} < 2 \times 10^{-3}$  のとき収れんするように条件をゆるめれば 50 回程度の近似で収れんする。なお、 $B'$ ,  $C'$ ,  $D'$ ,  $E'$  の各係数は式(35)の場合と同様 1 より小さくなるように  $\Delta t$ ,  $\Delta s$  を選

定するのが解の収れんを早める。

いま、 $u_{i,j}=1 \text{ cm/sec}$ ,  $v_{i,j}=10 \text{ cm/sec}$  と一様な流れの場を与え、拡散物質質量 50 のある初期濃度分布からの拡散を式(35),(36)の両者の方法によって比較してみよう。ここで  $K_{i,j}=0.05 l^{4/3}$  として値を各格子点にはりつけ、 $10^3 \leq K_{i,j} \leq 10^4$  の範囲となし、 $\Delta t=60 \text{ sec}$ ,  $\Delta s=2000 \text{ cm}$  と定めている。図-12 は 15 分経過したときの状態を示す。概略の傾向は相似しているが、前進型の解法では差分による誤差が比較的大きく、負の濃度が発生する。これに反して加速 Liebmann 法による解は誤差が比較的小さく、advection の影響もよく表現されており、また負の濃度は発生しない。これらの点から長期にわたる tidal cycle のくり返しによる拡散は、加速 Liebmann 法によって推定することが適当している。なお、この計算は I.B.M. 360-75 system で行なっているが、I.B.M. 7090 に比して桁数が低下しているため、解の収れんには多少問題が生じやすいことを付記しておく。

図-12 (a) 前進型による分布

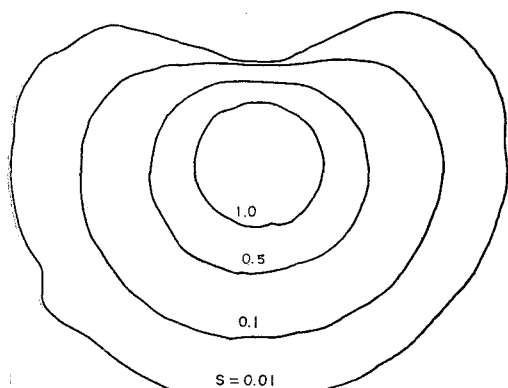
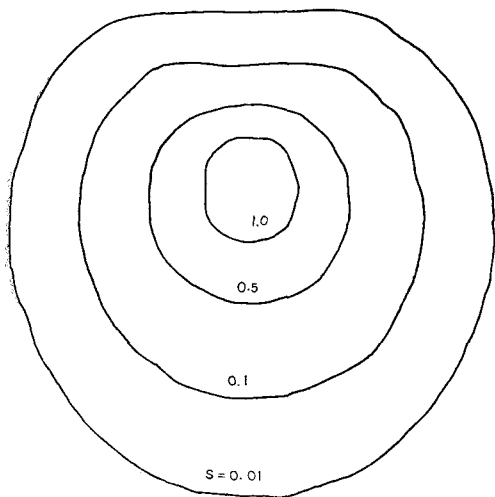


図-12 (b) 加速 Liebmann 法による分布



## 5. む す び

比較的水深の浅い湾内の拡散は、外洋にみられる  $l^{4/3}$  法則とは異なる型で表現することが、これらの実験から見出されそうである。今回、ここに報告した実験は今後の調査対象をさぐるために実施したもので、この実験から得られた経験に基づき、実験方法の改善と多様化を図り、拡散現象に含まれる物理的性格を一つずつ明らかにするとともに、ここでは論じられなかった化学的、生物学的な現象もあわせて検討してゆくこととしたい。

## 参 考 文 献

- 1) Batchelor & Townsend : Turbulent diffusion, Surveys in Mechanics, Cambridge Univ. Press, 1956
- 2) Hinze, J.O. : Turbulence, Mc Graw-Hill Book Co., 1959
- 3) Kraichnan, R.H. : The structure in isotropic turbulence at high Reynolds numbers, J. Fluid Mech. 1959.
- 4) Okubo, A : Horizontal diffusion from an instantaneous point source due to oceanic turbulence, Chesapeake Bay Institute, The Johns Hopkins Univ. Tech Report 32, 1962
- 5) 国沢清典 : 近代確率論, 岩波全書, 1951
- 6) Joseph, J and Sendner, H : Über die horizontale Diffusion im Meere, Dt. Hydrogr. Z. Vol. 11, 1959