

河川潮汐の研究(第1報)

宇野木早苗*

要 約 木曽三川を例にとり、河川潮汐は、海域の静水面の延長が河床と交わる「静水面交点」より下流に限られ、それから上流へのはい上がりは微弱であることを示す。また、波形、波速の変化、および半日潮、1日潮、1/4日潮の振幅と位相の分布、河川流量の潮汐によよぼす影響などの実態を明らかにする。つぎに、実例について数値計算を行ない計算の精度を確かめた後、モデル河川を対象に、潮差、河川流量の種々なる組み合せについて計算を実施し、上記解析事実が理論的に説明可能なることを述べる。

1. まえがき

河川潮汐が系統的に研究され、実態が明らかな例は意外に少ない¹⁾。しかし最近では、河口デルタを含めた河川域において、浅海漁場開発、洪水を通航路保持のためのしゅんせつ、作溝、河道改修、また干拓、埋立、淡水化のための締切り、河口せきの構築などによって、地形状況が大きく変わることが多くなり、それに伴なう潮位、潮流の変化を理解する必要が強まってきた。たまたま長良川河口せきの基礎調査に関係した著者は、木曽三川の潮汐について調べる機会があったので、その結果をここに報告する。なお、本報では潮位を主とし、潮流については次報で触れたい。

記号の説明

ここで分潮に関する記号をまとめて説明しておく。 D は平均水位、 a_i は振幅、 $i=1, 2, 4$ はそれぞれ1日潮、半日潮、1/4日潮を意味する。鳥羽(湾口)、城南(河口)およびモデル河川の境界における値を表わすため、さらに添字 $T, J, 0$ を付す。遅角差 $\delta_{i,T}$ ($i=1, 2$)は鳥羽に対する任意点の位相の遅れを表わし、両地点の標準時子午線に対する遅角を $\kappa_{i,T}, \kappa_i$ としたとき、 $\delta_{i,T}=\kappa_i-\kappa_{i,T}$ の関係になる。ただし1/4日潮の $\delta_{4,T}$ は少し異なり、鳥羽の半日潮の山から、任意点の1/4日潮の山までの位相差で、 $\delta_{4,T}=\kappa_4-2\kappa_{2,T}$ となる。 $\delta_{4,0}$ についても同様。なお各点での半日潮と1/4日潮の位相差は、 $\delta_4=\kappa_4-2\kappa_2$ から求まる。

2. 木曽三川の潮汐

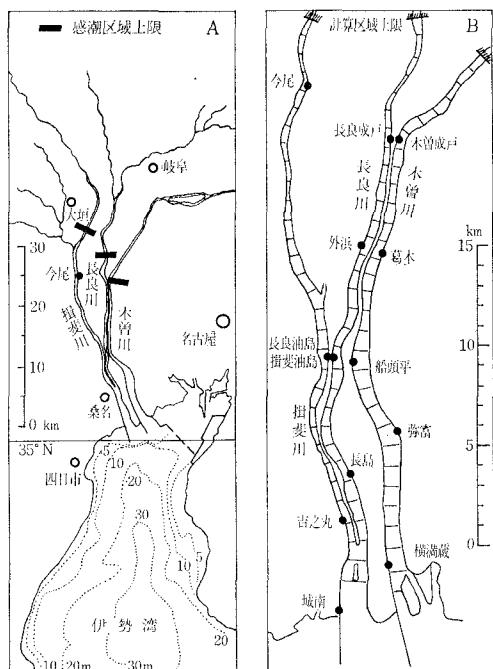
木曽三川と総称される木曽川、長良川、揖斐川は、そ

れぞれが日本有数の河川であって、その流量総計は利根川や信濃川をりょうがしている。河川諸元を表-1に、河川および水位測定点の位置を図-1に、平均水深(T.P.0下、式(14)の G_1/G_2)を図-2Bに示す。河口から約10kmまでは、水深はほぼ一様で長良が一番深い。それより上流では、揖斐、長良、木曽の順に河床勾配は大きい(表-1)。なおここに使う水位、河積、流量の資料は木曽川下流工事事務所の観測、測量によるものである。

(1) 感潮区域

感潮区域は、木曽25km、長良31km、揖斐35km(表-1)であるが、この長さは河床勾配のゆるやかなほど長くなっている。この上限の位置を図-1Aに示す。外国ではAmazon川のように870kmに達する例もあるが¹⁾、わが国の河川では上記の値は大きい方である。T.P.0下の河積(図-2A)と比較すると、感潮区域の上限は、この河積の無くなる付近か、それよりわずか上流に位置することが、三河川とも共通に認められる。河

図-1 A:木曽三川と感潮区域上限
B:下流域拡大図、数値計算用格子網図



* 正会員 理博 東海大学教授 海洋学部

表-1 木曾三川諸元

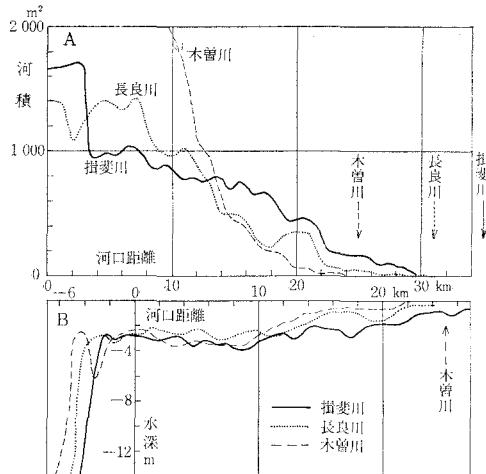
項目(単位)	揖斐川	長良川	木曽川	備考
流域面積(km ²)	1 840	1 985	4 956	文献(2)
流路延長(km)	121	158	215	〃(2)
観測点	今尾	墨俣	笠松	
観測期間(昭和)	26~37	14~38	36~37	〃(3)
年間総流量(10 ⁸ m ³)	3.87	4.16	10.62	〃(3)
年平均流量(m ³ /sec)	123	132	337	〃(3)
平水流量(m ³ /sec)	75	71	203	〃(3)
年最大流量平均(m ³ /sec)	2 093	2 518	5 023	〃(3)
感潮区域(km)	35	31	25	〃(2)
塩分上区域(km) (20 ppm)	19 12	15 10	15 10	〃(2), 大潮(2), 小潮
0~10 km 平均水深*(m)	3.2	2.6	3.1	図-2.B
10~25 km 平均水深勾配*	1/7 100	1/6 800	1/6 400	〃

* 東京湾中等潮位零水面の場合

図-2 木曾三川の東京湾中等潮位零水面下の河積(A)

と平均水深(B)

図中矢印は感潮区域上限を示す



口付近の静水面は T.P.+10 数 cm だから、両点の距離はもう少し縮まるはずである。

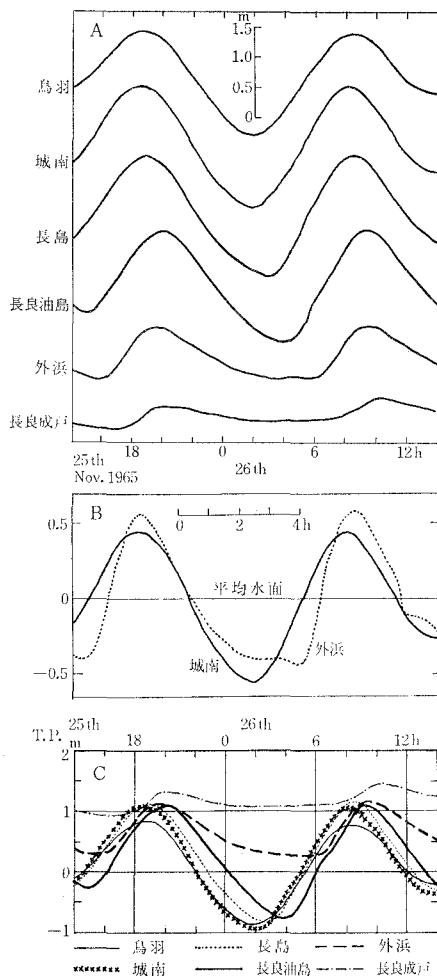
この河積の無くなる点、すなわち、海域の静水面の延長が河床と交わる点を、とくに「静水面交点」と呼ぶことにしよう。河川潮汐現象は、ほとんどこの静水面交点より下流に限られ、その上流では消滅か微弱であるので、これは底が傾斜している流水路の潮汐と考えた方が事実に近い(図-12)。したがって、たとえば岡本の理論⁴⁾に見られるように、等流河川をさかのぼる河川潮汐の取り扱いは、静水面交点より上流の潮汐を対象にしていくと考えられる。なお、海水塩分の上区域は、感潮区域よりかなり短かく、20 ppm では三河川とも感潮区域の大略半分程度である(表-1)。小潮だと 1/3 程度になる。

(2) 波形と波速

図-3 A によって、河口距離とともに山はとがり、谷

は浅く平らになり、山の前面が急で後面がゆるやかになる河川潮汐の変形が明瞭に認められる。このことは図-3 B に特に明らかである。この波形の非対称性を量的に理解するため、山から谷、谷から山までの平均時間を求めた(表-2)。その差は、河口付近すでに 1 時間程度になるが、感潮区域の上の方では 5 時間に達している。さらに図-3 C によれば、感潮河川の特徴として¹⁾、

図-3 A: 長良川筋の水位変化、B: 満潮時と平均水面を重ね、潮差を 1 として揃えたもの、C: 基準面を揃えて水位の絶対値を比較



各点の潮差は異なっていても、満潮位そのものは河口から上限近くまで、ほとんど変わらないことが知られる。ただ上限近くでは、斜面上のはい上がり効果のため満潮位が少し高くなる。

水位測定点間の山と谷の位相速度の平均値を求める表-3 のようになる。この値には河川流量によるものも加わっているから、波自体の速さはこれより少し大きいが、山が谷より速いことが認められる。これは有限振幅波の特長であって、これが波の変形をひき起こしているのである。とくに河川の場合には、水位の低下による河

表-2 河川潮汐の非対称性*

地域	地 点	山一谷時	谷一山時	差 時間
揖斐川	鳥 羽	6.4	6.0	0.4
	城 南	6.6	5.8	0.8
	吉 之 丸	6.7	5.7	1.0
	揖 斐 油 島	6.9	5.5	1.4
	今 尾	8.5	3.9	4.6
長良川	長 島	6.9	5.5	1.4
	長 良 油 島	7.0	5.4	1.6
	外 浜	8.4	4.0	4.4
	長 良 成 戸	9.1	3.3	5.8
木曾川	横 満 蔵	7.0	5.4	1.6
	弥 富	7.0	5.4	1.6
	葛 木	8.9	3.5	5.4

* 資料 1965.11.23~26 日の 6 周期、ただし長良成戸と葛木は最初の 4 周期、潮時大潮、平水時

表-3 河川潮汐の走時と波速

河 川	区 間	区 間 離 (km)	山		谷	
			走 時 (min)	速 度 (m/sec)	走 時 (min)	速 度 (m/sec)
揖 斐 川	城 南~吉 之 丸	4.9	27.5	3.0	30.0	2.7
	吉 之 丸~油 島	8.4	54.2	2.6	65.8	2.1
	油 島~今 尾	14.8	60.8	4.1	159.2	1.6
長 良 川	城 南~長 島	6.9	15.8	7.3	30.0	3.8
	長 島~油 島	6.7	33.3	3.4	39.2	2.9
	油 島~外 浜	6.1	31.7	3.2	118.3	0.9
	外 浜~成 戸	5.5	20.0	4.6	61.3	1.5
木 曾 川	横 满 蔵~弥 富	6.3	17.5	6.0	15.8	6.6
	弥 富~葛 木	9.5	27.5	5.8	138.8	1.1

積の減少が大きいので、山と谷の速度差や、波形の非対称性が卓越する。

(3) 分 潮

表-4 木曾三川の潮汐調和定数表*

分 潮	単位	揖 斐 川			長 良 川		木 曾 川				湾 口	
		城 南	吉 之 丸	揖 斐 油 島	長 島	長 良 油 島	横 满 蔵	弥 富	船 頭 平	葛 木	鳥 羽**	
K ₁	H _κ	m 度	0.231 191.2	0.209 199.2	0.195 218.7	0.219 198.0	0.201 205.7	0.228 199.1	0.217 201.7	0.181 202.4	0.024 114.2	0.226 189.1
O ₁	H _κ	m 度	0.178 171.8	0.157 179.1	0.130 194.4	0.154 182.0	0.141 183.9	0.159 182.0	0.165 185.5	0.124 188.0	0.016 212.5	0.174 167.1
P ₁	H _κ	m 度	0.077 191.2	0.070 199.9	0.065 218.7	0.073 198.0	0.067 205.7	0.076 199.1	0.072 201.7	0.060 202.4	0.008 114.2	0.079 186.2
M ₂	H _κ	m 度	0.638 187.2	0.618 200.2	0.560 232.7	0.623 194.6	0.604 211.2	0.627 197.9	0.659 202.6	0.600 202.3	0.092 230.3	0.534 177.8
S ₂	H _κ	m 度	0.293 208.2	0.269 224.6	0.256 256.2	0.266 223.6	0.253 235.8	0.310 226.5	0.297 225.3	0.248 221.9	0.077 257.3	0.245 205.1
K ₂	H _κ	m 度	0.080 208.2	0.073 224.6	0.070 256.2	0.073 223.6	0.069 235.8	0.085 226.5	0.081 225.3	0.068 221.9	0.021 257.3	0.070 198.9
a ₂	H _κ	m 度	0.064 40.2	0.056 42.2	0.053 51.2	0.041 25.0	0.042 42.1	0.067 31.0	0.050 45.0	0.045 31.9	0.021 175.3	0.013 187.7
M ₄	H _κ	m 度	0.027 319.2	0.033 339.8	0.029 13.9	0.040 312.5	0.041 334.1	0.045 329.6	0.057 337.6	0.054 7.6	0.027 71.5	0.010 308.1
MS ₄	H _κ	m 度	0.017 305.2	0.018 336.7	0.024 25.2	0.025 330.4	0.029 330.9	0.032 341.4	0.031 340.2	0.019 25.9	0.023 88.4	— —

* 資料: 文献(5), 期間: 1965.12.8~12.23, ** 鳥羽のみは文献(6)による。

表-4 には既往の分析結果が示されている。ただ後述のように、河川流量の影響が強いので、流量変動があると分析期間を長くしても必ずしも精度は良くならない。それと計算の節約のため、13 地点について、1 時間ごとの読み取り値 25 個を使用し、1 太陰日(24.84 時間)を基本周期にして周期分析を行なった。すなわち、水位を

$$D = \bar{D} + \sum_{i=1}^n a_i \cos\left(\frac{2\pi i t}{T} - \varepsilon_i\right) \quad (1)$$

として、 \bar{D} , a_i , ε_i さらに $\delta_{i,T}$ を求める。表-5 には、 $i=1, 2, 4$ に対する分析結果が示されている。

I. 平 均 水 面

分析結果から平均水面を描くと図-4 が得られる。河口から 10 km 付近まではほぼ一様水深に応じて水面勾配もゆるやかであるが、その中で水深の浅い長良川が水位も高い。それより上では、河床勾配の大きさの順に、揖斐、長良、木曾と水面が急上昇する。

II. 半 日 潮

表-4, 5 の半日潮を基に、鳥羽に対する振幅比と遅角差を作ると、図-5 のようになる。三川とも河口から上流に向って、振幅は減少し、位相は遅れ、かつ上流ほど変化の度合は激しくなる。その変化は全体として、揖斐、長良、木曾の順に大きい。短区間内では近似的に、

$$\frac{a_i}{a_{i,T}} = r_i e^{-k_i x} \quad (2)$$

$$\delta_{i,T} = A_i + p_i x, (i=1, 2) \quad (3)$$

のようになると仮定し、河口振幅比 r_i 、振幅減衰率 k_i 、河口位相 A_i 、位相遅延率 p_i を最小自乗法で定める。

x は河口距離である。結果は表-6 に示される。

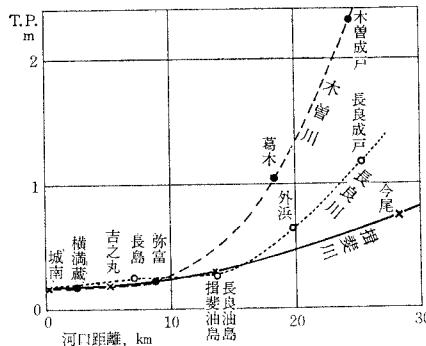
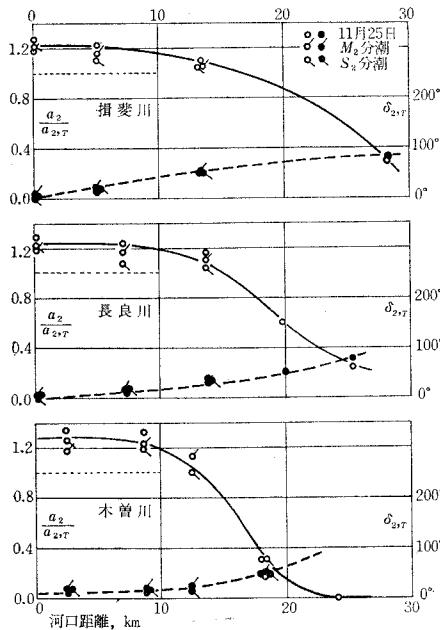
表-5 水位の周期分析結果

期間: 1965年11月25日14時より1太陰日

区 域		湾 口	揖 斐 川				長 良 川				木 曾 川			
河川流量	m³/s	—	66.1				127.5				231.0			
地 点	—	鳥 羽	城 南	吉 之 丸	揖 斐 油 島	今 尾	長 島	長 良 油 島	外 浜	長 良 成 戸	横 満 蔵	弥 富	葛 木	木 曾 成 戸
河口距離	km	—	0.2	5.1	13.5	28.3	7.1	13.8	19.9	25.4	2.5	8.8	18.3	24.4
平均* 水位	D	m	—	0.171	0.186	0.299	0.742	0.262	0.256	0.638	1.165	0.181	0.223	1.036
振幅	a ₁	m	0.359	0.359	0.323	0.296	0.047	0.331	0.272	0.122	0.072	0.338	0.348	0.120
	a ₂	m	0.648	0.827	0.790	0.714	0.196	0.805	0.749	0.379	0.155	0.869	0.860	0.200
	a ₄	m	0.017	0.020	0.036	0.053	0.055	0.053	0.058	0.089	0.028	0.087	0.067	0.070
遅角差	δ _{1,T}	度	0	-1.8	7.9	18.4	57.3	4.3	23.2	17.7	296.2	5.6	5.2	322.0
	δ _{2,T}	度	0	-3.5	13.5	43.3	79.8	6.9	38.2	48.6	77.7	7.2	10.9	46.1
	δ _{4,T}	度	-20.5	-64.8	-14.1	-5.1	101.4	-47.5	10.0	44.0	79.9	-47.1	-56.0	26.3
	δ ₄	度	-20.5	-57.8	-41.1	-91.7	-58.2	-61.3	-66.4	-53.2	-75.5	-61.5	-77.8	-65.9

* 基準面は東京湾中等潮位

河口の半日潮振幅は、鳥羽の 1.23~1.27 倍である。
長さ L、深さ h の矩形湾を考えると、湾口 ($x'=0$) の

図-4 平均水面
(昭和40年11月25日14時より1太陰日間)図-5 半日潮の鳥羽に対する振幅比
(白丸, $a_2/a_{2,T}$) と遅角差 (黒丸, $\delta_{2,T}$)

水位変動が

$$\eta = a_0 \cos\left(\frac{2\pi}{T} t - \varepsilon\right)$$

のとき、摩擦が無く線型である場合には、湾内の潮汐は

$$\eta = a_0 \cos\left\{\frac{\pi T_*}{2T}\left(1 - \frac{x'}{L}\right)\right\} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} t - \varepsilon\right) / \cos \frac{\pi T_*}{2T} \quad (4)$$

で与えられる。ただし $T_* = 4L/\sqrt{gh}$ 。湾奥 ($x' = L$) の振幅比は

$$r_L = \frac{a_L}{a_0} = 1/\cos \frac{\pi T_*}{2T} \quad (5)$$

となる。伊勢湾の場合、 $L=65 \text{ km}$, $h=23 \text{ m}$ とすれば、半日潮に対し $r_L=1.22$ が得られ、上記 r_2 の値とよく一致している。減衰率 k_2 は揖斐、長良とも 0.01 前後の値をもっている。木曾川では値が小さいが、この区間は水深が大きい所である。上流区間では減衰率は 0.1 ないし 0.2 程度の大きい値になり、河床勾配が大きいほど減衰率も大きい。鳥羽と河口の位相差 A_2 は非常に小さいが、湾内の潮汐はほとんど定常波だからである。

河川内の遅延率は下流部で $2\sim3^\circ/\text{km}$ で、表-3 の波の

表-6 振幅と位相の変化率

河 川 名		揖 斐 川	長 良 川	木 曾 川
区 間		城南～油島	城南～油島	横満蔵～弥富
区間距離	km	13.3	13.6	6.3
—	r_1		1.01	1.03
日 潮	k_1	km ⁻¹	0.017	0.017
	A_1	度	1.2	1.1
	p_1	度/km	1.76	1.26
半 日 潮	r_2	km ⁻¹	1.23	1.23
	k_2	km ⁻¹	0.011	0.008
	A_2	度	1.6	0.9
	p_2	度/km	3.55	2.28
区 間		油島～今尾	油島～成戸	弥富～葛木
区間距離	km	14.8	11.6	9.5
一日潮	k_1	km ⁻¹	0.124	0.120
半日潮	k_2	km ⁻¹	0.086	0.134
			0.175	0.183

進みと対応している。上流部でははるかに大きい遅延率である。

III. 1 日潮

図-6からわかるように、振幅の減少、位相の遅れの傾向は半日潮の場合と同じである。実験式常数 r_1, k_1, A_1, p_1 の値は表-6に記されている。式(5)から1日潮に対する振幅比を求めるとき、 $r_L = 1.05$ となる。揖斐、長良の r_1 は $1.01 \sim 1.03$ でこれに近いが、木曽の 0.94 はかなり小さい。この原因は明らかでないが、半日潮あるいは河川流量の相互作用も考えられる。河口の位相 A_1 は揖斐、長良では小さいが、木曽ではやはり大きい。遅延率 p_1 は、半日潮の遅延率の大体半分になっている。上流では k_1 は下流のより一桁大きい。

IV. 1/4 日潮

1/4 日潮の振幅は数 cm で、10 cm を越えることは少ない。鳥羽の半日潮振幅の2乗との比をとって並べると図-7A が得られる。これは河口近くで小さく、距離とともに増大するが、ある所でピークに達した後減少する。流れも摩擦も無い一樣水深 (h)、半無限の水路入口に $\eta = a_{2,0} \cos \sigma_2 t$ なる半日潮が侵入すると、波は

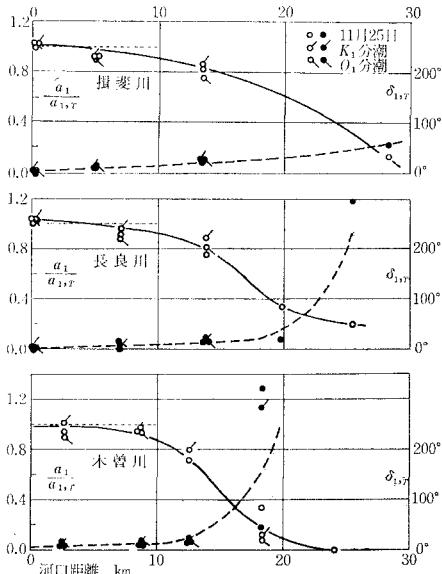
$$\eta = a_{2,0} \cos \sigma_2 \left(t - \frac{x}{c} \right) - \frac{3}{4} \frac{g \sigma_2 a_{2,0}^2}{c^3} x \sin 2\sigma_2 \left(t - \frac{x}{c} \right) + \dots \quad (6)$$

の形で進行する⁷⁾。 $c = \sqrt{gh}$ よって倍潮振幅は

$$\frac{a_4}{a_{2,0}^2} = \frac{3}{4} \frac{g \sigma_2}{c^3} x \quad (7)$$

で与えられる。振幅は深さの $3/2$ 乗に反比例、距離 x に比例する。しかし現実には基本波そのものが減衰するので、1/4 日潮の振幅増加はある所でとまり、それから先

図-6 1日潮の鳥羽に対する振幅比(白丸、 $a_1/a_{1,T}$)と遅角差(黒丸、 $\delta_{1,T}$)



は小さくなる。その位置は木曽が小さく揖斐が大きい。

一方図-7Bによると、河口の1/4日潮の位相は鳥羽の半日潮位相よりも50°早い。揖斐・長良の A_2 は微小だから、この値は河口の半日潮に対するものと見なしても大差ない。一方、表-5に示される δ_4 は $-40^\circ \sim -90^\circ$ の範囲内にある。式(6)においては、

$$\delta_4 = -\frac{\pi}{2} \dots \dots \dots \quad (8)$$

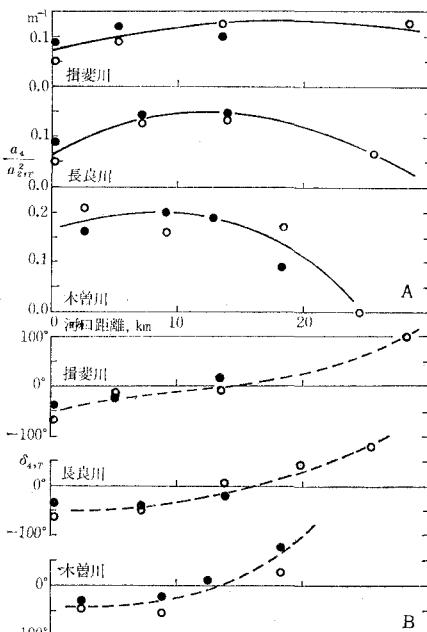
が得られ、どこでも半日潮に対し 90° 位相が進んでいることになる。これと観測事実との相違は、摩擦とすでに湾内に存在している1/4日潮によるものと思われる。河川内の遅延率は半日潮の大略倍である。

(4) 河川流量の影響

揖斐、長良の流量が $30 \sim 3000 \text{ m}^3/\text{sec}$ にわたる19例を選び、城南と鳥羽の1太陰日の資料を周期分析した。結果を表-7に示す。河川流量と振幅、位相の関係は、半日潮は図-8、1日潮は図-9、1/4日潮は図-10に図示される。図には表-4の結果も含まれる。データの散らばりが大きいが、現象の複雑さ、河川流量の変動の速さ、分潮の分離の不十分さなどに基づいているのである。半日潮、1日潮とも流量が増えると振幅が減少する傾向が認められ、 $3000 \text{ m}^3/\text{sec}$ のときは、流量の無い場合にくらべ、半日潮、1日潮とも振幅は3割も小さい。

この顕著な潮差の減少は、設計潮位を考えるときに注意すべきことである。すなわち、洪水、高潮、津波などに対して河口付近の設計潮位を考える際、通常の状態で観測されたり、予想されたりする値を単に加え合わせ

図-7 A: 1/4 日潮の振幅比、 $a_4/a_{2,T}^2$ 、B: 1/4 日潮の遅角差 $\delta_{4,T}$ 、黒丸は表-4の M_4 分潮、白丸は表-5の資料による



ただけでは不十分で、それらの相互作用も考慮されねばならない。そうでないと無益に大きい値を与えることもあり得る。また、河口においてすらすでにこのように大きい変化を受けるのだから、河川下流域の水位変動の理論解や数値解を求める際に、河口に既知条件が与えられない限り、河口を境界とすることはもともと無理である。その場合は影響の無視される範囲まで計算領域を拡げ、海側に境界をおかねばならない。海と河川を考慮し

た計算例は次報に述べる。

位相についてはあまり明瞭でないが、大体の傾向としては1日潮、半日潮とも、流量の増大とともに位相の遅れが小さくなる。1/4日潮の場合には、半日潮や1日潮の場合とは逆に、流量が増えると振幅が大きくなりその増大は2000 m³/secを越えてから顕著である。位相 δ_4 は式(8)より遅れ、流量が多いと遅れも増す傾向になる。

図-8 半日潮と河川流量の関係、城南の振幅比 $a_2/a_{2,T}$ と遅角差 $\delta_{2,T}$

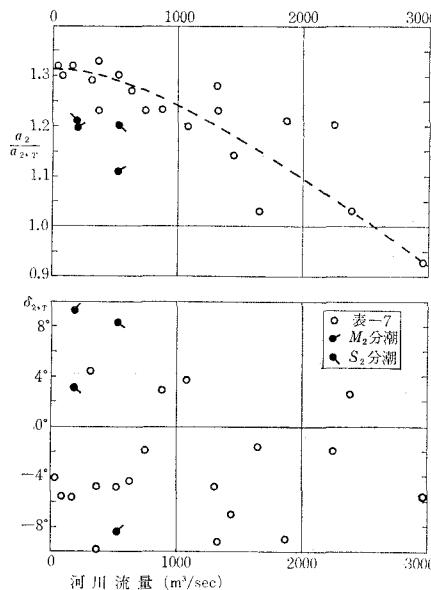


図-9 1日潮と河川流量の関係、城南の振幅比 $a_1/a_{1,T}$ と遅角差 $\delta_{1,T}$ 振幅 25 cm 以上

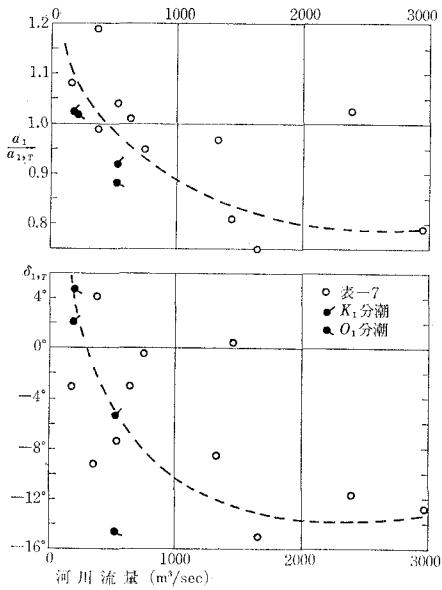


表-7 各種流量の場合の水位周期分析

分析期間：1太陰日

年 月 日	河川流量** m ³ /sec	城 南							鳥 羽	
		D^*	a_1	a_2	a_4	$\delta_{1,T}$	$\delta_{2,T}$	δ_4	a_1	a_2
		m	m	m	m	度	度	度	m	m
1965. 5. 27	2 252	2.322	0.162	0.583	0.029	-41.6	-1.9	-25.6	0.093	0.486
	744	2.273	0.327	0.865	0.037	-0.4	-1.9	-33.1	0.346	0.702
	1 323	2.154	0.370	0.693	0.022	-8.5	-9.3	-33.8	0.382	0.565
	1 306	2.146	0.101	0.519	0.016	-12.7	-4.8	-76.8	0.106	0.406
	1 874	2.164	0.183	0.395	0.007	-8.2	-9.0	83.1	0.175	0.325
1965. 7. 24	1 436	2.115	0.230	0.414	0.002	0.5	-7.0	60.7	0.284	0.362
	27	2.057	0.226	0.654	0.008	-2.3	-4.1	-104.8	0.201	0.496
	881	2.069	0.116	0.847	0.035	1.0	2.8	-18.2	0.140	0.689
	313	1.991	0.068	0.925	0.061	4.4	4.4	-20.1	0.085	0.715
	2 387	2.389	0.513	0.608	0.126	-11.8	2.6	-28.1	0.490	0.589
1965. 9. 18	2 968	2.213	0.219	0.259	0.076	-12.8	-5.6	47.9	0.278	0.278
	534	1.963	0.369	0.472	0.028	-7.4	-4.8	-160.5	0.366	0.363
	355	1.999	0.275	0.838	0.025	-9.2	-9.8	-22.0	0.277	0.631
	81	2.036	0.205	0.895	0.024	-6.4	-5.6	-40.9	0.225	0.690
	155	1.940	0.422	0.583	0.021	-3.1	-5.7	-107.3	0.389	0.442
1966. 2. 23	1 080	1.084	0.155	0.775	0.075	-13.6	3.7	-47.3	0.156	0.647
	628	2.025	0.421	0.436	0.020	-3.0	-4.3	-29.9	0.415	0.344
	1 654	1.947	0.340	0.672	0.067	-15.1	-1.6	-62.2	0.451	0.655
	367	2.126	0.412	0.823	0.038	4.2	-4.8	-14.4	0.345	0.670

*量水標 D.L. 上 **万石(揖斐川)流量 + 成戸(長良川)流量

図-10 1/4 日潮と河川流量の関係、城南の振幅比 $a_4/a_{2,T}^2$ と位相差 δ_4

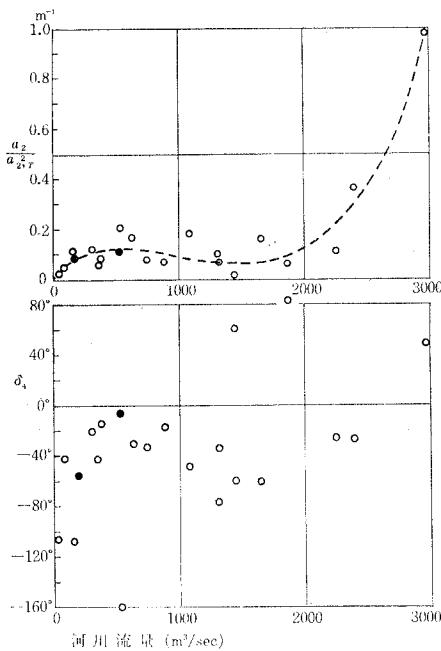


図-11 吉之丸における M_2 分潮と M_4 分潮の振幅、遅角の河川流量による変化

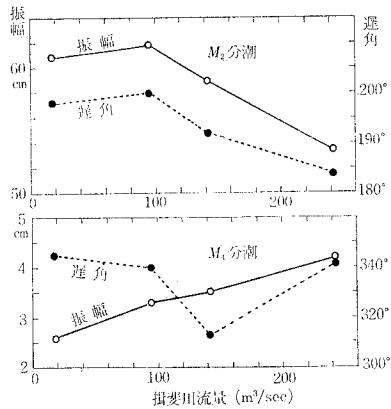


表-8 長良川の感潮区域、km、建設省報告³⁾による

流量 (m^3/sec)	50	100	200	平均
潮 大 潮	30.0	29.4	27.0	
潮 中 潮	28.0	28.0	27.0	
候 小 潮	26.2	26.2	26.8	27.6

いまは河口に位置する城南について考えたが、河川内では流量の影響はもっと顕著であろう。吉之丸の水位を分析した4例を検討して、河川流量の順にならべると図-11 が得られる。流量の範囲は狭いが、流量とともに半日潮の振幅と遅角が減少し、1/4 日潮の振幅が増大する模様が認められる。ただし1/4 日潮の位相では、はっきりした関係は認められない。

感潮区域もまた、流量が多いと短くなる（表-8）。

表-8 にはさらに、潮差が大きいと感潮区域が長くなることも記されている。

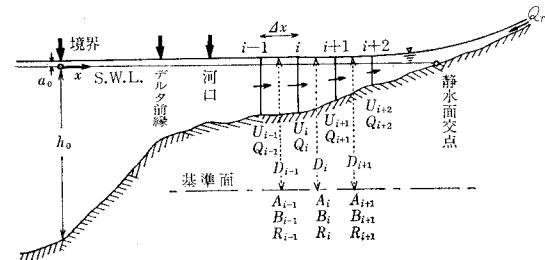
3. 河川潮汐の数値計算

以上述べたような河川潮汐のふるまいを理解するため、解析解が得られればよいが、慣性項や摩擦項の顕著な非線形性、境界条件の問題で実用的な解はなかなか得難い。ここでは数値計算で検討する。そのため本節では実例についてその精度を確かめておく。

(1) 計算方法

基準面（今の場合 T.P.）からの水位を D 、断面流量を Q 、平均流速を U 、河積を A 、河幅を B 、径深（または平均水深）を R 、 n を粗度係数、 x 軸を上流に向ってとすれば（図-12）、運動方程式と連続方程式は

図-12 格子の取り方



$$\eta \frac{\partial U}{\partial t} + U \left(\alpha \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{gn^2|U|}{R^{4/3}} \right) = -g \frac{\partial D}{\partial x} \quad \dots \dots \dots (9)$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} = -\frac{1}{B} \frac{\partial Q}{\partial x} \quad \dots \dots \dots (10)$$

となる。 η 、 α は流速分布に関する補正係数であるが定数と見なす。差分方程式に変換するときの格子のとり方と諸量の配置は図-12 のようにする。主要項については中央差分を用いる。格子間隔を Δx 、時間間隔を Δt とすると、式 (9) は、左辺の括弧の中を K とおき

$$\frac{\eta}{\Delta t} \{ U_i(t+\Delta t) - U_i(t) \} + \frac{U_i(t+\Delta t) + U_i(t)}{2} K_i = -\frac{g}{\Delta x} \left\{ D_i \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) - D_{i-1} \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) \right\}$$

と置ける。整理すると

$$U_i(t+\Delta t) = \left(\frac{2}{E_i} - 1 \right) \cdot U_i(t) - \frac{g \Delta t}{\eta \Delta x E_i} \left\{ D_i \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) - D_{i-1} \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) \right\}, \quad \dots \dots \dots (11)$$

$$E_i = 1 + \frac{\Delta t \cdot K_i}{2\eta} = 1 + \frac{\alpha \Delta t}{4\eta \Delta x} (U_{i+1} - U_{i-1}) + \frac{2^{1/3} gn^2 \Delta t}{\eta} \cdot \frac{|U_i|}{(R_i + R_{i-1})^{4/3}}.$$

式 (10) は

$$D_i\left(t+\frac{3}{2}\Delta t\right) = D_i\left(t+\frac{\Delta t}{2}\right) - \frac{\Delta t}{4x \cdot B_i\left(t+\frac{\Delta t}{2}\right)} \cdot \{Q_{i+1}(t+\Delta t) - Q_i(t+\Delta t)\} \quad \dots \dots \dots (12)$$

に変換される。なお

$$Q_i(t+\Delta t) = \frac{1}{2} \left\{ A_i\left(t+\frac{\Delta t}{2}\right) + A_{i-1}\left(t+\frac{\Delta t}{2}\right) \right\} \cdot U_i(t+\Delta t) \quad \dots \dots \dots (13)$$

と近似する。この計算では水位の変動範囲は比較的小さく、河積は水位の 1 m 間隔で求まっているので、

$$A = G_1 + G_2 \cdot D + G_3 \cdot D^2 \quad \dots \dots \dots (14)$$

のように 2 次曲線をあてはめ G_j を断面ごとに定める。

$$B = \partial A / \partial D = G_2 + 2G_3 \cdot D, R = A/B \quad \dots \dots \dots (15)$$

となる。さて、時刻 t の U と $t+\Delta t/2$ の D, A から式 (11), (13) を用いて $t+\Delta t$ の U, Q が求まる。この $t+\Delta t$ の Q と $t+\Delta t/2$ の D から、 $t+3\Delta t/2$ の D が式 (12) から求まる。かくして流れ U, Q と、水位 D の分布とが $\Delta t/2$ の間隔でつぎつぎに交互に計算される。計算安定の条件を考慮して $4x=1000$ m, $4t=100$ sec を用いる。計算時間を節約するため、時間的変化の比較的ゆるやかな E_i は、ある時間ごとに計算し、その間は一定としてもよい。計算領域と格子網を図-1B に示す。境界条件として、河口においては実測水位(揖斐、長良では城南、木曽では横溝藏の値)を、領域上流端では一定の河川流量 Q_r を与える。初期条件としては、潮汐による水位と流れは無いものとし、あらかじめ不等流計算で求めた水位と流れを用うる。それは、式 (9) の局所加速度項を省いたものの差分式

$$D_{i+1} = D_i + \frac{\alpha Q_r^2}{2gA_i^2} \left(\frac{gn^2 \Delta x}{\alpha R_i^{4/3}} + 1 \right) + \frac{\alpha Q_r^2}{2gA_{i+1}^2} \left(\frac{gn^2 \Delta x}{\alpha R_{i+1}^{4/3}} - 1 \right) \quad \dots \dots \dots (16)$$

の逐次近似の方法で決まる。計算例は大潮でほぼ平水流量の昭和 40 年 11 月 25 日 5 時から 36 時間である。

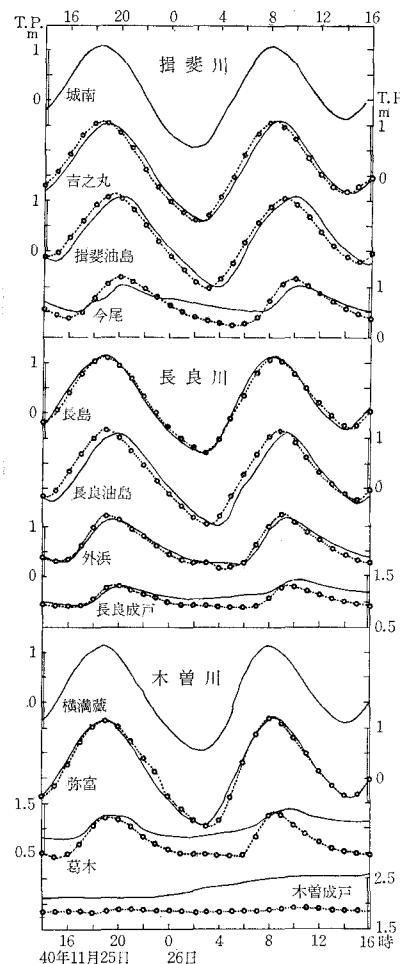
(2) 計算結果

計算値と実測値の比較を図-13 に示す。 n の値として、揖斐と木曽では 0.028、長良では 0.025 を使用した例である。全体として相当良好な一致が認められる。しかし、感潮区域上部では多少の不一致が存在する。これは区域全体に同じ粗度係数を使用したため、上流部でもっと大きな値を用うれば、一致は当然なくなる。なお木曽成戸では、潮汐変化より流量変化の影響が顕著である。ともあれ適当な n を用うれば、かなり良好な近似が得られることを、図-13 は示している。

4. モデル河川の潮汐

一様底勾配、一様幅の水域を考え、潮差と河川流量の影響を数値的に求める。 $i=1/5000, n=0.03$ 、境界水深 $h_0=10$ m (図-12) とする。よって外部境界から静水面

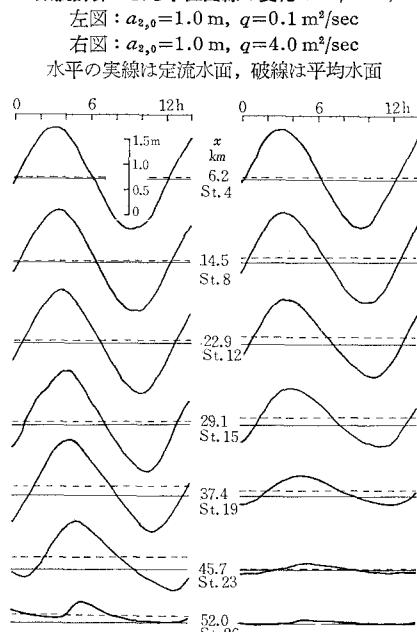
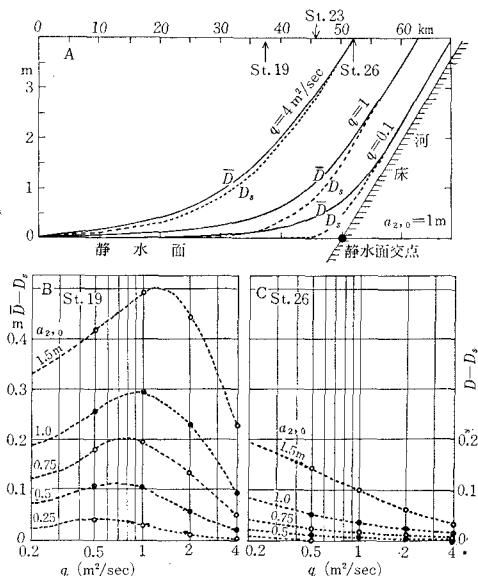
図-13 実測水位(実線)と計算水位(白丸)の比較



交点までの距離は 50 km である。境界の半日潮振幅として、 $a_{2,0}=0.25, 0.5, 0.75, 1.0, 1.5$ m の 5 ケース、1 m 幅当たりの河川流量として $q=0.1, 0.5, 1, 2, 4$ m³/sec の 5 ケースを考え、この組み合せ 25 例の数値計算を実施する。計算方法は前節の方法と基本的に同じである。 $\Delta x=$ 約 2 km, $\Delta t=$ 約 200 sec, 計算領域は 70 km とする。10 の格子点では結果を周期分析する。基本周期は M_2 分潮の周期である。図-14 に河川流量が両極端の場合の水位曲線が描かれている。2. で調べた波形変化の特長、波形のひずみ、山と谷の波速の相違などもよく表現されている。

I. 平均水面

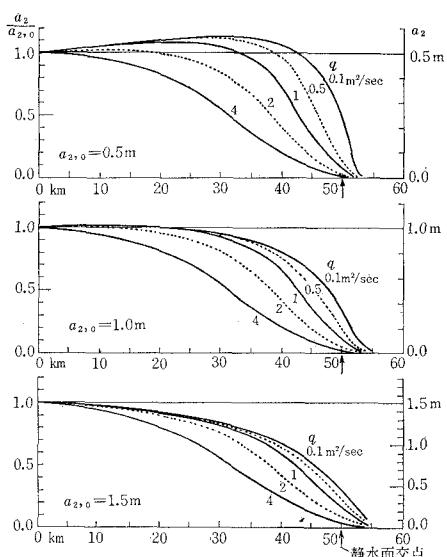
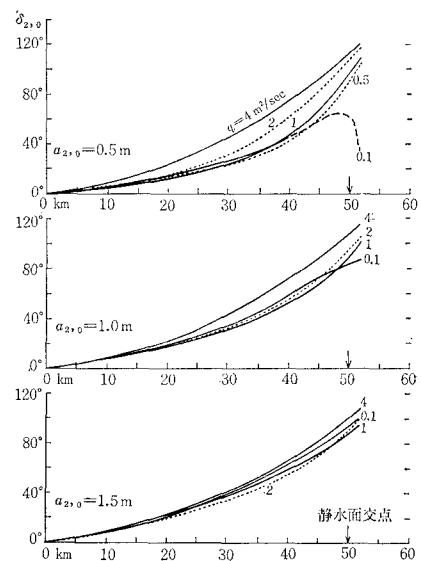
図-14 には定流水面と平均水面が示されているが、後者は前者より高い。これは式 (9) 左辺第 2 項の非線型項の時間平均が零にならないことに由来している。両水面の距離的变化が図-15 A に、水面差の大きさが B と C に示されている。ある場所で水面差の極大が存在するが、この位置は河川流量が多くなると河口に近づく。潮差が大きいほど水面差が大きいことはいうまでもな

図-14 数値計算による水位曲線の変化 $i=1/5000$, $n=0.03$ 図-15 定流水面 D_s と平均水面 \bar{D} , 下図は両水面差
 $i=1/5000$, $n=0.03$ 

い。静水面交点より下流のある一点 (St. 19) に著目すると、水面差が最大になる流量が存在し、交点より上流 (St. 26) では流量が少ないとほど水面差は大きい。水面差は場合によっては 30~40 cm に達するので無視できなない。

II. 半日潮

振幅は図-16に、位相は図-17に示される。振幅が小さく、流量があまり多くないときは、途中までは波は増大し、それから減少する。しかし振幅が大きいと最初から減少する。いずれの場合にも静水面交点付近で急激

図-16 半日潮振幅 a_2 の分布, $i=1/5000$, $n=0.03$ 図-17 半日潮遅角差 $\delta_{2,0}$ の分布 $i=1/5000$, $n=0.03$ 

に小さくなり、図-5, 6 の結果と一致する。一方、流量が大きいと、既に深い所で減衰している(図-14, 16)。位相の遅れは距離とともに増大するが、流量に関しては一義的でない。そして潮差が大きいと流量による相違は顕著でなくなる。

固定点で流量の影響を見る(図-18)。振幅は流量とともに減少し図-8の結果と一致する。位相は複雑であって、遅角差は流量が非常に小さい間は一定であるが、流量が増すと減少し始め、ある流量の所から再び増大し始める。遅角差が流量とともに減少する範囲は、振幅によっても場所によっても異なる。したがって図-8, 9に見られるように、流量が増えると満潮が早くなることも起り得る。なお図-8, 9上のデータの散らばりも、この

ような位相変化の複雑さに起因していふと考えられる。図-18 の最後の図は、振幅が境界の $1/10$ になる点を表したものであるが、流量が少ない間は静水面交点 ($x/L=1.0$) の付近にあるが、流量が多いと下流に下がり、感潮区域は短くなる。そして振幅が小さいほどこの傾向は強い(表-8)。

III. 1/4 日潮

$a_{2,0}=1 \text{ m}$ の場合を例にとり、振幅と位相の変化を図-19 に示す。図によれば、図-7A に現われた $1/4$ 日潮のピークは、

河川流量が多いほど下流に下がり、ピークの値も小さくなる。位相は外部境界付近では、式(8)の理論通り $\delta_{4,0}=-90^\circ$ に近くなっているが、河川内にはいるにつれて遅れてくる(図-7B と比較)。流量の影響は図-20 からうかがえる。図-10 の解析事実、すなわち、流量の増加に伴ない最初はゆるやかに、後は急速に振幅が増大する傾向が一致している。ただし実測では資料の不足のためか、ピークの存在は認められない。また、流量が増すと位相も遅れるという図-10 の結果も、図-20 から知られる。その変動の幅は小さい。ただし数値計算では、振幅が小さいときは流量が増大するとかえって位相が早くなるという範囲も見出され、振幅にも関係して、流量の影響は複雑である。

なおこの計算は、ある特定のモデル河川について行なわれたが、底勾配や粗度係数、あるいは地形状況が多少異なっても、本質的にはそう結論は異ならぬであろう。

謝 辞：最後に、資料その他の点で数々のご好意をいただいた木曾川下流工事事務所と気象庁海洋課の長尾所長を始めとする関係者各位、前三洋水路測量株式会社久保田海象部長、および研究遂行上種々ご配慮をいただいた東海大学速水海洋学部長に深く感謝の意を表す。

図-18 上と中: St.23(図-15, $x=45.7 \text{ km}$)における半日潮の振幅と遅角差の河川流量に伴なう変化
下: $a_2/a_{2,0}^2=0.1$ なる点の位置

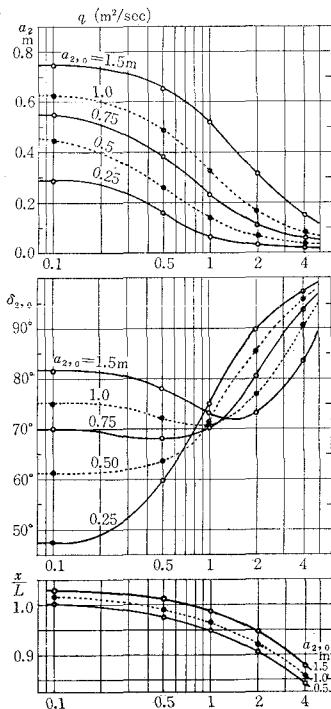


図-19 $1/4$ 日潮の振幅比 ($a_4/a_{2,0}^2$) と遅角差 ($\delta_{4,0}$) の分布, $a_{2,0}=1 \text{ m}$, $i=1/5\,000$, $n=0.03$

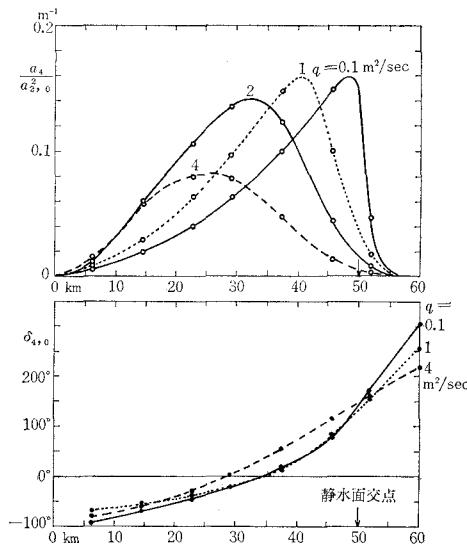
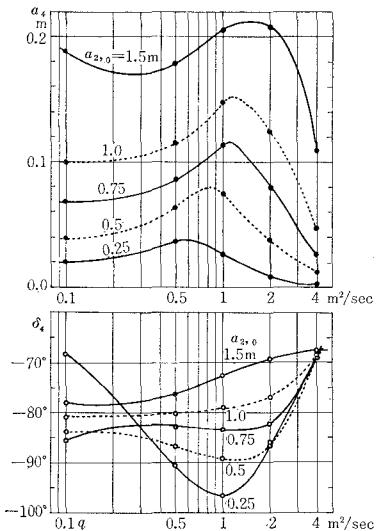


図-20 $1/4$ 日潮の振幅と遅角差, $\delta_4=\kappa_4-2\kappa_2$ の河川流量に伴なう変化, St. 19(図-15 参照)の例.



参考文献

- Defant, A. (1960): Physical Oceanography, Vol. 2, Chapt. XIII, pp. 457~474, Pergamon Press, London.
- 建設省木曾川下流工事事務所 (1967): 木曾川, 20 pp.
- 建設省中部地方建設局・木曾川下流工事事務所 (1966): 長良川河口堰調査報告書, 第2章, pp. 7~13, 第6章, pp. 35~39.
- 岡本元治郎 (1940): 河川に於ける潮汐, 地球物理, 4, pp. 62~80.
- 建設省中部地方建設局, 木曾川下流工事事務所 (1966): 木曾三川河口調査・潮流観測総合報告書(その3), p. 72.
- 中野猿人 (1940): 潮汐学, p. 459, 古今書院.
- Lamb, H. (1932): Hydrodynamics, 6th edition, p. 281, Cambridge.