

淡水湖における淡水層中への塩分鉛直拡散

南 勲*・福 間 順**

1. ま え が き

湾口を締切り、そこに排水ゲートを設け、ゲート操作を合理的に行なうことによって塩水湖の除塩を行ない、新しい水源地を求める淡水化計画は、最近各地で行なわれるようになり、淡水化の水理機構¹⁾に関して多くの研究が行なわれている。本文においては、淡水湖の水理モデルとして以下のものを考え、とくに淡水層中への塩水層からの塩分拡散について若干の考察を行ない、実道湖における塩分分布観測結果の説明を試みた。

(i) 淡水湖内には2層流が形成され、上層は淡水層、下層は塩水層となる。

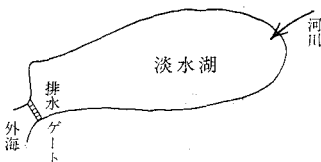
(ii) 淡水層と塩水層との間に躍層が形成される。

(iii) 洪水時以外は、躍層の位置は明瞭でほぼ水平面をなす。

(iv) 淡水化の機構は、淡水層中の塩分の対流的拡散と、流れまたは風浪による下層塩水の淡水層中への混入現象と、湖底土からの塩分拡散に3大別しようと考える。

本文では、下層塩水、上層淡水で、中間に明瞭な躍層が存在する場合の淡水層内における塩分濃度分布についての解析を試みたものである。実道湖²⁾の表層塩分濃度の年間の挙動を検討した結果、下層塩水の淡水層内拡散に関しては、Keulegan³⁾によって得られた内部躍層に発生するせん断力にもとづく塩分混合機構は2次的な要因にすぎず、支配的要因として、風浪による塩分の鉛直混合作用が考えられることが明らかとなった。

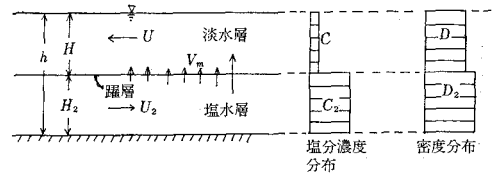
図一 淡水湖モデル平面図



2. 淡水層内塩分濃度分布の方程式

下層塩水層は、一定の塩分濃度 C_2 をもち、静止しており、その上層に淡水層があり、躍層面は水平とし、図一2の水理モデルを考える。

図一2 淡水湖中の塩分濃度分布のモデル



(1) 1次元拡散の基礎式

1次元拡散の基礎式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} - \beta \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - \frac{V_m}{H} (C_2 - C) = 0 \quad (1)$$

C : 淡水層塩分濃度

C_2 : 塩水層塩分濃度

U : 淡水層流速

β : x 方向渦拡散係数

t : 時間

x : 流れ方向の距離

z : 鉛直方向座標

V_m : 下層塩水の鉛直方向混入速度

H : 淡水層水深

Q : 淡水層流量

とする。

(2) 淡水層内微流速の方程式

平常時における淡水層の平均流速は、平均幅を B として次式で計算される。

$$U = \frac{Q}{HB} \quad (2)$$

淡水湖では、一般に非常におそく、数 cm/sec 以下となる。この場合、淡水層水面こう配 (= 摩擦こう配) はきわめて小さくなり、淡水層内で、流れ方向に存在する塩分濃度差のための圧力差が淡水流速のものに関係してくるようになる。主流方向において、 $4x$ 離れた2点間に存在する圧力差は、

$$\frac{1}{D} \int_0^H \frac{\partial P}{\partial x} dz = g \int_0^H \frac{\partial H}{\partial x} dz + \frac{1}{D} \int_0^H \frac{\partial D}{\partial x} g (H - z) dz \quad (3)$$

式となる。微流速で、時間的変化および加速度項を無視すれば、淡水層流速として Manning 型の式(4)を使用する。

ここに、

D : 密度

* 正会員 京都大学 農学部

** 正会員 島根大学 農学部

g : 重力加速度

P : 圧力強度

とする。

$$U_m = \frac{1}{n} H^{2/3} \sqrt{1 - \frac{\partial C/\partial x}{2}} = U \sqrt{1 - \frac{\partial C/\partial x}{2I}} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに,

$$n: \text{躍層面の粗度係数} \left(= \sqrt{\frac{H^{1/3}}{2g} f_i} \right)$$

f_i : 躍層の摩擦係数

I : 水面こう配 ($\div I_f$ = 摩擦こう配)

とする。

(3) 淡水層内塩分分布の微分方程式

定常的1次元拡散の式に流速方程式(4)を代入し、淡水層内の塩分濃度の微分方程式を考える。

$$U \sqrt{1 - \frac{\partial C/\partial x}{2I}} \frac{\partial C}{\partial x} - \beta \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

見かけ上の拡散係数 β' を

$$\beta' = \frac{\beta}{\sqrt{1 - \frac{\partial C/\partial x}{2I}}}$$

として,

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} - \beta' \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{V_m C}{H} - \frac{V_m C_2}{H} = 0$$

をうる。この場合

$$\beta' \gg \beta$$

の関係が得られる。

(4) 淡水層内塩分濃度の解析解

つぎに $\partial C/\partial t$ を無視し、定常的な場合の式(6)の解を求めてみる。

$$U \sqrt{1 - \frac{\partial C/\partial x}{2I}} \frac{\partial C}{\partial x} - \beta' \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{V_m C}{H} - \frac{V_m C_2}{H} = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

本式は非線型であるが、淡水層内に流れが存在するためには

$$1 > \frac{\partial C/\partial x}{2I} \quad \dots\dots\dots (7)$$

が成立するはずであるから次式に変形しうる。

$$\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - \frac{LU}{\beta} \frac{1}{L} \left(1 - \frac{\partial C/\partial x}{4I} \right) \frac{\partial C}{\partial x} - \frac{V_m C}{\beta H} + \frac{V_m C_2}{\beta H} = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

L は長さのディメンジョンをもつもので、無次元項 $A = LU/\beta$ を求めるために使用した。 $M = 1/4 IL$ とすれば式(8)は次式に変形しうる。

$$\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + A \cdot M \left(\frac{\partial C}{\partial x} \right)^2 - \frac{U}{\beta} \frac{\partial C}{\partial x} - \frac{V_m C}{\beta H} + \frac{V_m C_2}{\beta H} = 0 \quad \dots\dots\dots (9)$$

式(9)の解をうるためにつぎのようにおく。

$$C = C_0 + AC_1 + A^2 C_2 + A^3 C_3 + \dots \quad \dots\dots\dots (10)$$

解くべき微分方程式は以下のものである。

$$A^0 \frac{\partial^2 C_0}{\partial x^2} - \frac{U}{\beta} \frac{\partial C_0}{\partial x} - \frac{V_m C_0}{\beta H} = \frac{V_m C_2}{\beta H} \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$A^1 \frac{\partial^2 C_1}{\partial x^2} - \frac{U}{\beta} \frac{\partial C_1}{\partial x} - \frac{V_m C_1}{\beta H} = -M \left(\frac{\partial C_0}{\partial x} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$A^2 \dots\dots\dots (13)$$

境界条件は以下の仮定を用いる。

$$x=0, C_0 = \partial C_0/\partial x = 0, C_1 = \partial C_1/\partial x = 0 \quad \dots\dots\dots (14)$$

で、 C_0 の解は

$$\phi = \sqrt{\frac{V_m}{\beta H} + \frac{U^2}{4\beta^2}}$$

とおけば

$$C_0 = C_2 \left[-1 + e^{\frac{U}{2\beta} x} \left\{ \cosh \phi x - \frac{U}{2\beta \phi} \sinh \phi x \right\} \right] \quad \dots\dots\dots (15)$$

となる。 C_1 の解は

$$C_1 = \frac{1}{8IL} C_2 \left(\phi - \left(\frac{U}{2\beta} \right)^2 \frac{1}{\phi} \right)^2 \left[e^{\frac{U}{2\beta} x} \left\{ \left(\frac{\beta H}{V_m} - C \right) \cdot \left(\cosh \phi x + \frac{U}{2\beta \phi} \sinh \phi x \right) - \frac{d}{\phi} \sinh \phi x \right\} - e^{\frac{U}{\beta} x} \left\{ \frac{\beta H}{V_m} - a \left(\cosh 2\phi x + \frac{U}{\beta 2\phi} \sinh 2\phi x \right) - \frac{b}{2\phi} \sinh 2\phi x \right\} \right] \quad \dots\dots\dots (16)$$

となり、第1近似までの計算による淡水層内塩分濃度分布は次式となる。

$$C \doteq C_0 + AC_1 \quad \dots\dots\dots (17)$$

しかし、問題は、塩水層から淡水層への塩分混入速度 V_m を推定する方法がどうかということにしばられてくる。ここに

$$d = \frac{4H\beta\phi^2}{V_m} \frac{V_m}{HU} + \frac{2U}{\beta} - \frac{8\phi^2 2\beta}{U} - \frac{4\phi^2 UH}{V_m} + \frac{16\phi^4 \beta^2 H}{UV_m}$$

$$C = d \left(\frac{\beta}{U} + \frac{UH}{V_m} - \frac{4\phi^2 \beta^2 H}{UV_m} \right) + \frac{H\beta}{V_m}$$

$$b = \frac{HU}{V_m} + d \left(\frac{U^3 H}{\beta V_m} - \frac{4\phi^2 \beta H}{V_m} \right)$$

$$a = -C$$

3. 淡水流れにもとづく塩分鉛直混入速度

混入速度 V_m の推定は非常にむずかしい問題と思われるが、一応現在考えられる方法を適用してみる。

(1) Keulegan の方法

塩水くさびから淡水層内への混入速度として次式が出されている。

$$\left. \begin{aligned} V_m &\doteq 3.5 \times 10^{-4} (U - 1.15 u_c) \\ u_c &= \frac{(\nu_2 g)^{1/3}}{\theta} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここに、

u_c : 混入開始限界流速

ν_2 : 塩水の分子動粘性係数 $\epsilon: D_2 - D/D$

θ : 実験定数 ($\div 0.18$ ただし Reynolds 数が 450 以上)

$$R_e = \frac{UH}{\nu_2}$$

たとえば、 $\epsilon=0.01$, $\theta \div 0.18$, $\nu_2=0.014 \times 10^{-6}$ とすると、塩分混入限界流速は $u_c=0.029$ m/sec となり、混入速度は $V_m=3.5 \times 10^{-4}(U-0.033)$ m/sec となる。いま宍道湖を考えると、淡水層深さ 4 m の場合、流水断面積は 10 000 m² 程度と考えられるから、混入発生限界の流量は 330 m³/sec 必要となる。しかるに実際の日平均流量は 30~100 m³/sec 程度であり、これでも淡水層内に相当量の塩分が混入している。

(2) 乱子運動の存在を仮定する場合の一試案

淡水層内にある配列をもった乱子の存在を仮定し、それぞれの乱子が質量および塩分濃度を保持したまま、独立に鉛直方向の運動を行なっていると考える。最大乱子から最小乱子までを n 段階に分け得たとすれば、 n 乱子の静水中沈降速度を w_n とし、その渦拡散係数を β_n とした場合、淡水層中の塩分濃度鉛直分布は定常状態を仮定し次式のように書くことができる。

$$C_z = C_2 \sum_{n=0}^{\infty} f_n \cdot \phi_n e^{-\frac{w_n z}{\beta_n}} \quad \dots\dots\dots (19)$$

ここに、

C_2 : 躍層面からの z の高さの塩分濃度

f_n : 均一密度乱流中で、 n 乱子の存在する割合

ϕ_n : n 乱子に対し、成層乱流中と均一密度の乱流中との振幅の比を与える定数

とする。塩分濃度の定常分布を与える式 (19) において、淡水層に分散している塩分が、 U によって運ばれるものと仮定すれば、見かけ上の混入速度 V_m は、次式で概算しうることになる。

$$V_m \div \frac{U \int_0^z C_z dz}{C_2} = \frac{U}{C_2} \sum_{n=0}^{\infty} f_n \phi_n \left(\frac{-\beta_n z}{w_n} \right) \left(e^{-\frac{w_n z}{\beta_n}} - 1 \right) \quad \dots\dots\dots (20)$$

本式は f_n , ϕ_n など今後研究すべき多くのものを含んでいるが、混合現象の取り扱いに対する一つの近似的な解法として提案してみた。

4. 風浪による塩分鉛直混合

浅海波内の渦粘性係数⁴⁾を求めることを試みた。いま平均的な渦粘性係数を次式で求める。

$$\beta_{mz} = 0.636 K^2 \frac{LA}{2T} \frac{\sinh \frac{2\pi}{L}(h+z)}{\sinh \frac{2\pi}{L}h} \cdot \tanh \frac{2\pi}{L}(h+z) \quad \dots\dots\dots (21)$$

筆者の実験では、塩分拡散係数 β_{sz} は大体次式で与えられる

$$\beta_{sz} \div 0.072 \beta_{mz} \quad \dots\dots\dots (22)$$

もし、風浪による下層塩分の鉛直方向混入が、乱子運動によって生じるものと仮定すれば、式 (22) の渦拡散係数を使用して、式 (20) より、混入速度 V_m を求める可能性があると考ええる。

たとえば、宍道湖において対岸距離 $F=10\,000$ m, 風速 $w=5$ m/sec, 水深 $h=5$ m とすると、波高 $A=0.25$ m, 周期 $T=1.93$ 秒, 波長 $L=5.95$ m となる。いま塩分躍層深さ $H=4$ m とすると、この点の渦動粘性係数は $\beta_m=0.00038$ m²/sec となり、塩分の拡散係数は $\beta_s=0.072 \times 0.00038=0.000027$ m²/sec となり、比較的に大きい値が得られる。

5. 宍道湖における淡水層内塩分分布実測結果²⁾

宍道湖は、長さ約 12 km, 水面幅約 5 km の半かん湖であり、湖底には常時濃い塩水が存在し、水面下 3~5 m のところに躍層があり、時期により、この躍層深さは変動していると思われる。宍道湖は佐陀川により日本海と、大橋川により中海と連絡している。潮汐の影響は比較的少なく、上流より斐伊川が流入し、大部分の流量は大橋川を流下している。図-3 は淡水層中塩素濃度の季節的変動の一例を示し、図-4 は宍道湖末端における淡水層中塩分濃度の月別変化の一例を示す。

測定結果の一例によると、淡水層塩素濃度は最大 6 000

図-3 宍道湖塩分濃度の季節的変化の一例

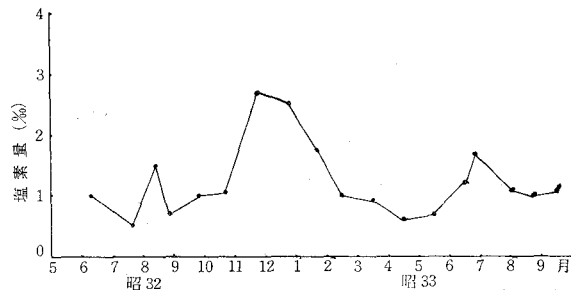


図-4 宍道湖出口における淡水層塩素濃度の一例 (cl' ppm)

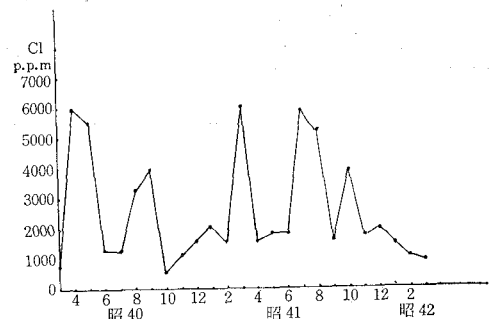


図-5 斐伊川流出量 (月平均) の一例

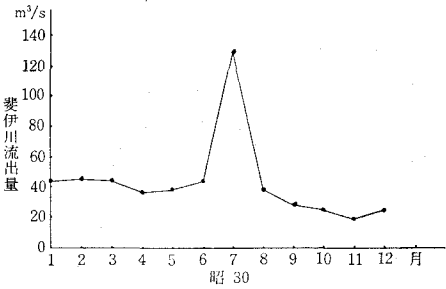
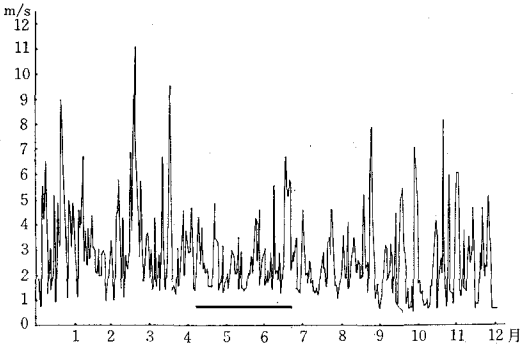


図-1 昭和 41 年度月平均風速 (松江)



p.p.m. で、最小 600 p.p.m.であることを示している。この塩分濃度変化は、湖底塩分濃度は、年間ほとんど変化しないと考えられるから、流量、風浪および季節的な日本海および中海からの逆流塩水の挙動の 3 者によって説明されねばならないと考える。図-5 は宍道湖への斐伊川の流出量の傾向を示し、図-6 は昭和 41 年における松江市の日平均風速を示す。

6. 考 察

いま、宍道湖における昭和 41 年度の淡水層内塩分濃度変化に対して考察する。

(1) 淡水流入量と淡水層内塩分濃度

Keulegan の式から求めた V_m は、斐伊川流入量が 330 m^3/sec の場合はゼロとなる。しかし宍道湖流入量は 図-5 のようにきわめて少ないし、この小流量時にも顕著な塩分混合が見られる。

つぎに、乱子を連続して変化するとした場合、 f_n の推定が現在のところ明確でないので、代表的乱子の大きさとして

$$\eta = \left(\frac{\nu^3}{\epsilon} \right)^{1/4}$$

を用い、 $Q=25 \sim 500 m^3/sec$ に対して式 (20) を計算してみると、表-1 のような値が得られた。ただし本計算では $f_n=1$ 、 $\phi_n=1$ 、 $w_n = \frac{g}{18} \frac{\eta^2(D_2-D)}{\mu}$ 、 ϵ =単位体積当り毎秒エネルギー消耗量、 ν =水の分子粘性係数とした。すなわち非常に小さい量である。

(2) 風速を 1 m/sec から 6 m/sec まで段階的に与え、対岸距離 10 km として、浅海波の波高、周期、波長を求め、式 (21)、式 (22) で渦拡散係数を求め、湖底に出現する最大流速から η 、 ϵ を求め、(1) と同様の計算をして V_m を求めてみると、風速 5~6 m/sec において V_m が急に増大し、 $10^{-4} \sim 10^{-6} m/sec$ 程度の値を示すようになる。図-6 から数 m/sec の風速は宍道湖において、しばしば見られる値であり、かつ、 V_m の値は、淡水流にもづくものに対比してはるかに大である。

(3) 流れ方式の渦拡散係数は Taylor 公式によるものより、はるかに大きな値を与えなければならない。この 1 つの方法として、見かけ上の拡散係数を

$$\beta' = \frac{\beta}{\sqrt{1 - \frac{\partial C / \partial x}{4I}}}$$

から推定したほうが現実的であるように考えた。

参 考 文 献

- 1) 奥田節夫：児島湾締切後における 淡水湖化の 経過について、中国地方高潮対策調査報告書、第 21 号、昭 33 年 4 月。
- 2) 農林省中国農政局：中海水理委員会資料 (第 4 回)、昭 42。
- 3) Keulegan：(Estuary and Coastaline Hydrodynamics p. 559. 1966)。
- 4) 南 勲：On the vertical diffusion of salinity due to wave action. Coastal Engineering in Japan, Vol. 10, 1967。
- 5) Vi-Cheng Liu, Turbulent Dispersion of Dynamic Particles, Journal of Meteorology, Vol. 13, p. 339。
- 6) Taylor：(水理公式集, p. 434, 昭 38)。

表-1 $Q \sim V_m$ 計 算 例

$Q m^3/sec$	25 m^3/sec	50	100	150	200	250	500
$V_m m/sec$	0.12×10^{-1460}	0.31×10^{-560}	0.11×10^{-160}	0.19×10^{-91}	0.36×10^{-50}	0.5×10^{-36}	$0.23 \times 10^{-8.5}$