

波による砂漣のスペクトルについての実験

日 野 幹 雄*・福 岡 捷 二*・古 沢 恵**

要 旨 砂漣の波数スペクトルの平衡領域について“ -3 乗則”が二次元的考察から導かれる^{1),2)}。水路流の砂漣の場合にはこの -3 乗則は広い範囲の実験結果と一致する。波あるいは波と流れの共存する場合の砂漣は、水路流による砂漣よりもはるかに規則的で周期性が強いが、やはりそのスペクトルについて“ -3 乗則”が成立することが実験的に確かめられた。

1. 序 論

最近 Nordin & Algert³⁾, Nordin⁴⁾, 芦田・田中⁵⁾, 福岡⁶⁾により、移動床水路における砂漣のスペクトルについての実験結果が発表された。

この砂漣の自己相関関数の形について Nordin & Algert³⁾は1次のマルコフ過程としての式を導き、芦田・田中⁵⁾はさらにこの考えを発展させ2次のマルコフ過程として取り扱った。

一方、著者らの一人(M.H)は二次元的考察から、つぎのようなべき乗則の理論式を導いた。

a) 波数スペクトル

$$S(k) = \alpha(\varphi)k^{-3} \quad (k_0 \leq k \leq d^{-1}) \quad \dots\dots(1)$$

b) 周波数スペクトル

$$P(f) = \begin{cases} = f_n(\varphi)U_*^2 f^{-3} & (f_1 < f < f_\infty) \\ = \frac{\alpha(\varphi)r}{2} f^{-2} & (f_0 < f < f_1) \end{cases} \quad \dots\dots(2)$$

ここに、 $\alpha(\varphi)$ =砂の安息角 φ に関係する定数、ほぼ $\alpha = 2.8 \times 10^{-4}$, r =定数、 $\psi = U_*^2/(\rho_s/\rho_0 - 1)gd$, $f_n(\varphi) = \psi$ のある関数、 d =砂の粒径、 ρ_s =砂の密度、 ρ_0 =水の密度。

この式の誘導に用いたような二次元的考察の方法による理論式のうち、最も良く知られているものに、乱流の速度変動スペクトルの慣性領域についての Kolmogorov の理論(いわゆる $-5/3$ 乗則)があり、また風波スペクトルの平衡領域に関する Phillips の理論(-5 乗則)がある。スペクトルに関する二次元的考察の方法は、普通にいわれる次元解析の特殊な場合に当たるわけであるが、現象の物理的考察が深く厳密であること、(基本量の数と物理量の数の差が1であることの必然の結果であるが)普遍定数である係数を除いてべき乗型の関数形が決定されてしまうことが特徴である。

この理論式(1),(2)の背後にある考えは、ごく簡単にいえば、砂漣の表面の傾斜角は砂の安息角を越えないことと砂漣が移動するのは限界掃流力以上のせん断力が砂漣に働いているからであるということであり、これは水路の砂漣のみならず、波浪による砂漣あるいは風による砂丘の風漣にも共通にいえることである。したがって、波による砂漣のスペクトルについても“ -3 乗則”“ -2 乗則”の領域が存在するであろうと考えられる。他方、砂漣の成因が波である場合には、波そのものがきわめて規則正しい周期性をもっており、形成された砂漣も水路流によるものよりはるかに規則的に見えるから、上のスペクトルのべき乗則が適当でないのではないかという不安もある。本論文はこの点を主に実験を行なった結果の報告である。

なお、こうしたスペクトルと本間・堀川・鹿島⁷⁾, 松梨・大味⁸⁾によっても取扱われて来た砂漣の平均的特徴(波高・波長)との関連であるが、実は砂漣のスペクトルがわかれば、Rice⁹⁾や Longuet-Higgins & Cartwright¹⁰⁾の理論から波長・波高は理論的に求められるのである。

2. 実験方法と結果

(1) 実験装置

実験水槽は長さ 8 m, 幅 0.4 m, 深さ 0.4 m の鋼製環流式可変勾配水路を改造して使用した。この水路の上下流端をとじ、また波消しをつけ、上流部にプランジャー型の造波装置をつけた。実験の後半には水を環流させて、弱い流れ(限界掃流力以下の流速)と波の共存する場合についても実験した。砂は粒径 0.15 mm 比重 2.65 の標準砂を用い、これを水路底約 5 cm の厚さに敷いた。

(2) スペクトルの計算

ある基準面からの砂床表面の高さを $\eta(x)$ cm (x は水槽方向の位置)とすれば、砂漣の自己相関関数 $K(\xi)$ は

$$K(\xi) = \overline{\eta(x)\eta(x+\xi)} - \overline{\eta^2(x)} \quad \dots\dots(3)$$

である。砂漣は種々の周波数成分の波から構成されていると考えられ、各波数成分からの寄与分—スペクトルは

$$S(k) = \int_{-\infty}^{\infty} K(\xi) e^{-i2\pi k\xi} d\xi \quad \dots\dots(4)$$

と自己相関 $K(\xi)$ の Fourier 変換で表われ、逆に $K(\xi)$ は

* 正会員 東京工業大学 土木工学科
東京工業大学 土木工学科

$$K(\xi)=\int_{-\infty}^{\infty} S(k)e^{i2\pi \xi k} dk \dots\dots\dots(5)$$

と書き表わされる。

しかし、実験データは有限の長さしかとれないし、 $\eta(x)$ は discrete に読みとられるから、式（４）を単に数値的に計算したのでは正しい結果は得られない。このような場合の計算法として、差分表示式・データの読みとり間隔・データ数と周波数分解能・信頼度・相関の lag のとり方・長周期成分の除去法などについて Blackman & Tukey¹¹⁾ の方法が良く知られている。

われわれの実験では、データの読みとり間隔は 0.25 cm か 0.5 cm，データ数は各 run に対して 500～520，計算信頼度（90％ 範囲の db 幅）を 3 db になるように lag を選んだ。

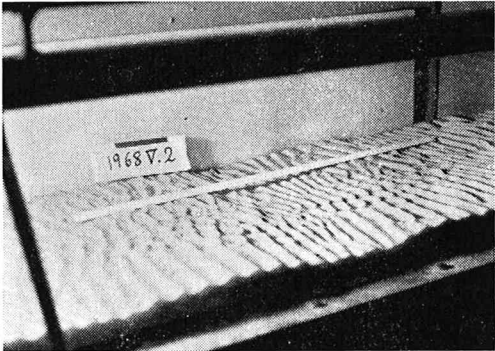
（３） 実 験 結 果

 a) 波のみによる砂漣

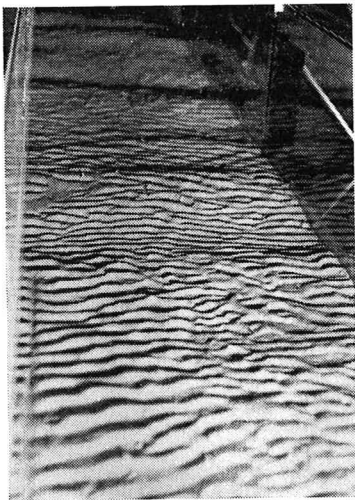
平坦な砂床に波をおくっても砂漣はなかなかできない。プランジャー付近に何かのきっかけで砂面のわずかに

凹凸ができると、そこから砂漣は徐々に波の進行方向に発達しはじめるが、その進行速度はきわめて遅く、6 時間で 1～2m くらいしか進まなかった。また、発達している砂漣の先端は波の峯に平行に一直線になるのではな

写真—3 波のみによる砂漣



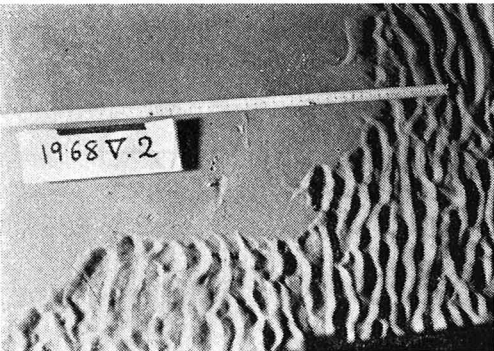
写真—4 波のみによる砂漣



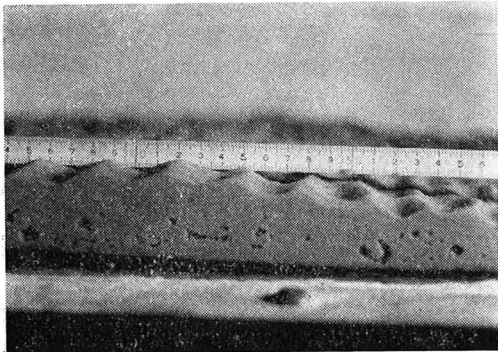
表—1 実 験 の 諸 条 件

実 験 番 号	対応する 図表番号	サン プ ル 長	サン プ ル 間 隔	波 の 周 期	波 高	流 れ の 平 均 速	水 深	“砂漣” の波長
1	図—1	cm 250	cm 0.5	sec 0.8	cm 3	cm/s 0	cm 8.95	約 cm 3
2	図—2	110	0.25	0.8	3	0	8.95	3
4	図—4	260	0.5	0.703	4.1	27.6	9.8	15
5	図—6	260	0.5	0.572	5.0	25.3	9.8	4
6	図—5	260	0.5	0.705	4.0	20.2	9.8	12.5

写真—1 進行する砂漣の先端



写真—2



写真—5 波と流れによる砂漣



なく、ちょうど触手を動かすようにすすんでゆく（写真—1）。このように 2, 3 日かかって水路の全長にできた砂澁は波長の短い（数 cm）きわめて規則的にみえる砂澁が、より波長の長い（数 10 cm）ゆるやかな砂底変動の上になっている（写真—2, 3）。また、水路幅方向の 2 次元性は水路流の砂澁よりはるかによいが（図—4）、弱い流れと波による砂澁の場合（図—5）よりかなりおちる。

Blackman & Tukey の方法で求めた砂澁のスペクトルの一例が図—1 である。このスペクトル曲線は波数 $k_m = 0.33$ cycle/cm を境にして上下にずれた互いに平行なベキ乗曲線で表わされ、そのベキ数は -3 で、つまり砂澁の波数スペクトルの“-3 乗則”が成り立っている。これは長周期の砂澁の上に波長 $\lambda_m = 1/k_m \cong 3$ cm の規則性の強い砂澁がのっていることを示している。

この関係を一層明瞭にするために、解析する砂澁の全長を半分にして長周期変動を除き、逆に読みとり間隔を半分の 0.25 cm にして計算したスペクトルが図—2 である。この図では上にのべた関係がいっそうはっきりする。すなわち、観察者の眼に規則的砂澁とみえる周波数とその harmonics にスペクトル・レベルのピークがあり、それらも“-3 乗則”にしたがって逓減している。解析した全長が短かく長周期成分が除かれた結果、図—1 にくらべて図—2 のスペクトル・レベルは低くなっている。

データの読みとり長を長くすると、図—2 にみられるレベル・ギャップは長波長の砂床変動のスペクトル・レベルに埋もれてしまって、波数の広い領域にわたって一本の -3 乗則の曲線で表わされるようになる。

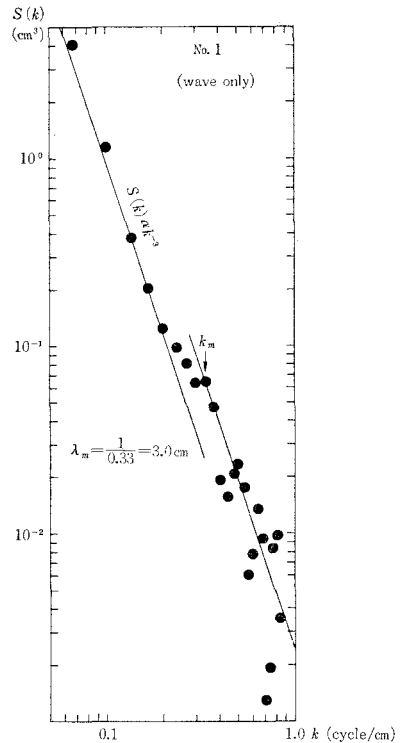
b) 流れと波の共存する場合

われわれの一人 (S.F.) は、すでに水路流に強制的に波を起した場合の砂澁のスペクトルについて調べて報告した⁹⁾。この際はむしろ流れによる砂澁に重点があり、流速も流れのみで砂澁が十分に発達するような範囲にあった。

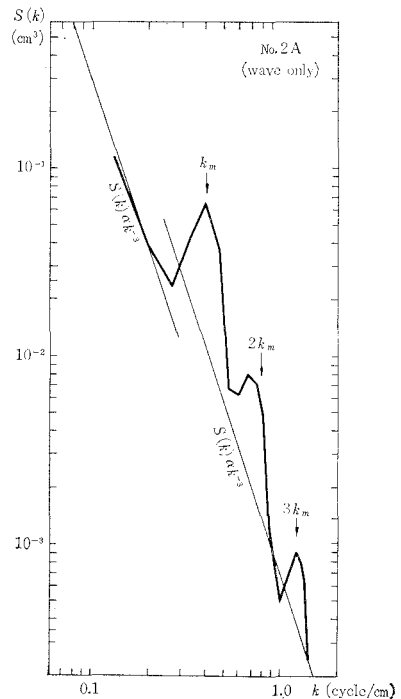
しかし、ここでは波の方を主に考えて、流速も流れのみでは砂の移動が生じないような小さい値に選んだ。その結果、先にのべたように波のみでは砂澁はなかなか発達しないが、ほんの少し弱い流れがあると波による砂澁の発達は急激に進行するようになる。われわれの実験 No. 4~6 では約 30 分で 8 m 水槽の全長に砂澁が成長した。その際の砂粒子の運動を模式的に示したのが図—3 である。

まず、流れの方向を流速の正の方向とすると、流れと波の流速の合成成分が負のときに砂澁の前面（勾配の急な面）から、砂粒子が上方に放り上げられる。波の流速成分が正になるにつれて、この上方に放り出された砂粒子は前方に流され、砂澁の勾配のゆるい背面に落下する。

図—1 サンプルの長さ 250 cm, 読みとり間隔 $\Delta x = 0.5$ cm で解析した場合のスペクトル



図—2 図—1 の砂澁を読みとり間隔 $\Delta x = 0.25$ cm, サンプル長 110 cm で解析した場合のスペクトル



同時に、流れと波の合流速が限界掃流力を越えはじめると砂澁の背面上の砂粒子が移動し、一部は砂澁の前面へ落ち込んで行く。この 1 サイクルの砂の運動は波のみの

図-3 流れと波の共存する場合の砂粒子の移動の模式図

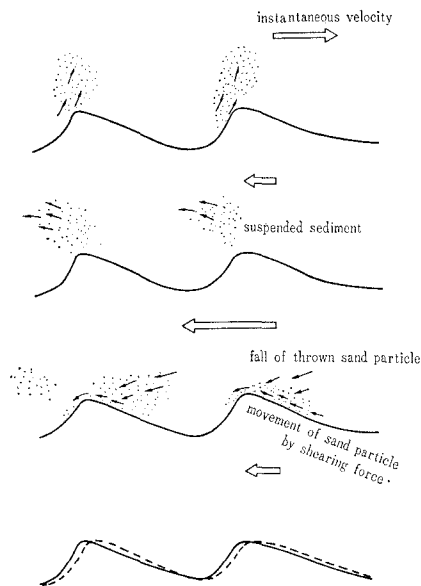
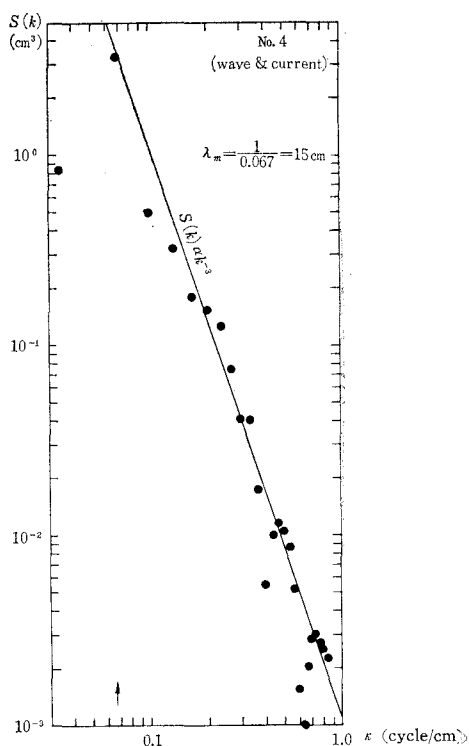


図-4 (a) 流れと波による砂澱のスペクトル



場合と著しく異なっている。波のみによる砂澱は左右の対称性が強く、砂粒子が上方に放り上げられて流されるという移動形態はみられない。また、このような砂粒子の移動過程を考えれば当然であるが、流れが加わると砂澱の平均波長は長くなる。

流れの流速を限界掃流力ぎりぎりのところにした時、波と流れで作られた砂澱のスペクトルは 図-4 (a) のようになり、その時の波の波高スペクトルが 図-4 (b) である。

流れの流速をさらに小さくした場合の砂澱のスペクトルが 図-5 (a) であり、波のスペクトルが 図-5 (b) である。

波の周期を短くして、いわゆる“砂澱の波長”を 図-1, 2 の砂澱と同程度に短くした場合の砂澱スペクトルが 図-6 である。また、波の周期が短くなると砂澱の形の左右の対称性がよくなる。

これらの図から a) で述べたことが波と流れによる砂澱のスペクトルについても再確認される。

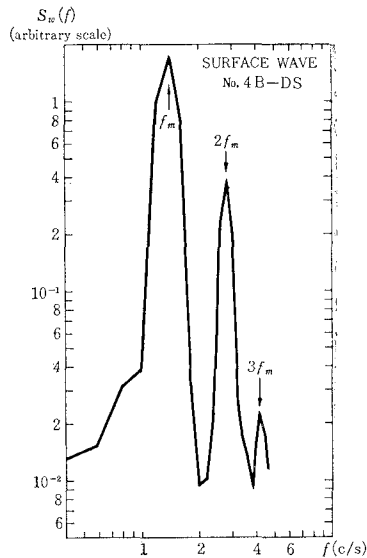
3. む す び

われわれは前に砂澱の波数スペクトルの平衡領域について“ -3 乗則”を導いた。水路流の砂澱については非常に良く成立することが確かめられたこの“ -3 乗則”は、波による砂澱の場合にも同様に成立するのであろうか。そして、非常に規則的に見えるいわゆる“波による砂澱”とはどういう関係にあるのであろうか、ということがこの実験の動機であった。

その結果、

(1) 波による砂澱の場合にも、河川流の場合と同様に“ -3 乗則”が成立する。サンプリングの砂澱の山数

図-4 (b)



を多くとれば、波長の長い砂澱変位の高いスペクトル・レベルに埋もれて、短波長の規則的にみえる砂澱の周波数成分はほとんど認められない。しかし、いわゆる砂澱の周波数(あるいは波長)のところで、スペクトル・レベルのギャップがある。サンプリングの砂澱の山数を少なくして、長周期の変動を除去すると、いわゆる砂澱の波長に相当する波数とその higher harmonics のところのスペクトル・ピークが浮き出てくる(図-2)。しか

図-5 (a) 流れと波による砂漣のスペクトル

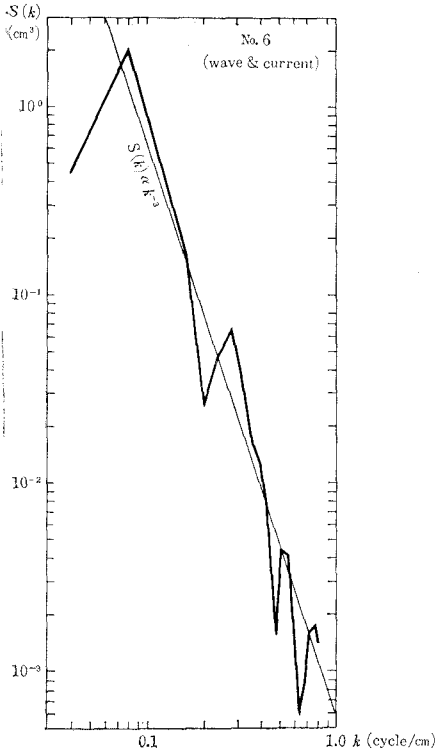


図-5 (b)

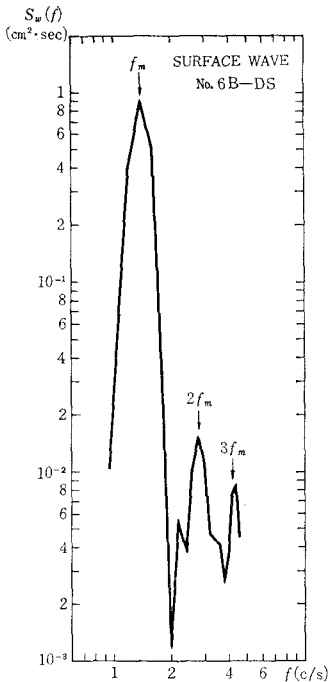
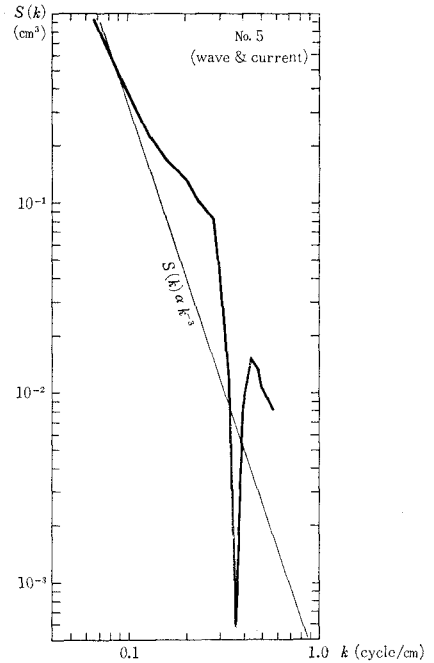


図-6 流れと波による砂漣のスペクトル (波の周期を短くした場合)



などに砂漣ができやすいのも引潮による流れの補助作用のためと考えられる。

(3) 流れと波の共存する場合には、当然のことながら、流速の増加とともに砂漣の波長が増大する。

引用文献

- 1) 日野幹雄：砂漣スペクトルの平衡領域について，東京工業大学土木工学科研究報告，No. 4, 30-34 (1968) および砂漣のスペクトル(理論と実験の比較)，第12回水理講演会講演集，91-96 (1968)。
- 2) Hino, M.: Equilibrium-range spectra of sand-waves formed by flowing water, J. Fluid Mech. Vol. 34, No. 3, (1968)
- 3) Nordin, C.F. & Algert, J.H.: Spectral analysis of sand waves, Proc. ASCE, Vol. 92, No. HY-5 (1966)。
- 4) Nordin, C.F. Jr.: Spectral properties of dune profiles, U.S. Geological Survey (1968)。
- 5) 芦田和男・田中祐一郎：砂漣に関する実験的研究，京都大学防災研究所年報，第10号，121~132 (1967)。
- 6) 福岡捷二：砂漣の発生，発達とそのスペクトル，東京工業大学土木工学科研究報告 No. 4, 45-55 (1968)。
- 7) 本間 仁・堀川清司・鹿島遼一：波による浮遊砂に関する研究，第11回海岸工学講演会講演集，159-168 (1964)。
- 8) 松梨順三郎・大味啓介：波による底質の変形について，第11回海岸工学講演会講演集，169-174 (1964)。
- 9) Rice, S.O.: Mathematical analysis on random noise, Bell System Tech. J., Vol. 23, (1944)。
- 10) Cartwright, D.E. & Longuet-Higgins, M.S.: The statistical distribution of the maxima of a random function, Proc. Roy. Soc., Vol. 237, 212 (1956)。
- 11) Blackman, R.B. & Tukey, J.W.: The measurement of power spectra from the point of view of communication engineering, Dover Publications, Inc. (1958)。

し，表面波の波高のスペクトルとは異なり， -3 乗の遞減曲線の上にこれらの変化がのっている。

(2) 波のみの場合には砂漣は発達しにくい，わずかに流れがあれば，砂漣は急激に発達する。実際，干潟