

異常潮位に関する統計的考察

村 木 義 男*・鎌 田 新 悦**

1. はじめに

異常潮位は、海岸災害の一つの重要な要因であると考えられる。したがって、これまで、異常潮位に関しては種々の研究が行なわれてきた。また、近年は、電子計算機の利用による高潮の研究も試みられている。しかし、従来の研究は、特定の場所における、特定時刻での高潮の予知に関連している場合が多いようである。一方、海岸侵食などの立場から異常潮位を考えると、高潮の予知に加えて潮位異常分の理論的な確率分布、および一定期間内における潮位異常分の最大期待値を知ることが重要であると考えられる¹⁾。このようなことから、ここでは、潮位異常分の統計的、推計学的解析をこころみた^{2), 3), 4), 5), 6), 7)}。

2. 検潮資料について

ここで用いた検潮資料は、北海道太平洋岸に位置する浦河港 (Lat. 42°09'N; Long. 142°46'E) および室蘭港 (Lat. 42°19'N; Long. 140°58'E) において得られたものである。検潮儀は、両港ともにフース型である。また、観測者は、浦河港の場合は浦河海上保安署、室蘭港の場合は北海道開発局である。推定天文潮位として、室蘭港では、潮汐表 (海上保安庁水路部発行)⁸⁾ を用い、浦河港については、つぎの方法によった。すなわち、標準港として室蘭港を選び、室蘭港の推定天文潮位から、次式によって求めた⁹⁾。

満潮時: $H=0.718 H_0+27.7$(1)

干潮時: $H=0.870 H_0+7.4$(2)

ただし、

$H(\text{cm})$: 浦河港における満 (干) 潮時の推定天文潮位

$H_0(\text{cm})$: H に対応する室蘭港での満 (干) 潮時の推定天文潮位

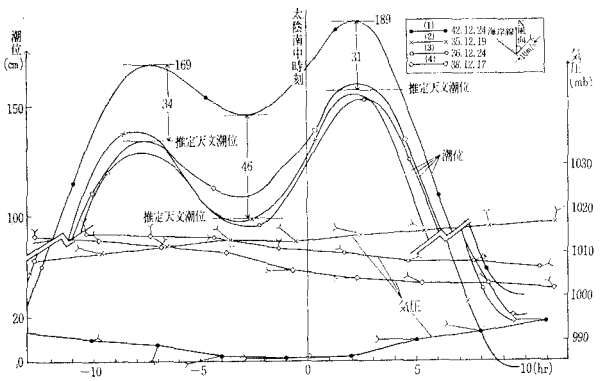
式 (1), (2) は、ともに、1960 年 4 月~1961 年 3 月の満 1 年間における H_0 と浦河港での実測潮位との対比から、満潮時および干潮時のそれぞれについて、最小二乗法によって求めたものである。満潮時および干潮時につ

いて、別々に求めたのは、Elevation wave と Depression wave における伝播の相違を考慮したためである¹⁰⁾。

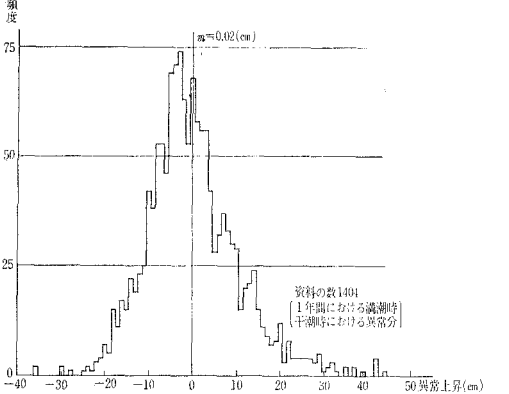
3. 潮位異常分の実測分布

図一における潮位曲線 (1) は、低気圧の接近にともなう浦河港での時間的変化の一例を示したものである。同図の潮位曲線 (2), (3), (4) は、おのおのそれらに対応する天文潮位が、曲線 (1) に対応する天文潮位にほぼ等しいと考えられる日で、かつ、天候が比較的静穏な日の潮位変化を示したものである。したがって、潮位曲線 (2), (3), (4) は、ほぼ曲線 (1) に対応する天文潮位を示していると考えてよいであろう。同図の下には、潮位曲線 (1), (2), (3), (4) に対応する風向、風速、気圧

図一 潮位異常の一例 (浦河港)



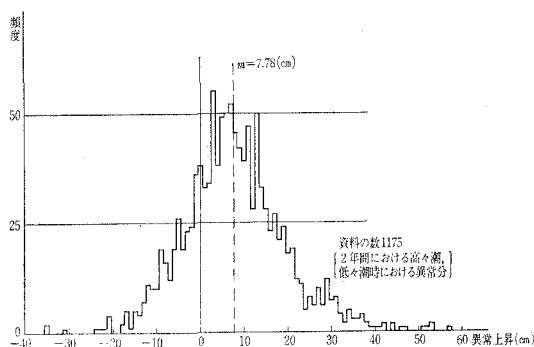
図二 潮位異常分の実測分布 (浦河港)



* 正会員 工博 北海道開発局土木試験所

** 正会員 理博 北海道開発局土木試験所

図-3 潮位異常分の実測分布 (室蘭港)



の時間的变化を示した。図-1において、満潮時および干潮時の潮位は、31~46 cmの異常上昇を示している。

図-2, 3は、両港における潮位異常分の実測分布を示したもので、これらのうち、図-2は、浦河港における満1年間の満(干)潮時の実測分布であり、図-3は、室蘭港における満2年間の高々潮(低々潮)時における実測分布である。潮位異常が、満(干)潮と時間的に独立に発生するならば、図-2, 3は、該当期間中における潮位異常分の時間率分布、すなわち、異常分が $x \sim x + dx$ にある場合についての積算時間の確率分布を示していると考えることができる。

4. 潮位異常分の確率模型

潮位異常分に対して、つぎのような確率模型を考えることにする。

$$X_{ijk} = m + \alpha_i + \beta_j + Z_{ijk} \dots\dots\dots (3)$$

ただし

X_{ijk} : 潮位異常分 x_{ijk} を実現値にもつ確率変数

α_i : 潮位異常をもたらす要因 A_i の主効果

β_j : 潮位異常をもたらす要因 B_j の主効果

Z_{ijk} : すべての i, j, k について互いに独立であり、共通な平均 0、分散 σ^2 をもつ正規分布 $N(0, \sigma^2)$ にしたがう確率変数

$m: \sum_i \alpha_i = 0, \sum_j \beta_j = 0$ になるように定められた定数

式(3)において、 i, j が連続変数のときは、 $i \pm di, j \pm dj$ の微小幅について、 α_i, β_j を一定とみなす。いま、要因 A_i が $i \pm di$ の微小幅にあるとき、要因 B_j の主効果 β_j が、つぎのような確率分布で近似できるものと仮定する。

$$P_i(\beta_j) d\beta_j = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_i} e^{-\beta_j^2 / 2\sigma_i^2} d\beta_j \dots\dots\dots (4)$$

ただし

$P_i(\beta_j) d\beta_j$: 要因 A_i が $i \pm di$ にあるとき、要因 B_j による主効果が $\beta_j \sim \beta_j + d\beta_j$ にある確率

σ_i^2 : 要因 A_i が $i \pm di$ にあるときの

β_j の分散

ゆえに、 A_i が $i \pm di$ にあるとき、 β_j を実現値にもつ確率変数と Z_{ijk} の和の確率変数 S_{ijk} の確率密度 $P(S_{ijk})$ は、つぎのように示される*。

$$P(S_{ijk}) = \int_{-\infty}^{\infty} P_i(\beta_j) d\beta_j \cdot P(Z_{ijk}) \dots\dots\dots (5)$$

ただし

$$P(Z_{ijk}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-Z_{ijk}^2 / 2\sigma^2} \\ = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-(S_{ijk} - \beta_j)^2 / 2\sigma^2}$$

$$\therefore P(S_{ijk}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} (\sigma_i^2 + \sigma^2)} e^{-1/2 \cdot S_{ijk}^2 / (\sigma_i^2 + \sigma^2)} \dots\dots\dots (6)$$

$$= N(0, \sigma_i^2 + \sigma^2) \dots\dots\dots (7)$$

$$\therefore X_{ijk} = m + \alpha_i + S_{ijk} \dots\dots\dots (8)$$

ただし

S_{ik} : すべての k について、共通な平均 0、分散 $\sigma_i^2 + \sigma^2$ をもち、その実現値 s_{ik} の確率密度が式(6)にて表わされるような確率変数

もし、 S_{ik} が、すべての k について、独立に分布するならば、 $m + \alpha_i$ の最尤推定値は、つぎのように示される。

$$\hat{m} + \hat{\alpha}_i = \frac{1}{n_i} \sum_k X_{ik} \dots\dots\dots (9)$$

ただし

$$k = 1, 2, \dots, n_i$$

したがって、 $i \pm di$ における X_{ik} の分布を求め、さらに式(9)より $\hat{m} + \hat{\alpha}_i$ を求めるならば、 $\hat{m} + \hat{\alpha}_i$ と i の関係に曲線をあてはめる問題において、 $\hat{m} + \hat{\alpha}_i$ に、つぎのような重みをもたせることができる。

$$W_i = \frac{\sigma_0^2 n_i}{\sigma_i^2 + \sigma^2} \dots\dots\dots (10)$$

ただし

W_i : $\hat{m} + \hat{\alpha}_i$ の重み

σ_0^2 : 比例定数

$\sigma_i^2 + \sigma^2$: $i \pm di$ における S_{ik} の分散

5. 気圧偏倚より期待される潮位異常分

一般に、潮位異常分の実験式として、つぎの式が用いられている^{11), 12), 13)}。

$$x = a(p - p_0) + bU^2 \dots\dots\dots (11)$$

ただし

a, b : 風向および考える地点での地形、水深等を考慮して定められる定数

p : 海面気圧

p_0 : 平均気圧

* suffix jk を一連の suffix k' にかきかえ、改めて、 k' を k とおく。

U: 風速

北海道沿岸においては、台風時にもなる風速は、比較的小さく、また、式(11)の U^2 の係数 b は、一般に、小数以下の定数と考えられる¹³⁾。したがって、北海道沿岸において、定数 b を統計的に検出することは、むずかしいものと予想される。事実、この考察においても、浦河および室蘭の風況と潮位異常分の相関を統計的に検出することはできなかった。そこで、前節の確率模型にしたがって、式(11)第1項における係数 a を求めることにする。一般的に記された確率模型、式(8)を、式(11)におけると同じ記号を用いてかきかえると、つぎのようになる。

$$X_{pk} = m + \alpha_p + S_{pk} \dots\dots\dots (8)'$$

したがって、 $p \pm dp$ における潮位異常分の平均値の最尤推定値は、つぎのようになる。

$$\hat{m} + \hat{\alpha}_p = \frac{1}{n_p} \sum_k X_{pk} \dots\dots\dots (9)'$$
$$= a(p - p_0) \dots\dots\dots (12)$$

$dp = 1 \text{ mb}$ としたとき、すなわち、 $p \pm 1 \text{ mb}$ の気圧区分を考えた場合における S_{pk} の頻度分布の一例を示したのが図-4(浦河港)、図-5(室蘭港)である。 S_{pk} が比較的良好に正規分布で近似されることがみられる。

図-4 浦河港における S_{pk} の分布例

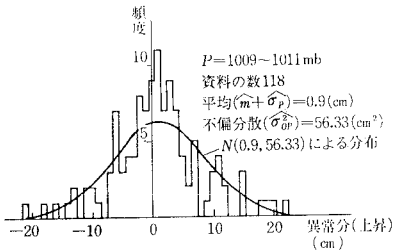
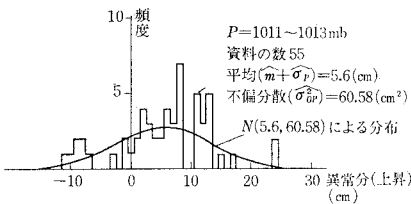


図-5 室蘭港における S_{pk} の分布例



式(9)および(9)'の最尤推定値を求めるのに、 S_{ik} 、 S_{pk} が k のすべてについて独立であると仮定した。いまの場合、同一気圧区分内において、資料間の独立性に大きく影響するものとして、資料の時間的接近が考えられる。一方、資料の時間的接近の可能性が最も大きいと思われる浦河港の $p = 1009 \sim 1011 \text{ mb}$ の気圧区分および室蘭港の $p = 1011 \sim 1013 \text{ mb}$ の気圧区分について、時間的に相隣れる資料間の相関は、非常に弱いと仮定してもよいことが示される。したがって、簡単のため、以後において、同一気圧区分内における資料は、互いに独

図-6 各気圧区分における分散(浦河港)

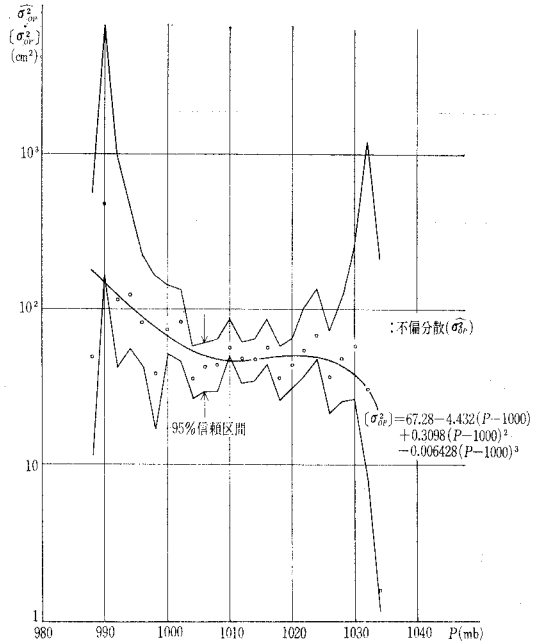
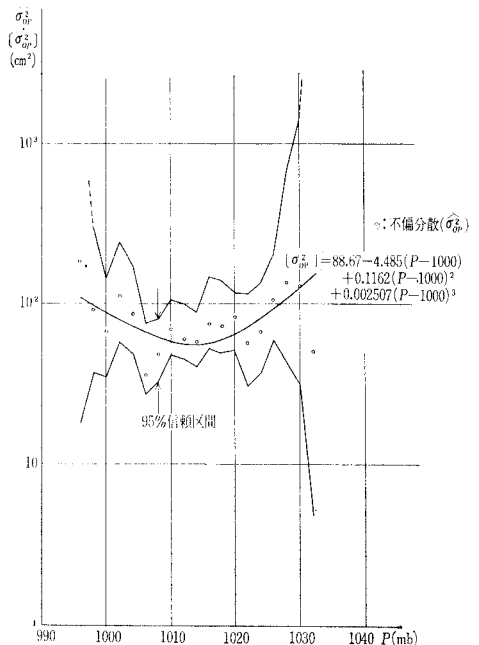


図-7 各気圧区分における分散(室蘭港)



立であるとして取り扱うことにする。また、同一気圧区分における資料間の相関が強いときは、サンプリングの時間間隔が十分大きくなるように dp を選択するなどの工夫が必要であろう。

各気圧区分における潮位異常分の不偏分散($\sigma_i^2 + \sigma^2$ の不偏分散 $\equiv \hat{\sigma}_{op}^2$)を求めたものが、図-6(浦河港)、図-7(室蘭港)である。図-6, 7においてみられる $\hat{\sigma}_{op}^2$ の p に対するTrend(傾向)に、3次曲線のあてはめ

を行なってみることにする。簡単のため、 $\hat{\sigma}_{0p}^2$ に、つぎの重みをもたせてみる。

$$W_{0p} = \left(\frac{b_n n_p}{S_p^2} \right)^{1/2} \dots\dots\dots (13)$$

ただし

W_{0p} : $\hat{\sigma}_{0p}^2$ の重み

b_n : Bernoulli の数

S_p^2 : $p \pm 1$ mb における X_{pk} の残差平方和しかるとき、Deming の方法によって、つぎの3次曲線を得る。

$$\begin{aligned} \text{浦河港: } [\sigma_{0p}^2] &= 67.28 - 4.432(p-1000) \\ &\quad + 0.3098(p-1000)^2 \\ &\quad + 0.006428(p-1000)^3 \dots\dots (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{室蘭港: } [\sigma_{0p}^2] &= 88.68 - 4.485(p-1000)^2 \\ &\quad + 0.1162(p-1000)^2 \\ &\quad + 0.002507(p-1000)^2 \dots\dots (15) \end{aligned}$$

ただし

$[\sigma_{0p}^2](\text{cm}^2)$: 3次曲線から推定される、各気圧区分における X_{pk} の分散

$p(\text{mb})$: 気圧区分の中心値 (海面気圧)

図-6, 7 には、おのおの不偏分散の95%信頼区間とともに、式(14), (15)を示した。式(14), (15)は、ともにほとんど95%信頼区間内にあることから、式(13)において、適当に仮定された重み付けは、いまの場合、どうやら許されるものと考えられる。

式(9)'より求めた各気圧区分における潮位異常分の平均値の最尤推定値を図にすると図-8 (浦河港), 図-9 (室蘭港)となる。式(10)から、 $\hat{m} + \hat{\sigma}_p$ の重みは、つぎのように示される。

図-8 各気圧区分における平均異常分 (浦河港)

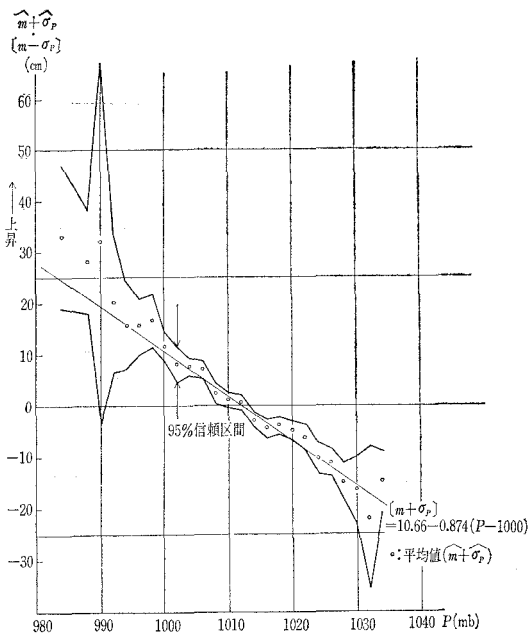
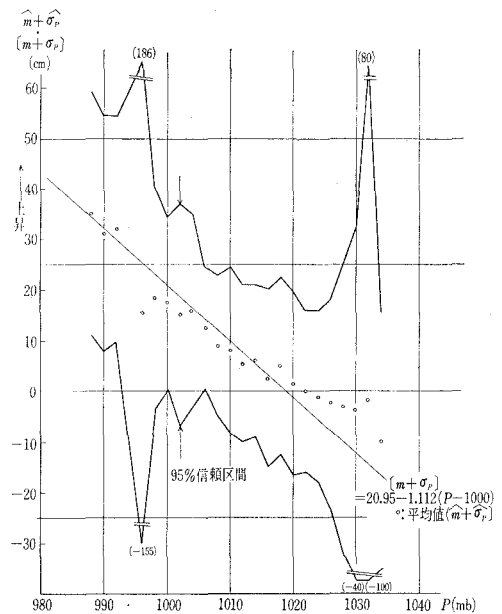


図-9 各気圧区分における平均異常分 (室蘭港)



$$W_p = \frac{\sigma_0^2 n}{[\sigma_{0p}^2]} \dots\dots\dots (10)'$$

したがって、気圧と潮位異常分の関係は、同じく Deming の方法を用いて、つぎようになる。

$$\begin{aligned} \text{浦河港: } [m + \alpha_p] &= a(p - p_0) \\ &\quad \equiv a(p - 1000) + c \\ a &= -0.874 \pm \sigma_a (= 0.038) \\ c &= 10.66 \pm \sigma_c (= 0.58) \end{aligned} \dots\dots\dots (16)$$

$$\begin{aligned} \text{室蘭港: } [m + \alpha_p] &= a(p - 1000) + c \\ a &= -1.112 \pm \sigma_a (= 0.059) \\ c &= 20.59 \pm \sigma_c (= 0.86) \end{aligned} \dots\dots\dots (17)$$

ただし

$[m + \alpha_p](\text{cm})$: 直線から推定される、各気圧区分における潮位異常分の平均値
 $p(\text{mb})$: 気圧区分における中心値 (海面気圧)

さらに、ここで用いた資料における気圧測定の誤差を考慮すると、式(16), (17)はつぎようになる。

$$\text{浦河港: } [m + \alpha_p] = -0.882 p + c' \dots\dots\dots (16)'$$

$$\text{室蘭港: } [m + \alpha_p] = -1.123 p + c' \dots\dots\dots (17)'$$

すなわち、気圧変化 10 mb に対して、浦河港では 8.8 cm, 室蘭港では 11.2 cm の潮位異常が期待される。気圧の測定誤差は、満 (干) 潮時と気圧の測定時の時間的なずれに起因するものである。

6. 気圧分布

両港における気圧の分布を、正規分布で近似すると

き、つぎのように示される。

$$\text{浦河港: } f(p) = N(\hat{m}_p = 1013.1 \text{ mb}, \hat{\sigma}_p^2 = 61.32 \text{ mb}^2) \dots\dots\dots (18)$$

$$\text{室蘭港: } f(p) = N(\hat{m}_p = 1013.1 \text{ mb}, \hat{\sigma}_p^2 = 58.52 \text{ mb}^2) \dots\dots\dots (19)$$

ただし

$f(p)$: 気圧分布の密度関数

$\hat{m}_p$: 平均値の最尤推定値

$\hat{\sigma}_p^2$: 不偏分散

p : 海面気圧

式 (18), (19) における $\hat{m}_p$ は、過去 30 年間の資料から求めたものである。また $\hat{\sigma}_p^2$ は、3 年間の資料から求めたものである。一般的に、定められた地点において、平均気圧における潮位異常分の期待値は、0 であると考えられる。このことから、式 (16), (17) において、定数 c はつぎのように修正されるのが妥当と思われる。

$$\text{浦河港: } c = 11.45 \pm 0.58 \dots\dots\dots (20)$$

$$\text{室蘭港: } c = 13.57 \pm 0.86 \dots\dots\dots (21)$$

したがって、式 (1), (2) はつぎのように修正される。

$$\text{満潮時: } H = 0.718 H_0 + 26.91 \dots\dots\dots (1)'$$

$$\text{干潮時: } H = 0.870 H_0 + 6.61 \dots\dots\dots (2)'$$

このことは、図-2, 4, 8 において、潮位異常分に関係した座標目盛が、0.79 cm だけ負側に移動し、図-3, 5, 9 においては、6.39 cm だけ正側に移動することを意味する。とくに、式 (17) における c の修正は、室蘭港における検潮基準面の高さと、潮汐表におけるそれとの相違を示唆するものと考えられる。これについては、今後の調査をまたなければならない。

7. 潮位異常分の理論的分布

これまで求めた、両港の各気圧区分における潮位異常分の平均値と分散、気圧分布の密度関数から、潮位異常分の微小幅における積算時間の理論的な分布確率を求めることができる。すなわち、異常分 x が一定値 X_0 よりも大きい確率 $P(x \geq X_0)$ は、つぎようになる。

$$P(x \geq x_0) = \sum_{p_i} \left[\int_{X_0 - [m + \alpha p_i]}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_p^2}} e^{-\frac{(p - \hat{m}_p)^2}{2\sigma_p^2}} dp \right] \times \frac{1}{\sqrt{2\pi[\sigma_0^2]}} e^{-\frac{(x - [m + \alpha p_i])^2}{2[\sigma_0^2]}} dx \dots\dots\dots (22)$$

ただし

$P(x \geq X_0)$: 潮位異常分 x が X_0 より大きい場合についての積算時間の確率

p_i : 気圧区分の中心値 (海面気圧)

x : 潮位異常分

p_i が一定値 p_1 より大きい場合および p_2 より小さい場合には、それぞれ p_i を p_1, p_2 に圧縮して考えることにする。両港における p_1, p_2 はつぎのとおりである。

$$\text{浦河港: } p_1 = 1034 \text{ mb}, p_2 = 984 \text{ mb}$$

$$\text{室蘭港: } p_1 = 1034 \text{ mb}, p_2 = 986 \text{ mb}$$

さらに、満 (干) 潮時における気圧の測定誤差を考えるならば、式 (18), (19) において、 $\hat{\sigma}_p^2$ は次のようになる。

$$\hat{\sigma}_p^2 \Rightarrow \hat{\sigma}_p^2 + \hat{\sigma}_e^2$$

ただし

$\hat{\sigma}_e^2$: 満 (干) 潮時における気圧測定誤差の不偏分散

図-10, 11 における実線は、それぞれ、浦河港および

図-10 潮位異常分の理論的分布 (浦河港)

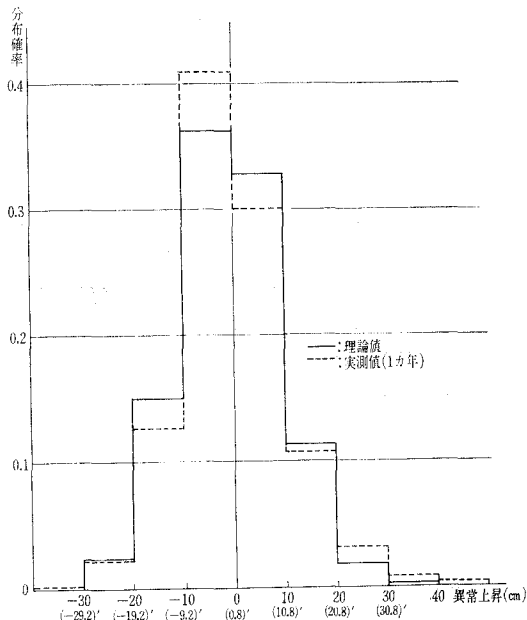
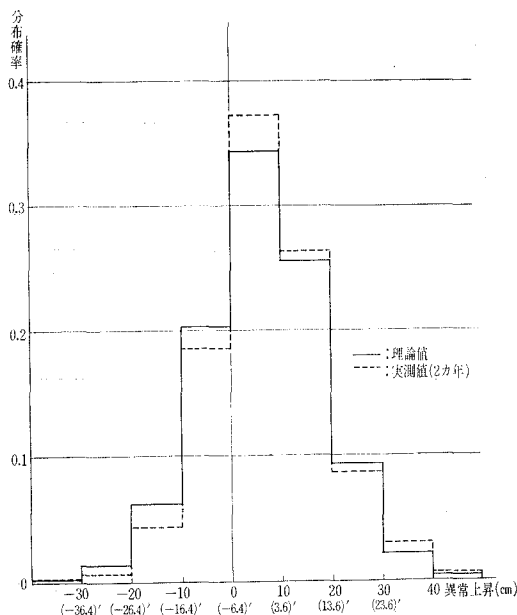


図-11 潮位異常分の理論的分布 (室蘭港)



室蘭港における潮位異常分の理論的分布を示したものである。また、図—10 には、浦河港における1年間の実測分布（図—2 参照）、図—11 には、室蘭港における2年間の実測分布（図—3 参照）を点線で示した。これらの理論値は、観測の期間を十分大きくとった場合に予想される分布を示すものである。理論値と実測分布は比較的よい一致をみせている。なお、図—10, 11 における系の座標は、6. において修正された場合について示したものである。

8. 極値の考察

異常潮位による災害を考えると、その極値についての統計的な考察も必要と考えられる。しかし、一定期間

表—1

浦河港における気圧の最大（最小）期待値と、それから期待される潮位異常分

期 間 (T)	注1 E_1 (mb)	注2 異常降下(cm)	注1 E_2 (mb)	注2 異常上昇(cm)
1 年	1 034.8	18.9 19.7	984.1	25.3 24.5
5 年	1 038.1	21.8 22.6	980.0	28.9 28.1
10 年	1 039.8	23.3 24.1	977.9	30.8 30.0
50 年	1 042.0	25.2 26.0	975.2	33.1 32.3
100 年	1 043.1	26.2 27.0	973.8	34.3 33.5

注1: E_1 , E_2 は T 期間における気圧の最大および最小の期待値。

注2: 潮位異常分の上段は 6. において修正された場合の値、下段は修正されない場合の値を示す。

表—2

室蘭港における気圧の最大（最小）期待値と、それから期待される潮位異常分

期 間 (T)	注1 E_1 (mb)	注2 異常降下(cm)	注1 E_2 (mb)	注2 異常上昇(cm)
1 年	1 035.3	24.7 18.3	987.6	28.3 34.7
5 年	1 038.8	28.6 22.2	983.8	32.6 39.0
10 年	1 040.6	30.6 24.2	981.8	34.8 41.2
50 年	1 042.9	33.2 26.8	979.3	37.6 44.0
100 年	1 044.1	34.5 28.1	978.0	39.0 45.4

注1: 表—1 に同じ。

注2: 表—1 に同じ。

内における潮位異常分の極値を観測することは、必ずしも容易でない。このことは、潮位異常分の極値が、満（干）潮時に出現するとは限らないからである。したがって、ここでは、一定期間内における気圧の最大偏倚期待値を求め、それから期待される潮位異常分を求めてみた。

表—1, 2 は、それぞれ、浦河港および室蘭港における気圧の最大偏倚期待値およびそれから期待される潮位異常分を示したものである。表—1, 2 に示した潮位異常分は、気圧偏倚から期待される値であって、該当期間内における最大潮位異常分の期待値ではない。なお、表—1, 2 を求めるにあたって、気圧偏倚の極値は、1 週間に1度、独立に発生するものとした。

9. あとがき

この考察の結果、浦河港および室蘭港における潮位異常分と気圧の関係、潮位異常分の理論的分布ならびに、気圧の最大期待値から期待される潮位異常分を得ることができた。最後に、この考察にあたり、資料の提供を戴いた室蘭地方気象台、浦河測候所、浦河海上保安署、北海道開発局室蘭港修築事務所に対して厚く感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) P. Bruum : Sea-Level Rise as a Cause of Shore Erosion, Proc. of ASCE., Vol. 88, WW-1, 1962, 2.
- 2) 淡中忠郎 : 統計学の理論と応用, 1954, 養賢堂.
- 3) 河田竜夫・国沢清典 : 現代統計学 上, 下, 1966, 広川書店.
- 4) 東京工大編 : 統計工学ハンドブック, 1953, 技報堂.
- 5) W.E. Deming : Statistical Adjustment of Data, 1948, Wiley,
- 6) 高橋浩一郎 : 気象統計, 1959, 地人書館.
- 7) 秘庭信一・小河原正巳 : 気象図表及び公式, 1959, 地人書館.
- 8) 海上保安庁水路部 : 潮汐表 (1960~1966).
- 9) 中野猿人 : 潮汐学, 1940, 古今書院.
- 10) J.J. Stoker : Water Waves, 1965, Interscience Publishers, INC.
- 11) 石原藤次郎 : 応用水理学Ⅱ (中), 1958, 丸善.
- 12) 防災ハンドブック編集委員会 : 防災ハンドブック, 1964, 技報堂.
- 13) 沼知福三郎・本間 仁 : 水工学便覧, 1966, 森北出版.