

不規則な波の入射および反射エネルギー スペクトルの測定法について

鹿 島 遼 一*

1. ま え が き

海岸において、たとえば、潜堤や防波堤について、波の透過を測定する目的で前面で入射波を測定しようとするれば、反射のレベルによって程度の差はあるが必ず反射の影響が入る。規則的な波が入射しているときは、波高分布を測定することによって、いわゆる Healy の方法を用い入射波を推定できるが、実際に来襲する波は不規則であって、定常的な波高は生じない。このように不規則な場合、入射波形は連続スペクトルをもつ定常時系列として扱われる。本文は、不規則入射波が単一の反射をして逆行するとき、入射波と反射波の重ね合せである水位に対してスペクトル解析を適用して、入射波および反射波のエネルギー スペクトルを推定する方法を述べたものである。

2. 2 点観測による入射反射スペクトル推定の原理

以下の解析では、波は峰の長い一方向に進行する入射

波と逆行する反射波だけであり、かつ、反射は単一である。入射波が周波数により一定のエネルギーをもつ正弦波のランダム位相による重ね合せであると考えられるから、入射波の波形 h_i を、

$$h_i(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(k_n x + 2\pi f_n t + \varepsilon_n) \cdots \cdots (1)$$

と表わせば、反射波は入射波と一定の位相関係をもつ逆行波として表わされ、反射波形 h_r は、

$$h_r(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cos(-k_n x + 2\pi f_n t + \varepsilon_n + \lambda_n) \cdots \cdots (2)$$

となる。ただし、 k_n は周波数 f_n に相当する波数であり、 k_n および f_n は正値をとり、 x 軸は反射波の進む向きにとってある（図-1）。また、 ε_n は f_n 成分のランダムな位相を意味し、 λ_n は入射波、反射波間に存在すべき位相差を示す。ここで点 x における入射波と、点 $x + \xi$ における時間的に τ だけ遅れた反射波との相関を見てみると、

$$\begin{aligned} h_i(x, t) h_r(x + \xi, t + \tau) &= \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(k_n x + 2\pi f_n t + \varepsilon_n) \times \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cos\{-k_n(x + \xi) + 2\pi f_n(t + \tau) + \varepsilon_n + \lambda_n\} \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n \cdot b_n}{2} \cos(\lambda_n - 2k_n x - k_n \xi + 2\pi f_n \tau) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{a_n \cdot b_n}{4} e^{i(\lambda_n - 2k_n x - k_n \xi + 2\pi f_n \tau)} + \frac{a_n \cdot b_n}{4} e^{-i(\lambda_n - 2k_n x - k_n \xi + 2\pi f_n \tau)} \right\} \cdots \cdots (3) \end{aligned}$$

いま、点 x における入射波と反射波のクロス スペクトル密度

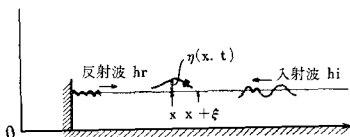
$$E_{ri}^x(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{h_i(x, t) h_r(x, t + \tau)} e^{-i2\pi f \tau} d\tau \cdots \cdots (4)$$

を用いれば、

$$\frac{a_n b_n}{4} e^{i(\lambda_n - 2k_n x)} = E_{ri}^x(f_n) df \cdots \cdots (5)$$

とできるので、和を積分でおきかえることにより、結局相互相関はクロス スペクトル密度によって表わされて

図-1



$$\begin{aligned} \overline{h_i(x, t) h_r(x + \xi, t + \tau)} &= \int_0^{\infty} E_{ri}^x(f) e^{-i[k]\xi} e^{i2\pi f \tau} df \\ &+ \int_0^{\infty} \{E_{ri}^x(f)\}^* e^{i[k]\xi} e^{-i2\pi f \tau} df \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} E_{ri}^x(f) e^{-isgn(f)[k]\xi} e^{i2\pi f \tau} df \cdots \cdots (6) \end{aligned}$$

ただし、* は共やく複素数を意味し、かつ、

$$sgn(f) = \begin{cases} 1 & f > 0 \text{ のとき} \\ 0 & f = 0 \text{ のとき} \\ -1 & f < 0 \text{ のとき} \end{cases}$$

ゆえに、

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \overline{h_i(x, t) h_r(x + \xi, t + \tau)} e^{-i2\pi f \tau} d\tau \\ = E_{ri}^x(f) e^{-isgn(f)[k]\xi} \cdots \cdots (7) \end{aligned}$$

同様にすれば、

$$\int_{-\infty}^{\infty} \overline{h_i(x + \xi, t + \tau) h_r(x, t)} e^{-i2\pi f \tau} d\tau$$

$$= \{E_{ri}^*(f)\} * e^{i \operatorname{sgn}(f)|k|\xi} \dots\dots\dots (8)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \overline{h_i(x, t) h_i(x + \xi, t + \tau)} e^{-i\pi f \tau} d\tau \\ = E_{ii}(f) e^{i \operatorname{sgn}(f)|k|\xi} \dots\dots\dots (9)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \overline{h_r(x, t) h_r(x + \xi, t + \tau)} e^{-i2\pi f \tau} d\tau \\ = E_{rr}(f) e^{-i \operatorname{sgn}(f)|k|\xi} \dots\dots\dots (10)$$

ただし, $E_{ii}(f)$ および $E_{rr}(f)$ はそれぞれ, 入射波と反射波の パワー スペクトル 密度であり, 空間的な位置 x には無関係である。実際に測定可能なのは, これらの

$$\int_{-\infty}^{\infty} \overline{\eta(x, t) \eta(x + \xi, t + \tau)} e^{-i2\pi f \tau} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \{ \overline{h_i(x, t) + \overline{h_r(x + \xi, t + \tau)}} \{ h_i(x + \xi, t + \tau) + h_r(x + \xi, t + \tau) \} e^{-i2\pi f \tau} d\tau \\ = E_{ii}(f) e^{i \operatorname{sgn}(f)|k|\xi} + E_{rr}(f) e^{-i \operatorname{sgn}(f)|k|\xi} + E_{ri}^*(f) e^{-i \operatorname{sgn}(f)|k|\xi} + \{ E_{ri}^*(f) \} * e^{i \operatorname{sgn}(f)|k|\xi} \dots\dots\dots (12)$$

いま, f として $f \geq 0$ なる f を考えることにし, かつ $|k|$ を k とかくことにして式 (12) を虚部と実部に分けて $C_\xi(f) - iQ_\xi(f)$ とすれば, C_ξ と Q_ξ は, 相関関数のそれぞれ cosine 変換, sine 変換であり, cospectrum, quad-spectrum といわれる量である。

$$C_\xi(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\eta(x, t) \eta(x + \xi, t + \tau)} \cos 2\pi f \tau d\tau \\ = \{ E_{ii}(f) + E_{rr}(f) + 2\mathbf{R}\{E_{ri}^*(f)\} \} \cos k\xi + 2\mathbf{I}\{E_{ri}^*(f)\} \sin k\xi \dots\dots\dots (13)$$

ただし, $\mathbf{R}, \mathbf{I}$ は, それぞれ実部, 虚部の意味である。

$$Q_\xi(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\eta(x, t) \eta(x + \xi, t + \tau)} \sin 2\pi f \tau d\tau = \{ E_{rr}(f) - E_{ii}(f) \} \sin k\xi \dots\dots\dots (14)$$

$\xi=0$ のときは, quadspectrum $\equiv 0$ である。そして, cospectrum は,

$$C_0(f) = 2 \int_0^\infty \overline{\eta(x, t) \eta(x, t + \tau)} \cos 2\pi f \tau d\tau = E_{ii}(f) + E_{rr}(f) + 2\mathbf{R}\{E_{ri}^*(f)\} \dots\dots\dots (15)$$

これは, 水位変動のパワー スペクトルであって, 反射のレベルが低いときには, $C_0(f) \approx E_{ii}(f)$ となる。

$$|E_{ri}^*(f)|^2 = E_{ii}(f) \cdot E_{rr}(f) \dots\dots\dots (16)$$

なる関係を考えれば, 式 (13)~(16) で入射波と反射波のエネルギー スペクトル $E_{ii}(f), E_{rr}(f)$ を求めることができる。式 (13), (14), (15) を変形して, つぎの3式を得る。

$$C_0(f) \cos k\xi - C_\xi(f) = -2 \sin k\xi \mathbf{I}\{E_{ri}^*(f)\} \dots\dots\dots (17)$$

$$C_0(f) \sin k\xi + Q_\xi(f) = 2 \sin k\xi [\mathbf{E}_{rr}(f) + \mathbf{R}\{E_{ri}^*(f)\}] \dots\dots\dots (18)$$

$$C_0(f) \sin k\xi - Q_\xi(f) = 2 \sin k\xi [\mathbf{E}_{ii}(f) + \mathbf{R}\{E_{ri}^*(f)\}] \dots\dots\dots (19)$$

ところで, 式 (16) を考慮すると,

$$E_{ii}(f) = \frac{[E_{ii}(f) + \mathbf{R}\{E_{ri}^*(f)\}]^2 + [\mathbf{I}\{E_{ri}^*(f)\}]^2}{E_{ii}(f) + E_{rr}(f) + 2\mathbf{R}\{E_{ri}^*(f)\}} \dots\dots\dots (20)$$

となるから, 式 (15), (17), (19) を代入すれば,

$$E_{ii}(f) = \frac{C_0^2(f) + C_\xi^2(f) + Q_\xi^2(f) - 2C_0(f)C_\xi(f)\cos k\xi - 2C_0(f)Q_\xi(f)\sin k\xi}{4\sin^2 k\xi C_0(f)} \dots\dots\dots (21)$$

同様にして,

$$E_{rr}(f) = \frac{[E_{rr}(f) + \mathbf{R}\{E_{ri}^*(f)\}]^2 + [\mathbf{I}\{E_{ri}^*(f)\}]^2}{E_{ii}(f) + E_{rr}(f) + 2\mathbf{R}\{E_{ri}^*(f)\}} \\ = \frac{C_0^2(f) + C_\xi^2(f) + Q_\xi^2(f) - 2C_0(f)C_\xi(f)\cos k\xi + 2C_0(f)Q_\xi(f)\sin k\xi}{4\sin^2 k\xi C_0(f)} \dots\dots\dots (22)$$

また, 規則波の場合の波高比による反射率と同様のものとして,

$$r(f) \equiv \sqrt{\frac{E_{rr}(f)}{E_{ii}(f)}} \dots\dots\dots (23)$$

を考えれば,

$$r(f) = \sqrt{\frac{C_0^2(f) + C_\xi^2(f) + Q_\xi^2(f) - 2C_0(f)C_\xi(f)\cos k\xi + 2C_0(f)Q_\xi(f)\sin k\xi}{C_0^2(f) + C_\xi^2(f) + Q_\xi^2(f) - 2C_0(f)C_\xi(f)\cos k\xi - 2C_0(f)Q_\xi(f)\sin k\xi}} \dots\dots\dots (24)$$

以上の式 (21), (22), (24) が2点の水位観測から, 入射波および反射波スペクトルと反射率を推定する場合の算定式である。

個々の波形ではなく合成された水位 η であり, それは, 入射波形と反射波形の和で表わされる。厳密に言えば干渉項もあると考えなければならないが, 非線形性の弱いモデルについて論ずることにする。すなわち,

$$\eta(x, t) = h_i(x, t) + h_r(x, t) \dots\dots\dots (11)$$

波向に沿って, 間隔 ξ なる2点 x および $(x + \xi)$ で水位を計測し, それらの相互相関を求めて, 時間差 τ についてフーリエ変換することを考える。実際の平均の演算は, 時間的平均におきかえる。

3. 3 点観測の原理

2. に述べた方法において、2 点の観測に独立な雑音（読取り誤差と考えてよい）が入っているとすると、影響のあらわれる部分がある。すなわち、それは水位変動

のパワー スペクトル $C_0(f)$ であって、雑音のパワー分だけ偏りが生じる。それをさけるためには、 $C_0(f)$ のかわりにもう一点観測点をまして、cospectrum を用いられよい。したがって、3 点観測からつぎの量を算定する。

$$C_{\xi_1}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\eta(x, t) \eta(x + \xi_1, t + \tau)} \cos 2\pi f \tau d\tau \\ = [E_{ii}(f) + E_{rr}(f) + 2\mathbf{R}\{E_{ri}^*(f)\}] \cos k\xi_1 + 2\mathbf{I}\{E_{ri}^*(f)\} \sin k\xi_1 \quad \dots\dots\dots(25)$$

$$Q_{\xi_1}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\eta(x, t) \eta(x + \xi_1, t + \tau)} \sin 2\pi f \tau d\tau = [E_{rr}(f) - E_{ii}(f)] \sin k\xi_1 \quad \dots\dots\dots(26)$$

$$C_{\xi_2}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{\eta(x, t) \eta(x + \xi_2, t + \tau)} \cos 2\pi f \tau d\tau \\ = [E_{ii}(f) + E_{rr}(f) + 2\mathbf{R}\{E_{ri}^*(f)\}] \cos k\xi_2 + 2\mathbf{I}\{E_{ri}^*(f)\} \sin k\xi_2 \quad \dots\dots\dots(27)$$

式 (25) と (27) より、

$$C_{\xi_1}(f) \sin k\xi_2 - C_{\xi_2}(f) \sin k\xi_1 = [E_{ii}(f) + E_{rr}(f) + 2\mathbf{R}\{E_{ri}^*(f)\}] \sin k(\xi_2 - \xi_1) \quad \dots\dots\dots(28)$$

$$C_{\xi_1}(f) \cos k\xi_2 - C_{\xi_2}(f) \cos k\xi_1 = -2 \sin k(\xi_2 - \xi_1) \mathbf{I}\{E_{ri}^*(f)\} \quad \dots\dots\dots(29)$$

式 (26) と (28) から、

$$C_{\xi_1}(f) \sin k\xi_2 - C_{\xi_2}(f) \sin k\xi_1 + Q_{\xi_1}(f) \frac{\sin k(\xi_2 - \xi_1)}{\sin k\xi_1} = 2 \sin k(\xi_2 - \xi_1) [E_{rr}(f) + \mathbf{R}\{E_{ri}^*(f)\}] \quad \dots\dots\dots(30)$$

同じく、

$$C_{\xi_1}(f) \sin k\xi_2 - C_{\xi_2}(f) \sin k\xi_1 - Q_{\xi_1}(f) \frac{\sin k(\xi_2 - \xi_1)}{\sin k\xi_1} = 2 \sin k(\xi_2 - \xi_1) [E_{ii}(f) + \mathbf{R}\{E_{ri}^*(f)\}] \quad \dots\dots\dots(31)$$

これらを式 (20) および (22) の前半に代入すると、

$$E_{ii}(f) = \frac{C_{\xi_1}^2(f) + C_{\xi_2}^2(f) + Q_{\xi_1}^2(f) \frac{\sin^2 k(\xi_2 - \xi_1)}{\sin^2 k\xi_1} - 2 C_{\xi_1}(f) C_{\xi_2}(f)}{4 \sin k(\xi_2 - \xi_1)} \\ \frac{\cos k(\xi_2 - \xi_1) - 2 Q_{\xi_1}(f) \sin k(\xi_2 - \xi_1)}{\{C_{\xi_1}(f) \sin k\xi_2 - C_{\xi_2}(f) \sin k\xi_1\}} \left\{ C_{\xi_1}(f) \frac{\sin k\xi_2}{\sin k\xi_1} - C_{\xi_2}(f) \right\} \quad \dots\dots\dots(32)$$

$$E_{rr}(f) = \frac{C_{\xi_1}^2(f) + C_{\xi_2}^2(f) + Q_{\xi_1}^2(f) \frac{\sin^2 k(\xi_2 - \xi_1)}{\sin^2 k\xi_1} - 2 C_{\xi_1}(f) C_{\xi_2}(f)}{4 \sin k(\xi_2 - \xi_1)} \\ \frac{\cos k(\xi_2 - \xi_1) + 2 Q_{\xi_1}(f) \sin k(\xi_2 - \xi_1)}{\{C_{\xi_1}(f) \sin k\xi_2 - C_{\xi_2}(f) \sin k\xi_1\}} \left\{ C_{\xi_1}(f) \frac{\sin k\xi_2}{\sin k\xi_1} - C_{\xi_2}(f) \right\} \quad \dots\dots\dots(33)$$

反射率については、

$$r(f) = \sqrt{\frac{C_{\xi_1}^2(f) + C_{\xi_2}^2(f) + Q_{\xi_1}^2(f) \frac{\sin^2 k(\xi_2 - \xi_1)}{\sin^2 k\xi_1} - 2 C_{\xi_1}(f) C_{\xi_2}(f)}{C_{\xi_1}^2(f) + C_{\xi_2}^2(f) + Q_{\xi_1}^2(f) \frac{\sin^2 k(\xi_2 - \xi_1)}{\sin^2 k\xi_1} - 2 C_{\xi_1}(f) C_{\xi_2}(f)}} \\ \frac{\cos k(\xi_2 - \xi_1) + 2 Q_{\xi_1}(f) \sin k(\xi_2 - \xi_1)}{\cos k(\xi_2 - \xi_1) - 2 Q_{\xi_1}(f) \sin k(\xi_2 - \xi_1)} \left\{ C_{\xi_1}(f) \frac{\sin k\xi_2}{\sin k\xi_1} - C_{\xi_2}(f) \right\} \quad \dots\dots\dots(34)$$

4. 実 験

以上の結果を実際に適用して、有効性を確かめるために実験を行なった。図-2 に装置の配置を示す。幅 90 cm、高さ 1.0 m、長さ 80 m の風洞付水路の中間部、風の吹口から 38 m のところで、長さ 1.8 m にわたって水路を二分し、片側に水平から 65.5° の反射板を設置し、その前面の中心線上に 3 台の波高計をおいた。また反対側の中心線上で 3 台の波高計のうち最も反射板寄り

の 1 台と、仕切りに関して対称な位置に、1 台の波高計を置いた。波高計は径 2 mm のステンレス鋼棒を電極とした抵抗式波高計である。1 台の波高計がおかれている側は、反射板がなく仕切板後方 7 m から 1:20 の消波斜面になっており、反射の影響を受けない波高測定が可能である。水深を 30 cm とし、高周波数の波を減衰させる目的で、仕切り板の前方約 6 m の点で、平均水面上 14 cm のところから風を抜き、また、反射板と消波斜面の水面上近くには、厚さ約 2 cm の乱髪状のクッションを

張った。計測は送風機の回転が、一定レベルに達してから25分経過ののち、6分間行なった。風速は平均4.4 m/secを与えた。記録は各波高計からの出力のほかに、アナログ計算機の引算機をつかって、図-2の波高計aの出力から波高計dの出力を差し引いたものも含んでいる。このようにしてさせた発生実験波には、当然、方向分散があるので、 x 軸方向にしか現象の変化がないとしている2., 3.のモデルと完全に合致してはいないが、方向分散は無視できるとする。したがって室田、山田¹⁾にならってd波高計により入射波の、また、a波高計とd波高計の差により反射波の測定に対応させている。記録の例を図-3に示す。計算に用いた測定記録の長はさ300秒で、サンプリング間隔は0.1秒、相関関数を算定したラグの範囲は+10.0秒~-10.0秒である。

5. 計算結果

スペクトルの計算方式は赤池²⁾の方法によっている。スペクトルウィンドウは $W_1(0.2434, 0.5132, 0.2434)$ を用いた。点aにおける水位のパワー スペクトル $C_0(f)$ を図-4に、また5.2 cm はなれたa, bの水位の cospectrum $C_{\xi_1}(f)$ と quadspectrum $Q_{\xi_1}(f)$ を図-5に示す。9.9 cm はなれた点a, cの水位の cospectrum $C_{\xi_2}(f)$ は図-6である。 $1.5 \text{ c/sec} \leq f \leq 2.5 \text{ c/sec}$ の範囲にスペクトルは集まっており、 1.0 c/sec 以下および 3.0 c/sec 以上では、雑音レベルに近いことがわかる。これから、式(21), (22), (32), (33)の計算を行なう際の諸係数の周波数 f に関する変化を示したのが図-7, 8

図-2 実験装置

(単位: cm)

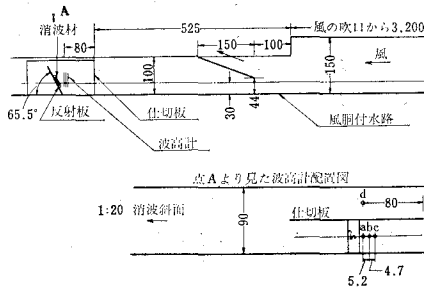


図-3 記録例

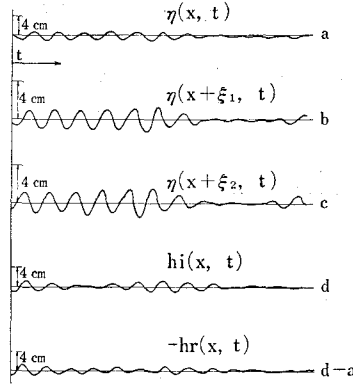


図-4 aの水位のパワー スペクトル $C_0(f)$

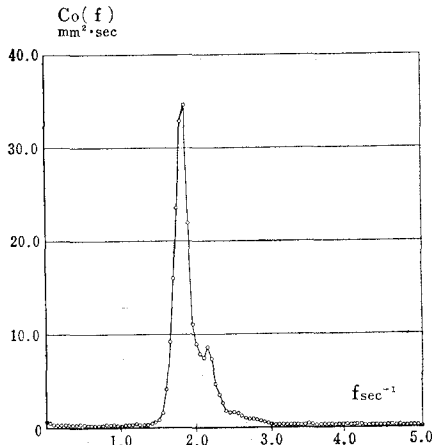
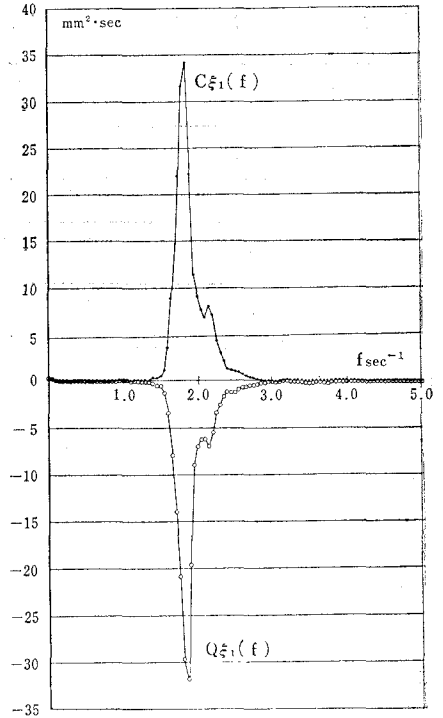


図-5 a, bの水位の Cospectrum C_{ξ_1} と Quadspectrum Q_{ξ_1}



である。これらから、係数の特異性があらわれる点近くのように、急激に変化しているところは、スペクトル計算の分解能の問題もあって、精度が悪くなるため、スペクトルの主要部分に入らないように気をつける必要がある。2点観測、あるいは、3点観測のどちらの場合においても観測点の間隔は、解析したい周波数の高周波側の限界に相当する波の波長の1/2より小さくとらなければならない。また、3点観測の場合3点を等間隔に配置することが望ましい。図-9は、2点法および3点法によって推定された入射波パワー スペクトルを、波高計dによる反射のない場合のスペクトルと比較して示したものである。1.8 c/sec近くのピークのほかに、推定値においては、1 c/sec以下と3 c/sec以上で、大きいパワーが出ているが、これは明らかに係数の挙動と雑音レベルが、相対的に高くなっているためであり、あらかじめ、水位のスペクトルから判断して真のピークと区別できる。1.8 c/secを中心とする真のピーク近くでは、2点法、3点法ともにかなり良く、入射波スペクトルと見なされる無反射側のスペクトルと一致しているといえよう。ピークの高さにおいて、多少の差がある程度である。ところでこれを反射率について見ると、2点法と3点法では差がある。図-10は2点法による反

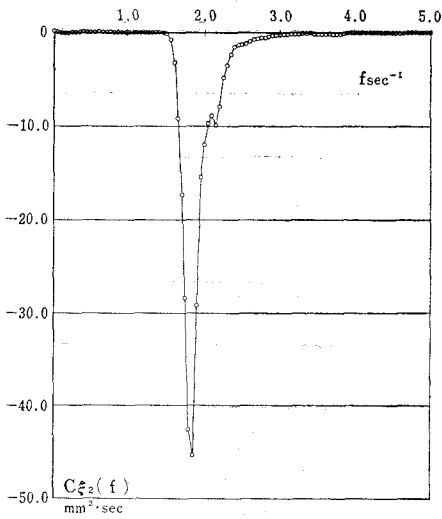
図-6 a, c の水位 Cospectrum C_{ξ_2} 

図-7 2点観測の係数

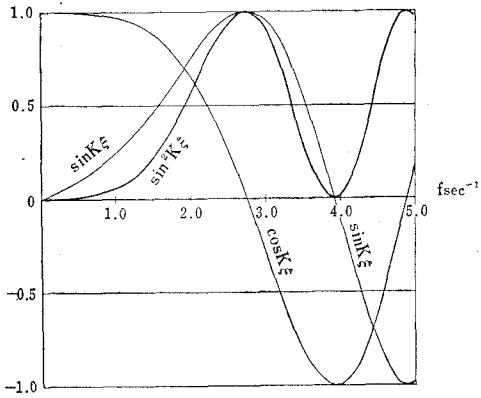


図-8 3点観測の係数

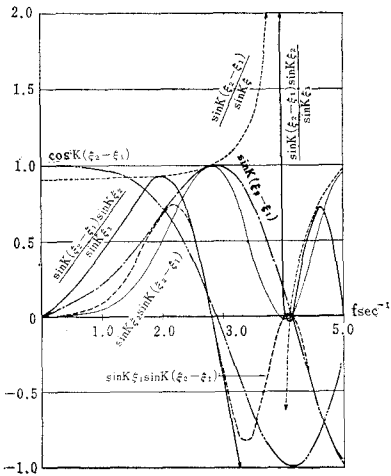


図-9 入射波パワー スペクトル推定値と反射のない場合のパワー スペクトルの比較

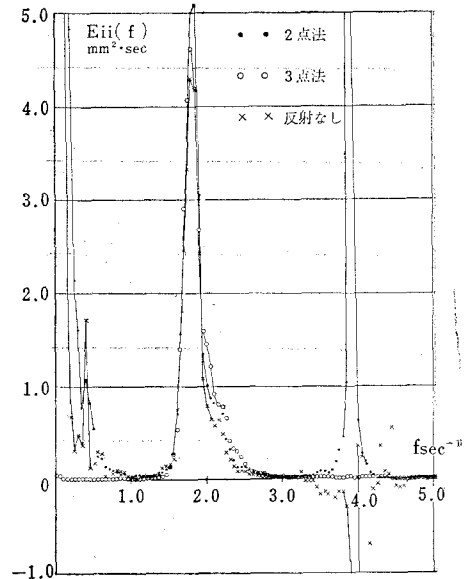
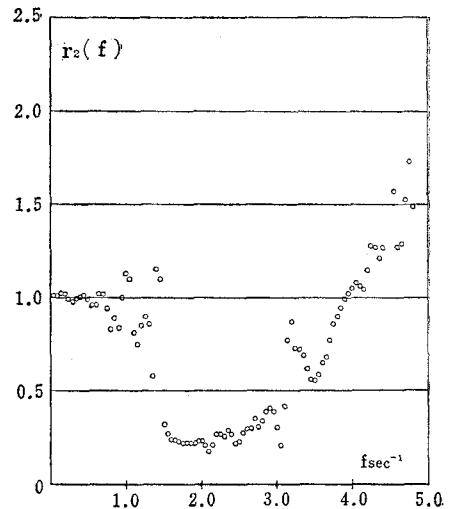


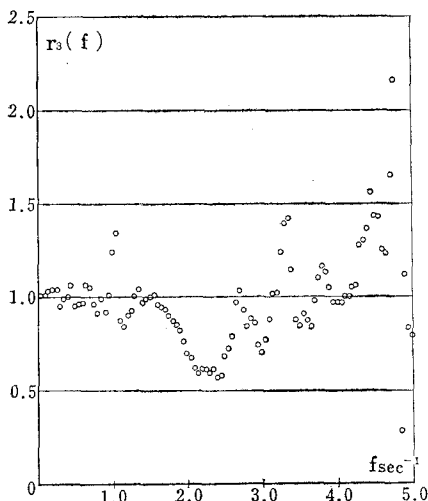
図-10 2点法による反射率



ては、反射率の一番おちるのが、2.1 c/sec~2.5 c/sec の範囲で 0.6 を示しておりパワー スペクトルのピークとは一致していない。ピーク付近の 1.6 c/sec~2.1 c/secの間では、反射率は1から0.6まで直線的におちており、ピークに相当するところで 0.85 を示している。パワー スペクトルのピーク付近で最低の反射率を示し、かつ、その近くではほぼ一定のレベルを保っている点では、2点法の示しているの方が、たしからしさがあるが、これを室田³⁾の研究と比較すると、反射率が0.2というのは低すぎると考えられる。波高計dの記録から約150波に対して算定した1/3最大波高は24.3 mmである。同様に波高計dとaの出力の差を反射波とみなせば、その1/3最大波高は13.7 mmである。これから反射率は0.56と

射率を示し、図-11は3点法による反射率である。2点法では1.5 c/sec~2.5 c/secの範囲で大体一定の低レベルを示し、とくにパワー スペクトルのピーク近くで変化がなく、約0.2を示している。これが3点法におい

図-11 3点法による反射率



なる。この値は3点法による反射率の最低値にほぼ近いが、入射波パワースペクトルのピークに相当するところでは、両法の示す値の中間である。以上2., 3.に述べたモデルを実験に適用したわけであるが、入射波パワースペクトルの推定については、2., 3.に述べた方法の差はあまりなく、入射波パワーと見なすべき反射板のない側の観測結果と近い結果を得た。しかし反射率については、計算法による差が見られた。この原因が何であるかはさらに検討を要する。

6. あとがき

2点観測法にしろ、3点観測法にしろ、一定距離を進行する素波と逆行する素波の位相の進み方から判別する。このとき、ある点で入射する素波と反射する素波の間に「一定」の位相差があることを期待しているのである。一定でさえあれば良い。これを一步進めて、位相差の内容に立ち入れば、1点における水位計測から、入射、反射のパワーを判別する可能性がある。クロススペクトルの性質を考えると、水位のパワースペクトルは式(15)から

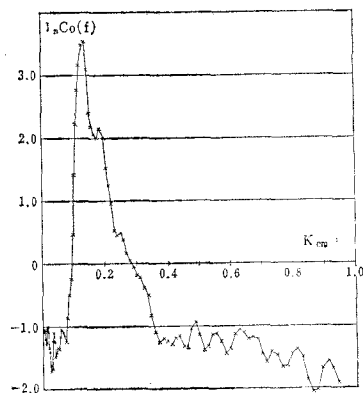
$$C_0(f) = E_{ii}(f) + E_{rr}(f) + 2\sqrt{E_{ii}(f) \cdot E_{rr}(f)} \cos kl \dots (35)$$

ただし、 l は入射波が計測点を通過し、反射して、再び計測点に戻るまでの進行距離である。対数をとれば、

$$\begin{aligned} \ln C_0(f) &= \ln \{E_{ii}(f) + E_{rr}(f)\} \\ &+ \ln \left\{ 1 + \frac{2r(f)}{1+r^2(f)} \cos kl \right\} \\ &= \ln \{E_{ii}(f) + E_{rr}(f)\} \\ &+ \frac{2r}{1+r^2} \cos kl - \frac{2r^2}{1+r^2} \cos^2 kl \dots (36) \end{aligned}$$

したがって反射率が小さいとき、あるいは反射率が小さい周波数範囲では、水位変動のパワースペクトルの対数を波数 k に対してプロットすると、入射波および反射波

図-12 波数に対してプロットした水面変動の対数パワースペクトル



のパワースペクトルの和に相当する部分の上に k 軸に沿って波数 $2\pi/l$ の波がのっていることになる。もしこの対数パワースペクトルにあらわれる波を、分離できれば、その包絡線から反射率が決定できる。入射波パワースペクトルと反射波パワースペクトルの和 $E_{ii}(f) + E_{rr}(f)$ の対数、および反射率 r の波数による変化のパターンが反射率のripple $2r \cos kl$ にくらべて、ゆるやかであれば可能であろう。図-12に $C_0(f)$ のそのようなプロットを示しておく。今回はこの試みは失敗に終わった。それは水面変動のパワースペクトルのピーク近くでの変化が大きく、rippleをうまく分離できなかったためである。この1点観測のアイデアはBogert, Healy & Tukey⁴⁾によるものである。1点観測はうねりのように峰の長い波で、反射が単一であれば、反射波は逆行波である必要がない点からも魅力がある方法である。しかしわれわれが手に入れうるパワースペクトルの推定値にともなう変動性のために、スペクトルの中に存在しているrippleを検出するのはかなり困難であろうと考えられる。実際、Bogert⁴⁾らの例では数値的にechoを発生させたときは、顕著に一定の l があらわれるが、地震波でははっきりしない。現在までのところ、一点観測は非常にむずかしいと考えている。

謝辞：実験は当所の斉藤昭三氏にご協力いただいた。またデータ整理、図面の作製については当所の長谷川寛氏に負うところが多い。両氏に謝意を表わします。

参考文献

- 1) 室田 明：山田哲二：反射に関する基礎的研究，第13回海岸工学講演会講演集，1966。
- 2) 赤池弘次：スペクトル推定の統計理論，スペクトル推定の実際，統計数理研講習会テキスト，1964。
- 3) 室田 明：粗な斜面からの反射に関する実験的研究，第14回海岸工学講演会講演集，1967。
- 4) Bogert, B.P., M.J.R. Healy & J.W. Tukey, : The quefrency analysis of time series for echoes, cepstrum, pseudo-autocovariance, cross-cepstrum and saphe cracking, Time Series Analysis (ed. M. Rosenblatt), 1963.