

ピアソン型分布による海の波

久宝雅史*・竹沢三雄**・天埜智雄***

1. 概 説

海の波の確率分布は、一般に正規分布、ガンマ分布、レイレー分布、グラム・シャリエ級数分布、あるいはピアソン分布などに近似すると論ぜられているが、ここでは、海の波の長周期波の例として潮汐を、普通周期波の例として波に関する確率分布について論述する。

潮汐や波は、それぞれ一つの振動系であることから、ここで論ずる確率分布は、それぞれの水位に関する確率分布であり、潮汐に関しては潮位の確率分布を、波に関しては波の水位の確率分布を、ピアソン型分布として取り扱った。

潮位や波の水位などの変数は、ときどき異常値をとることがある。しかし、これらの変数は、ある範囲内の振動であって、その振幅は有限である。したがって、潮位や波の水位などの変数を有限な値であると考えた場合、それらの確率分布が両端有限の条件をもつピアソンⅠ型あるいはⅡ型の分布をすると思われる。また、この条件がみたされれば、潮汐の満潮面および干潮面の確率分布は、潮位の分布曲線であるピアソンⅠ型分布曲線式を微分した型の式で表わさることはあきらかであり、同様に波の水位の確率分布を微分することによって、静水面を中心とした波峯位および波底位の確率分布が得られる。

これらの確率分布がピアソン型分布あるいはピアソン型分布を微分した分布型で満足されるかどうかについて検討したものである。

2. 潮位の分布

潮位の統計に関しては、筆者らが前に発表¹⁾したようにピアソンⅠ型分布曲線²⁾

$$y = y_0 \left(1 + \frac{x}{a}\right)^{\nu a} \left(1 - \frac{x}{b}\right)^{\nu b} \dots\dots\dots (1)$$

によって十分満足される結果が得られた。ただし、式(1)で y_0 はモード、 a はモードの位置から下限までの距離、 b はモードの位置から上限までの距離、 ν は定数である。式(1)の計算は、一般に乗積モーメント法によって定数が求められるが³⁾、ここでは前に発表した方

法¹⁾で計算し、潮汐表³⁾より東京(築地)、名古屋、神戸、室蘭、宮古、横浜、姫路(飾磨)、宇野、三池、油津の10地点を選び、各地点の1年間の潮位について⁴⁾、つぎのようなピアソンⅠ型分布曲線式が得られた。

$$\text{東京(築地)}: y = 1359 \left(1 + \frac{x}{160}\right)^{3.4496} \left(1 - \frac{x}{80}\right)^{1.9404} \dots\dots (2)$$

$$\text{名古屋}: y = 1383 \left(1 + \frac{x}{180}\right)^{2.8890} \left(1 - \frac{x}{130}\right)^{2.0855} \dots\dots (3)$$

$$\text{神戸}: y = 1085 \left(1 + \frac{x}{130}\right)^{3.5022} \left(1 - \frac{x}{80}\right)^{2.1522} \dots\dots (4)$$

$$\text{室蘭}: y = 1257 \left(1 + \frac{x}{140}\right)^{3.9998} \left(1 - \frac{x}{80}\right)^{2.2856} \dots\dots (5)$$

$$\text{宮古}: y = 1174 \left(1 + \frac{x}{120}\right)^{5.0568} \left(1 - \frac{x}{60}\right)^{2.5284} \dots\dots (6)$$

$$\text{横浜}: y = 1333 \left(1 + \frac{x}{140}\right)^{2.6250} \left(1 - \frac{x}{80}\right)^{1.5000} \dots\dots (7)$$

$$\text{姫路(飾磨)}: y = 1123 \left(1 + \frac{x}{130}\right)^{3.9520} \left(1 - \frac{x}{100}\right)^{3.0490} \dots\dots (8)$$

$$\text{宇野}: y = 1389 \left(1 + \frac{x}{160}\right)^{2.8886} \left(1 - \frac{x}{140}\right)^{2.5270} \dots\dots (9)$$

$$\text{三池}: y = 1407 \left(1 + \frac{x}{350}\right)^{1.7780} \left(1 - \frac{x}{250}\right)^{1.2700} \dots\dots (10)$$

$$\text{油津}: y = 1374 \left(1 + \frac{x}{160}\right)^{3.4400} \left(1 - \frac{x}{100}\right)^{2.1500} \dots\dots (11)$$

これらのピアソン型分布曲線を図示した結果、潮位の分布はピアソンⅠ型分布曲線式で十分満足されると思われる。また、東京(築地)はじめ10地点の満潮面および干潮面の分布は、式(1)で示したピアソン型分布曲線式を微分した式

$$Y = y_0 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)^{\nu} x \left(1 + \frac{x}{a}\right)^{\nu a - 1} \left(1 - \frac{x}{b}\right)^{\nu b - 1} \cdot dx \dots\dots\dots (12)$$

で表わせるから、式(12)を式(2)~(11)に適用すると、つぎの式(13)~(22)が求まる。

$$\text{東京}: Y = 5.1642x \left(1 + \frac{x}{160}\right)^{2.4496} \left(1 - \frac{x}{90}\right)^{0.9404} \dots\dots\dots (13)$$

$$\text{名古屋}: Y = 2.9388x \left(1 + \frac{x}{180}\right)^{1.8890} \left(1 - \frac{x}{130}\right)^{1.0855} \dots\dots\dots (14)$$

$$\text{神戸}: Y = 5.9014x \left(1 + \frac{x}{130}\right)^{2.5022} \left(1 - \frac{x}{80}\right)^{1.1522} \dots\dots\dots (15)$$

* 正会員 工博 日本大学教授 理工学部

** 正会員 日本大学理工学部

*** 学生会員 日本大学大学院

$$\text{室 蘭: } Y=7.0392x\left(1+\frac{x}{140}\right)^{2.9998}\left(1-\frac{x}{80}\right)^{1.2856} \quad \dots\dots\dots(16)$$

$$\text{宮 古: } Y=12.3270x\left(1+\frac{x}{120}\right)^{4.0568}\left(1-\frac{x}{60}\right)^{1.5284} \quad \dots\dots\dots(17)$$

$$\text{横 浜: } Y=4.9187x\left(1+\frac{x}{140}\right)^{1.6250}\left(1-\frac{x}{80}\right)^{0.5000} \quad \dots\dots\dots(18)$$

$$\text{姫 路 (飾磨): } Y=6.7492x\left(1+\frac{x}{130}\right)^{2.9520}\left(1-\frac{x}{100}\right)^{2.0400} \quad \dots\dots\dots(19)$$

$$\text{宇 野: } Y=3.3614x\left(1+\frac{x}{160}\right)^{1.8880}\left(1-\frac{x}{140}\right)^{1.5270} \quad \dots\dots\dots(20)$$

$$\text{三 池: } Y=0.4903x\left(1+\frac{x}{130}\right)^{0.7780}\left(1-\frac{x}{250}\right)^{0.2700} \quad \dots\dots\dots(21)$$

$$\text{油 津: } Y=4.8004x\left(1+\frac{x}{160}\right)^{2.4400}\left(1-\frac{x}{100}\right)^{1.1500} \quad \dots\dots\dots(22)$$

したがって、満潮面および干潮面の分布も、潮位の分布と同様にピアソンⅠ型分布曲線式を微分した式でかなり近似した曲線が得られる。ただし、これらの潮位のデータは、昭和39年潮汐表³⁾より得たもので、その期間、昭和39年1月1日から12月31日までの1年間で、潮位の階級値間隔 (Δx) は10 cm とした。

こうして、筆者らが前に発表¹⁾したように、潮位に関してはピアソン型の分布が十分に満足するものといえよう。

3. 波の統計

いま、浅水波の波高を H とすると、静水面の位置は、図-1のように、半波高 ($H/2$) より軌道中心上昇高 (δ_0) を減じた位置で、波底より

$$\frac{1}{2}H\left(1-\frac{\pi H}{L}\coth\frac{2\pi h}{L}\right)$$

の位置になる。ただし、

$$\delta_0 = \frac{\pi H^2}{2L} \coth \frac{2\pi h}{L}$$

L : 波 長

h : 水 深

したがって、静水面からの

波底位 x_b は、

$$x_b = -\frac{H}{2} + \frac{kH^2}{2} \quad \dots\dots\dots(23)$$

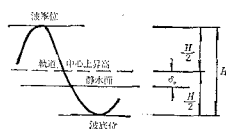
となり、また、静水面からの波峯位 x_c は、

$$x_c = \frac{H}{2} + \frac{kH^2}{2} \quad \dots\dots\dots(24)$$

で表わせる。ただし、

$$k = \frac{\pi}{L} \coth \frac{2\pi h}{L}$$

図-1 波峯位、波底位



ここで、波高 H とその頻度 n から、波の水位とその頻度および波峯位 x_c 、波底位 x_b とその頻度を求めることにする。たとえば、

図-2 波高の頻度

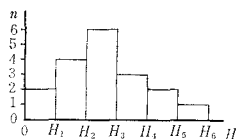


図-2の波高の頻度分布が

得られたとすると、その水位の頻度分布は図-3のように波高の累加頻度で表わされ、水位の静水面を考慮すると図-3, 4に示すように、静水面を中心に、静水面上の水位 x_c と静水面下の水位 x_b の水位の分布が得られる。この水位の分布も、潮位の分布と同様に、両端有限のピアソンⅠ型分布曲線で表わせる。さらに、この水位の分布曲線式を微分することにより、波峯位および波底位の頻度分布が求められる。

つぎに、この計算例について示すと、まず、観測台帳より一日最大波高 $H_{\max}$ と一日最大周期 $T_{\max}$ を求め、波高と周期のそれぞれの確率分布から、波高の大きいものは周期もまた大きいものとし、各波高に相関する周期を仮定し、その周期 T から波長 L をもとめ、軌道中心上昇高を計算し、波高の各階級値についての静水面を求めた。たとえば、鹿島⁵⁾において、昭和37年3月10日

図-3 水位の頻度 (波高の累加頻度)

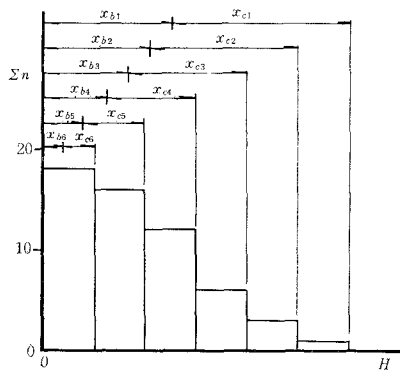


図-4 波の水位の頻度分布

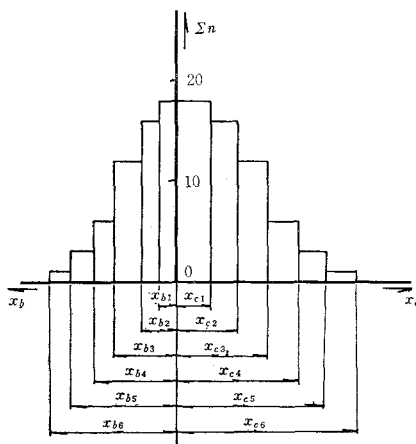


図-5 (a) 鹿島港最大波高頻度図

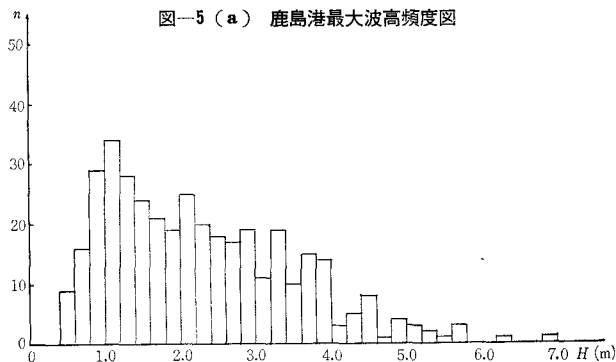


図-5 (b) 鹿島港最大周期頻度図

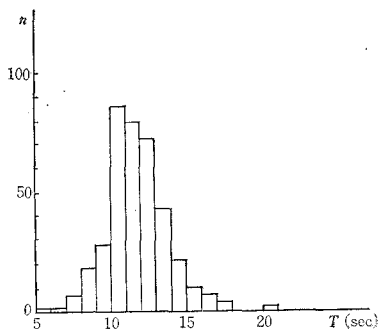


図-6 鹿島港波高累加頻度図

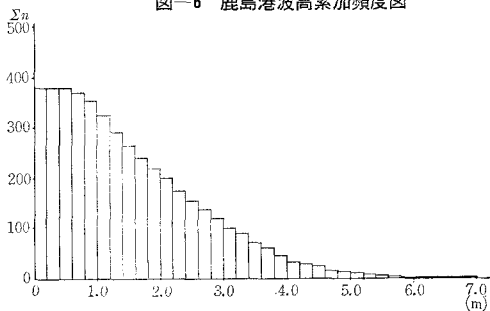
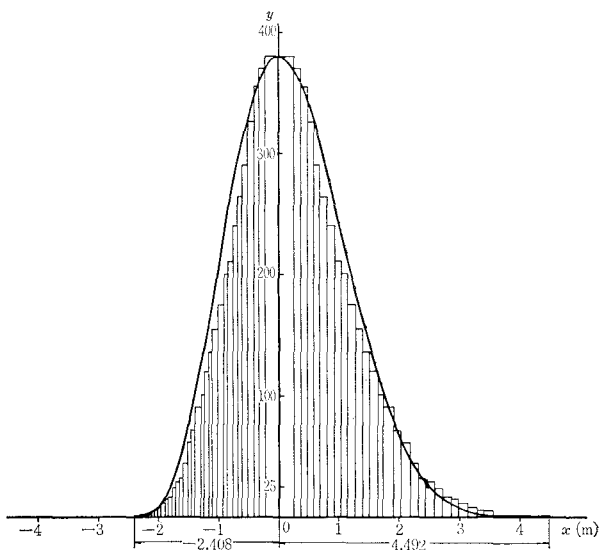


図-7 鹿島港水位分布図



$$y = 380 \left(1 + \frac{x}{2.408} \right)^{3.5580} \left(1 - \frac{x}{4.492} \right)^{6.6418} \dots (25)$$

から昭和38年3月31日までに観測された最大波高 $H_{\max}$ および最大周期 $T_{\max}$ の頻度グラフは図-5 (a), (b) のようになる。図-5 (a), (b) から、波高 H と周期 T は表-1 のように仮定し、各水位に関する軌道中心上昇高を計算し、静水面を決定した。

図-6 は波高の累加頻度図で、これは波の水位の頻度を示し、図-7 は、静水面を中心に静水面上の水位 x_c の頻度と静水面下の水位 x_b の頻度である。

したがって、この水位の頻度分布を潮位の頻度分布と同様にピアソンⅠ型分布曲線にあてはめてみると、

で示される。ただし、定数 ν は潮位の場合と同様に各階級値で算出された値のうち、似た値を平均した。

表-1 波高、周期と軌道中心上昇による波の水位計算

H (m)	T (sec)	δ_0 (m)	x_b (m)	x_c (m)	H (m)	T (sec)	δ_0 (m)	x_b (m)	x_c (m)
0.5	9	0.006	-0.244	0.256	3.9	13	0.349	-1.601	2.299
0.7	10	0.012	-0.338	0.362	4.1	14	0.383	-1.667	2.433
0.9	10	0.020	-0.430	0.470	4.3	14	0.421	-1.729	2.571
1.1	10	0.030	-0.520	0.580	4.5	14	0.461	-1.789	2.711
1.3	12	0.040	-0.610	0.690	4.7	15	0.495	-1.855	2.845
1.5	12	0.053	-0.697	0.803	4.9	15	0.538	-1.912	2.988
1.7	12	0.068	-0.782	0.918	5.1	16	0.577	-1.973	3.127
1.9	12	0.084	-0.866	1.034	5.3	16	0.624	-2.026	3.274
2.1	12	0.103	-0.947	1.153	5.5	17	0.664	-2.086	3.414
2.3	12	0.124	-1.026	1.274	5.7	17	0.713	-2.137	3.563
2.5	12	0.146	-1.104	1.396	5.9	17	0.764	-2.186	3.714
2.7	12	0.171	-1.179	1.521	6.1	17	0.817	-2.233	3.867
2.9	12	0.197	-1.253	1.647	6.3	17	0.871	-2.279	4.021
3.1	13	0.221	-1.329	1.771	6.5	17	0.928	-2.322	4.178
3.3	13	0.250	-1.400	1.900	6.7	17	0.985	-2.365	4.335
3.5	13	0.281	-1.469	2.031	6.9	17	1.042	-2.408	4.492
3.7	13	0.315	-1.535	2.165					

また、波峯位、波底位の頻度分布は、式 (25) を微分した型の分布曲線式

$$Y = 179x \left(1 + \frac{x}{2.408}\right)^{2.5580} \left(1 - \frac{x}{4.492}\right)^{5.6418} \dots\dots\dots (26)$$

図-8 (a) 鹿島港波峯位頻度図

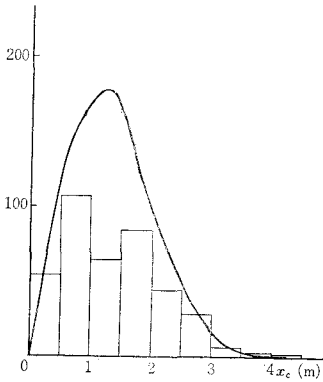


図-8 (b) 鹿島港波底位頻度図

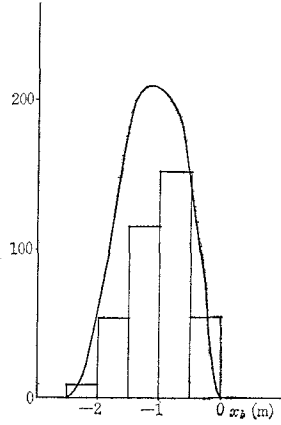


図-9 小樽の水位頻度図

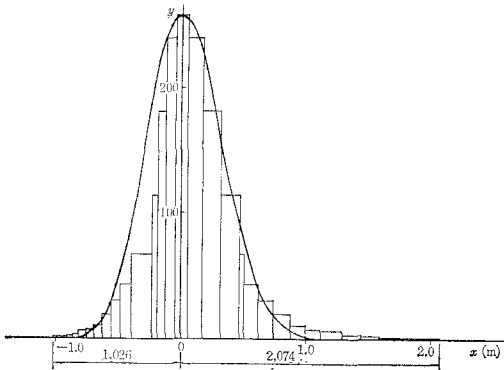
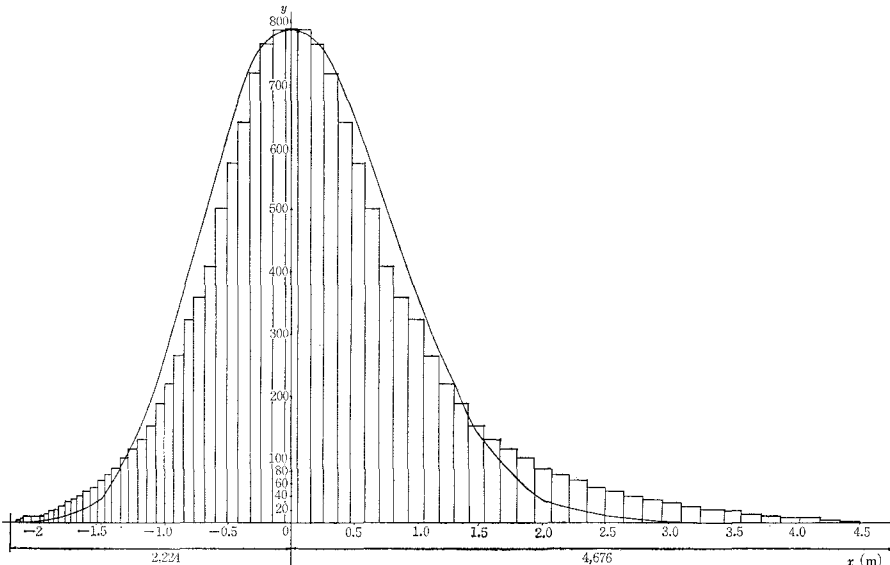


図-10 大樹水位頻度図



となり、図-8 (a), (b) のようになる。

そのほか、小樽⁶⁾、大樹、江の島⁷⁾についても同様の計算を行なうと、小樽での波の水位分布は、

$$y = 258 \left(1 + \frac{x}{1.026}\right)^{7.7463} \left(1 - \frac{x}{2.074}\right)^{15.6587} \dots (27)$$

で、波峯位および波底位の分布は

$$Y = 567.5x \left(1 + \frac{x}{1.026}\right)^{6.7463} \cdot \left(1 - \frac{x}{2.074}\right)^{14.6587} \dots\dots\dots (28)$$

となり、大樹での水位分布は、

$$y = 790 \left(1 + \frac{x}{2.224}\right)^{5.7548} \left(1 - \frac{x}{4.676}\right)^{12.0996} \dots\dots\dots (29)$$

で、波峯位および波底位の分布は、

$$Y = 678x \left(1 + \frac{x}{2.224}\right)^{4.7548} \cdot \left(1 - \frac{x}{4.676}\right)^{11.0996} \dots\dots\dots (30)$$

で与えられた。また、江の島では、一日最大有義波に関して求めたもので、その水位分布は、

$$y = 445 \left(1 + \frac{x}{1.482}\right)^{5.8122} \left(1 - \frac{x}{2.018}\right)^{7.9143} \dots (31)$$

となり、波峯位および波底位の分布は、

$$Y = 1020.8x \left(1 + \frac{x}{1.482}\right)^{4.8122} \left(1 - \frac{x}{2.018}\right)^{6.9143} \dots\dots\dots (32)$$

となる。これを図示すると 図-9~11 と 図-12 (a), (b)~図-14 (a), (b) のようになる。しかし、これらの港の波高の観測記録は、鹿島に比してやや不十分なものを感じられ、十分満足した結果が得にくかった。

4. 結 論

以上、潮汐や波の統計にピアソン I 型分布曲線式を適用したが、それらのデータが短期間のものであったために場所によっては好結果を得ることはできなかった。しかし、潮汐や波などの海の波の統計は、ピアソン I 型分布曲線で十分近似できると思われる。とくに、潮位の統計では、このピアソン

図-11 江の島の水位頻度図

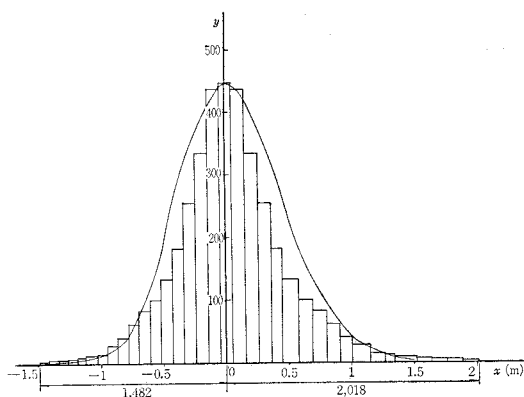


図-12 (a) 小樽波峯位頻度図

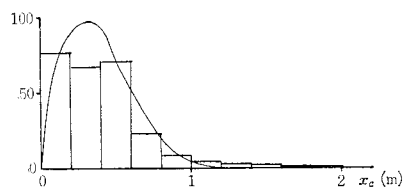


図-12 (b) 小樽波底位頻度図

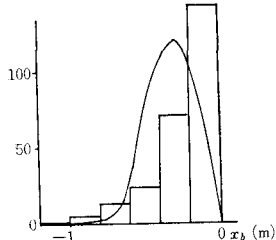


図-13 (a) 大樹波峯位頻度図

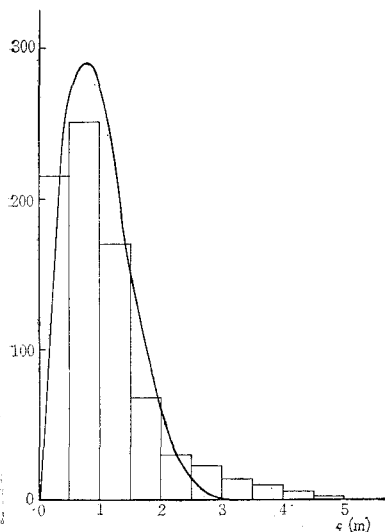


図-13 (b) 大樹波底位頻度図

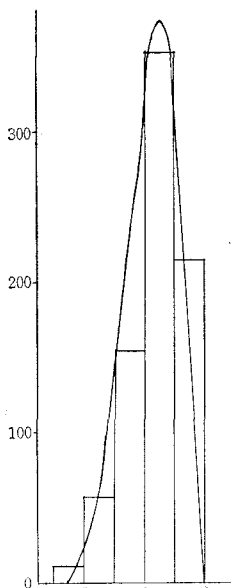


図-14 (a) 江の島波峯位頻度図

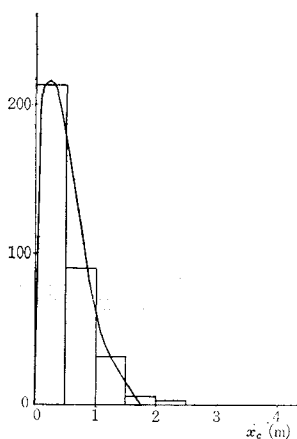
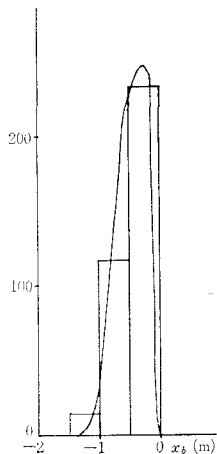


図-14 (b) 江の島波底位頻度図



I型分布曲線で十分に満足できる結果が得られたが、波の水位の統計結果は、データが十分に多ければ満足な結果を得ることはできるものと思われる。ピアソンI型分布曲線はかなりよく合うものと思われる。

こうして、ピアソンI型分布が成立すれば、波高あるいは潮差のヒストグラムから水位あるいは潮位の分布が計算できる。また、逆に、水位のヒストグラムから、波高および潮差の分布が求められる。なお、潮汐や波の長期間のデータについて、今後検討したい。

また、波の資料を快く提供

下さった運輸省港湾技術研究所北村部長、運輸省久田課長はじめ北海道港湾課戸巻昭三氏に深甚なる感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 久宝, 竹沢, 天竺: 潮位の頻度分布に関する一考察, 第23回土木学会年次学術講演会講演概要。
- 2) 佐藤良一郎: 数理統計学。
- 3) 海上保安庁: 潮汐表, 昭和39年版。
- 4) 久宝, 竹沢: 海岸構造物の設計基準水面について, 第11回海岸工学講演会講演集。
- 5) 運輸省, 茨城県編: 鹿島工業港の自然条件について, 昭和41年。
- 6) 北海道開発局編: 波浪観測台誌。
- 7) 神奈川県企業庁編: 江の島沖の波高, 周期, 波長, 波速, エネルギーの表。