

記録にもとづく海岸波浪の非線型性の解析

柿 沼 忠 男*・石 田 昭**・門 司 剛 至***

1. 緒 言

海岸構造物を効果的に設置，構築するためには，海岸波浪の特性を適確に把握しておくことが，きわめて重要な問題となる。海岸波浪を random な過程と考える場合，従来は，近似的に，独立した成分波の線型重ね合わせとして取り扱う場合が多かったが，近年，非線型性に関する理論的研究も進み，surf beat^{1), 2), 3)}，砕波⁴⁾，スペクトルの成分波間でのエネルギー輸送^{5), 6), 7)}，といった問題に関して，非線型性効果の重要性が示唆され始めた。また，非ガウス過程の解析方法として，bispectrum や trispectrum を求めることの必要性が示唆されている^{8), 9)}。

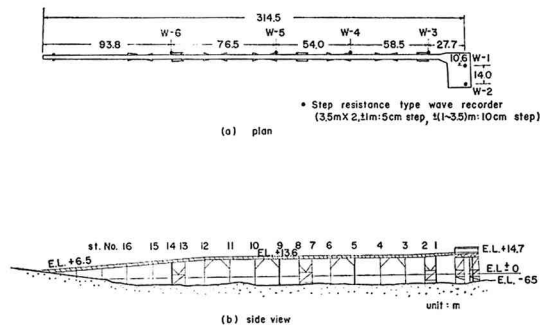
この論文は，京都大学防災研究所が新潟県大潟海岸に設置した波高計¹⁰⁾による波浪記録を解析して，そうした海岸波浪の非線型性について調べたものである。

2. 波浪の資料とその解析

(1) 大潟海岸と波高計配列

観測の対象とした大潟海岸は，北緯 37°13′，東経 138°19′ に位置し，等深線は，かなり深いところまで海岸線とほぼ平行に走っている。この海岸には，第一人工島といわれる帝国石油 K K の長大棧橋（汀線からの海上部分の長さ 250 m，棧橋先端の水深 6~7 m，海面付近の鋼管の直径 565 mm）があって，6 台のリレーを採用した階段抵抗式波高計が設置されている。図-1 は，そうした棧

図-1 棧橋と波高計配置図

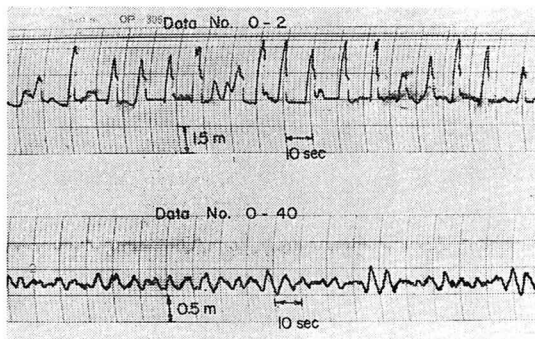


* 正会員 理修 立命館大学助教授 理工学部

** 正会員 工修 京都大学助手 工学部

*** 学生会員 京都大学大学院 工学研究科

図-2 波浪記録の一例



橋と 6 台の波高計の配置を示したものであり，図-2 は，波浪記録の一例を示したものである。

(2) 有義波法による整理

図-3 (a)，(b) は，それぞれ，W-1，2 という沖側の地点における 10 分間の波浪記録（昭和 41 年 11~12 月）から求めた 1/10 最大波高および平均波高と有義波

図-3 (a) $H_{1/10}$ と $H_{1/2}$ の関係 (W-1, 2)

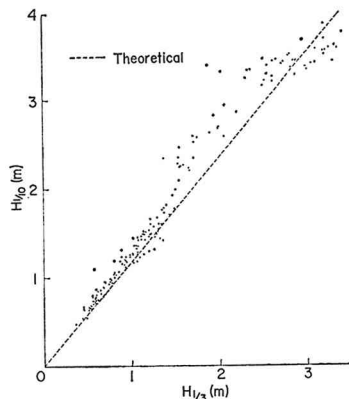


図-3 (b) H_{mean} と $H_{1/3}$ の関係 (W-1, 2)

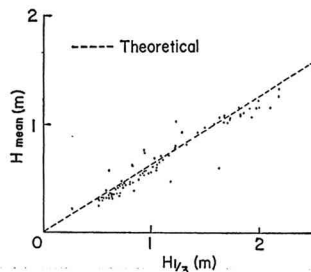


図-3 (c) $H_{1/10}$ と $H_{1/3}$ の関係 (W-5)

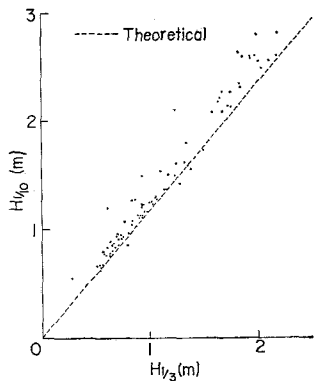
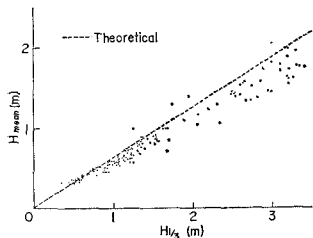


図-3 (d) H_{mean} と $H_{1/3}$ の関係 (W-5)



高との関係を示す。図-3 中、直線は、線型 random モデルにもとづいた Longuet-Higgins の理論直線である。図-3 (a) によると、プロットした点は、有義波高が 1.5 m 以下では、理論直線の上に比較的好くのっているが、1.5~3 m の範囲では、1/10 最大波高が理論値より大きくなっていることがわかる。また、図-3 (b) によると、有義波高が 1 m 以上になると、平均波高が理論値より小さくなっていることがわかる。さらに、図-3 (c), (d) は、W-1, 2 の陸側ほぼ 140 m の地点 W-5 において求めた関係を示したものであるが、図-3 (c), (d) をみると、W-1, 2 ほど強くはないが同じような傾向をもっていることがわかる。

(3) 波高の累加分布

図-4 波の振幅の累加分布

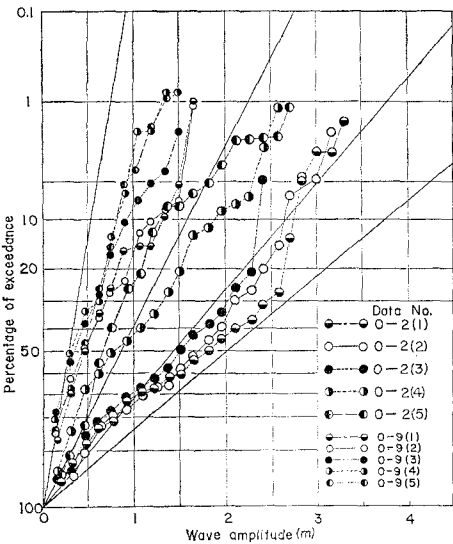


図-4 は、波の振幅(半波高として定義される)を横軸にとり、Rayleigh 分布の超過確率がこのグラフ上で直線となるように縦軸を目盛って、資料番号 O-2(1)~(5)と O-9 (1)~(5) (表-1) の波の振幅の累加分布をプロットしたものである。また、図-5 は、1 m 四方のいかだの上にのせた加速度計によった Roest¹¹⁾ の結果を示す。図-4 および 5 をみると、平均波高の小さい O-9 や Roest の資料は、ほぼ Rayleigh 分布にしているが、平均波高の大きい O-2 の場合には、振幅が 0.5 m 以下と、5 m 以上の所に勾配が急になる部分があり、Rayleigh 分布にしているがっていないことがわかる。

(4) 水位の頻度分布

表-1 は、解析して得た波浪資料の諸特性と観測地点から約 10 km 離れた直江津港での風を示したものである。表中、標準偏差, skewness, kurtosis は、それぞれ、10 分間の波浪記録を、O-1~40 は 1 sec 間隔で、O-61, 63 は記録速度を 5 倍にして 0.2 sec 間隔でデジタル・

表-1 波浪資料の諸特性と風

資料番号 ()	観測日時	$H_{1/3}$ (m)	$T_{1/3}$ (sec)	H_{mean} (m)	T_{mean} (sec)	標準偏差 m_0 (m)	skew- ness	kurtosis	スペクトルのピーク				波 向		風 (直江津港)	
									第 1 ピーク		第 2 ピーク		第 1 ピーク	第 2 ピーク	風 速 (m/sec)	風向
									エネルギー密度 (cm^2/sec)	周波数 (sec^{-1})	エネルギー密度 (cm^2/sec)	周波数 (sec^{-1})				
0-1 (1)	1966年 11月24日16時	0.69	5.3	0.47	4.7	0.231	-1.116	4.61	3.72×10^3	0.200	—	—	WSW	—	2.4	SSW
0-2 (1)	12月1日18時	3.80	9.7	2.42	8.5	0.998	-1.401	4.00	1.60×10^3	0.087	3.88×10^4	0.187	NW	NW	11.3	NW
0-3 (1)	12月3日18時	0.71	7.5	0.50	7.2	0.182	-0.812	4.22	5.12×10^3	0.125	—	—	*	*	2.8	ESE
0-7 (1)	12月10日18時	0.94	3.7	0.58	3.4	0.328	-1.194	4.11	4.30×10^3	0.138	5.00×10^3	0.231	NW	WNW	6.7	SW
0-9 (1)	12月15日3時	2.36	7.4	1.38	6.5	0.690	-1.535	5.97	4.07×10^4	0.087	1.96×10^4	0.175	N	NNW	11.3	WNW
0-39 (1)	1967年 1月1日0時	0.57	7.2	0.37	6.2	0.184	-1.502	6.66	2.71×10^3	0.125	1.15×10^3	0.175	NNW	WNW	5.0	SSW
0-40 (1)	1月1日10時	0.37	6.0	0.24	5.2	0.113	-0.157	2.32	1.24×10^3	0.150	—	—	ENE	—	2.3	SSE
0-61 (2)	2月20日17時	1.07	6.7	0.63	5.8	0.346	-0.679	3.54	*	*	*	*	*	*	5.8	WSW
0-63 (2)	2月20日23時	0.71	8.0	0.45	6.9	0.198	-0.876	4.22	*	*	*	*	*	*	3.9	SSE

トレーサ OT-50 によって読み取り京都大学のデジタル計算機 KDC-II によって得たものである。skewness は、上のようにして読み取った値の 3 乗平均値を分散値の 3/2 乗で割り、kurtosis は 4 乗平均値を分散値の 2 乗で割ることによって得た。波向は、沖側の 3 台の波高計 W-1, 2, 3 によって得られた波浪記録からパワースペクトルおよびクロス スペクトルを求め、過程は線型であるとして、パワー スペクトルがピークをもつ成分波について決定したものである¹²⁾。図-6 (a), (b) は、解析して得た水位の頻度分布を示したものであるが、(a) は Gauss 分布からのはずれかたが強いもの、(b) はそれほど強くないものを示す。これらの図をみると、有義波高の大きい資料ほど Gauss 分布からのはずれ方が強いという傾向がある。図-7 (a) および (b) は、それぞれ、有義波高 3.19~3.80 m といった比較的大きい波の資料 O-2 と 0.31~0.37 m といった比較的小さい波の資料 O-40 について、W-1, 2, 3 で求めた頻度分布を示す。図-7 (a) には、Kinsman が容量式波高計によって観測して得た結果（読み取り間隔

図-5 波の振幅の累加分布 (Roest)

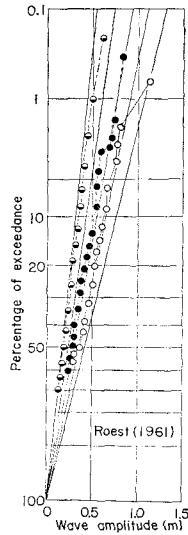
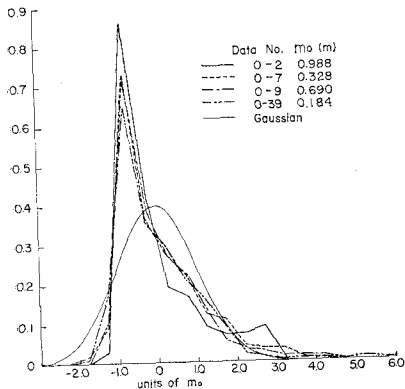


図-6 水位の頻度分布
(a)



(b)

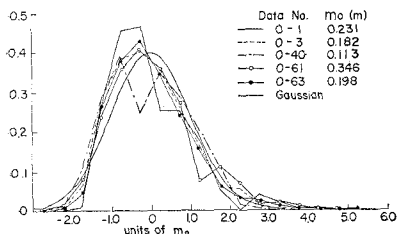


図-7 (a) 水位の頻度分布 (O-2)

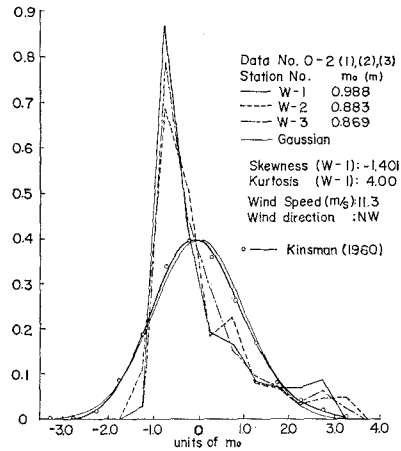


図-7 (b) 水位の頻度分布 (O-40)

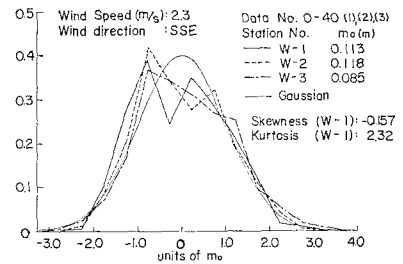
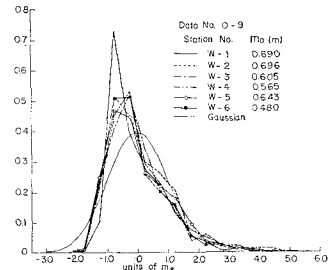


図-8 水位の頻度分布 (O-9 (1)~(6))

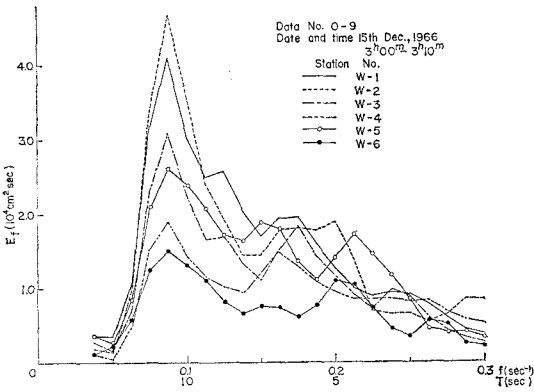


0.1 sec, 読み取り個数 11786)¹³⁾ も示してあるが、これらの図をみると、Kinsman や著者らによる頻度分布は、負のすそで Gauss 分布より低く、正のすそで高い値を示していることがわかる。こうした傾向は、表面波は上下対称的でなく、相対的に平坦な谷と鋭く上がった峯をもっているという観測事実と矛盾しないが、著者らの観測結果をみると、波高が大きい O-2 の資料の方がそうした傾向の強いことがわかる。図-8 は、O-9 について W-1~6 の頻度分布を示したものである。この図をみると、W-1 のピークの値が高いが、W-2~6 は同じような傾向を示していて、岸に近づいても頻度分布はあまり変化しないことがわかる。

(5) パワー スペクトル

パワー スペクトルの計算は、10 分間の波浪記録を 1 sec ごとに読み取り、lag 40, 自由度ほぼ 30 とし、Bla-

図-9 パワー スペクトル (O-9)



ckman-Tukey の方法によって行なった。得た結果は、図-9 および bispectra を示した 図-10 中に示す。図-9 は、O-9 について、観測地点 W-1 から W-6 までのパワー スペクトルの場所的变化を示したものである。この図をみると、W-4 より W-5 の方が大きな値をもっている点を除けば、岸に近づくにつれて、エネルギーが減少する傾向がみられる。

(6) bispectrum

bispectrum の計算は、やはり 10 分間の波浪記録を 1 sec ごとに読み取り、計算機の計算時間に制限があるために、lag 30 として求めた。計算方法は、パワー スペクトルを求める Blackman-Tukey の方法に準じて行なった。

a) bispectrum の定義とデジタル方式による著者の計算法

$\eta'(t)$ を定常確率関数とすれば、 $\eta'(t)$ の bispectrum $B'(\omega_1, \omega_2)$ は、 $\eta'(t)$ の 2 次元 correlation $S'(\tau_1, \tau_2)$ のフーリエ変換としてつぎのように定義される⁹⁾。

$$B'(\omega_1, \omega_2) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} S'(\tau_1, \tau_2) e^{-i\omega_1\tau_1 - i\omega_2\tau_2} d\tau_1 d\tau_2 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$S'(\tau_1, \tau_2) = \langle \eta'(t) \eta'(t+\tau_1) \eta'(t+\tau_2) \rangle \quad \dots\dots\dots(2)$$

ここに、 $\langle \rangle$ は ensemble mean である。 $\eta'(t)$ が実数であれば、

$$B'(\omega_1, \omega_2) = B'(-\omega_1, -\omega_2)^* \quad \dots\dots\dots(3)$$

である。ここに、 B'^* は B' の conjugate である。さらに、 $\eta'(t)$ が定常であるから、つぎのような対称関係が得られる。

$$\begin{aligned} S'(\tau_1, \tau_2) &= S'(\tau_2, \tau_1) = S'(-\tau_2, \tau_1 - \tau_2) \\ &= S'(\tau_1 - \tau_2, -\tau_2) = S'(-\tau_1, \tau_2 - \tau_1) \\ &= S'(\tau_2 - \tau_1, -\tau_1) \quad \dots\dots\dots(4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B'(\omega_1, \omega_2) &= B'(\omega_2, \omega_1) = B'(\omega_1, -\omega_1 - \omega_2) \\ &= B'(-\omega_1 - \omega_2, \omega_1) = B'(\omega_2, -\omega_1 - \omega_2) \\ &= B'(-\omega_1 - \omega_2, \omega_2) \quad \dots\dots\dots(5) \end{aligned}$$

以上の定義および性質を用いて、つぎのようなデジタル方式により bispectrum を求めた。有限な長さの波浪記録から記録紙のずれなどによる長期 trend を最小自乗法によって除去したのち、平均値からの変動量を Δt 間隔で読み取って、 $\eta(0), \eta(1), \dots, \eta(t), \dots, \eta(N-1)$ という N 個の値を得る。エルゴード性を仮定すれば式(2)に相当する 2 次元 correlation は次式で求められる。

$$R(p, q) = \frac{2}{N-q} \sum_{i=0}^{N-8-1} \eta(i) \eta(i+p) \eta(i+q) \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$p=0, 1, \dots, m,$$

$$q=p, p+1, \dots, m.$$

ここに、 m は最大の lag である。計算を簡単にするためにつぎのような置き換えをする。

$$S(p, q) = R(p, q), \quad \dots\dots\dots(7)$$

$$p=1, 2, \dots, m-1,$$

$$q=p, p+1, \dots, m-1,$$

$$S(0, q) = \frac{1}{2} R(0, q), \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$q=1, 2, \dots, m-1,$$

$$S(p, m) = \frac{1}{2} R(p, m), \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$p=1, 2, \dots, m-1,$$

$$S(0, 0) = \frac{1}{4} R(0, 0), \quad \dots\dots\dots(10)$$

$$S(0, m) = \frac{1}{4} R(0, m), \quad \dots\dots\dots(11)$$

$$S(m, m) = \frac{1}{4} R(m, m), \quad \dots\dots\dots(12)$$

式(4)の対称性を考慮すると次式が得られる。

$$S(q, p) = S(p, q), \quad \dots\dots\dots(13)$$

$$p=0, 1, \dots, m,$$

$$q=p+1, p+2, \dots, m.$$

したがって、 $S(p, q)$ は $p=0, 1, \dots, m, q=0, 1, \dots, m$ の範囲で得られたことになる。

“生の bispectrum” を次式によって求める。

$$Q(r, s) = \frac{1}{m^2} \sum_{p=0}^m \sum_{q=0}^m S(p, q) \cos \left\{ \frac{\pi}{m} (pr + qs) \right\}, \quad \dots\dots\dots(14)$$

$$r=0, 1, \dots, m,$$

$$s=r, r+1, \dots, m.$$

式(3)および(5)の対称性を考慮すると次式が得られる。

$$Q(1, 0) = Q(-1, 0) = Q(0, 1), \quad \dots\dots\dots(15)$$

$$Q(-1, -1) = Q(1, 1), \quad \dots\dots\dots(16)$$

$$Q(m, m-1) = Q(m-1, m), \quad \dots\dots\dots(17)$$

$$Q(-1, s+1) = Q(1, s), \quad \dots\dots\dots(18)$$

$$s=0, 1, \dots, m.$$

ここで、式(19)、(20)のような仮定をする。

$$Q(m+1, m+1) = Q(m-1, m-1) \quad \dots\dots\dots(19)$$

$$Q(r, m+1)=Q(r, m-1) \dots \dots \dots (20)$$

$$r=0, 1, \dots, m.$$

$$\text{また, } Q(s, r)=Q(r, s) \dots \dots \dots (21)$$

$$r=-1, 0, 1, \dots, m+1,$$

$$s=r+1, r+2, \dots, m+1,$$

が得られるから, $Q(r, s)$ は $r=-1, 0, 1, \dots, m+1$; $s=-1, 0, 1, \dots, m+1$ の範囲で得られたことになる。

ここで, 下に示すような hamming フィルターを使って平均化して, スペクトル密度を求めると次式のようになる。

	$r-1$	r	$r+1$	
$s-1$	0.053	0.124	0.053	0.230
s	0.124	0.292	0.124	0.540
$s+1$	0.053	0.124	0.053	0.230
	0.230	0.540	0.230	1.000

$$B(r, s)=(2 \Delta t m)^2\{0.053\{Q(r+1, s+1) \\ +Q(r+1, s-1)+Q(r-1, s+1) \\ +Q(r-1, s-1)\}+0.124\{Q(r, s+1)$$

$$+Q(r, s-1)+Q(r+1, s)$$

$$+Q(r-1, s)\}+0.292 Q(r, s)\}, \dots \dots \dots (22)$$

$$r=0, 1, \dots, m,$$

$$s=0, 1, \dots, m.$$

ここに, $Q(r, s)$ は $\left(\frac{r-\frac{1}{2}}{2 \Delta t m}, \frac{r+\frac{1}{2}}{2 \Delta t m}\right)$ と $\left(\frac{s-\frac{1}{2}}{2 \Delta t m}, \frac{s+\frac{1}{2}}{2 \Delta t m}\right)$ の周波数帯内の bispectrum 密度の平均値である。

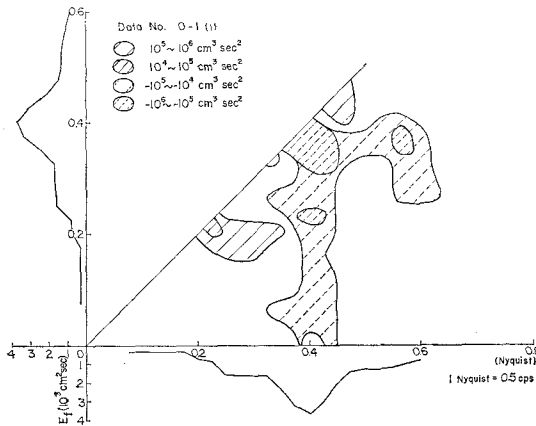
図-10 (a)~(d) は, 各資料について解析した bispectrum を示したものである。式 (5) のような対称関係があるので, 図は $0 \leq \omega_1 \leq 0.8$ Nyquist, $\omega_1 \leq \omega_2 \leq 0.6$ Nyquist の範囲で示したものである。周波数軸にそってパワー スペクトルをも示してある。

図-10 (a) をみると, パワー スペクトルがピークを示す成分波と他の大部分の成分波との間に, bispectrum が負になるような干渉があって, ピークの成分波自身の

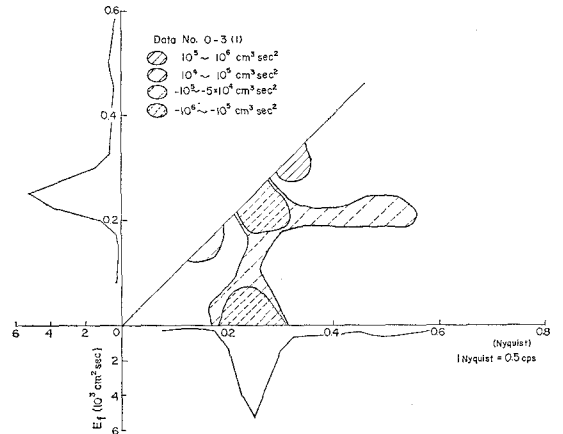
図-10 bispectra

(a)

(c)



(b)



(d)

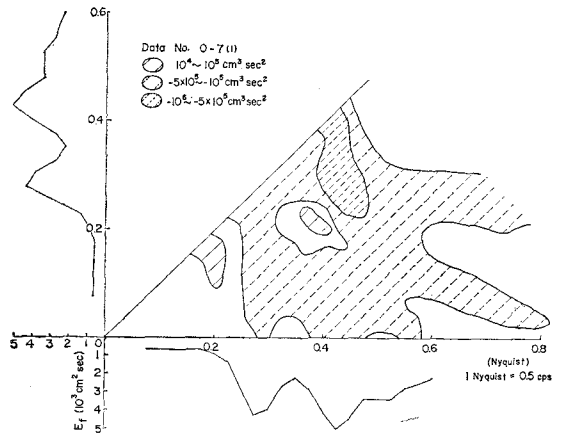
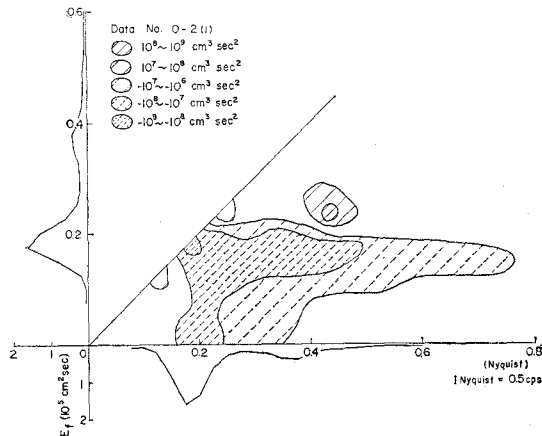


図-11 (a) bispectra (O-9)

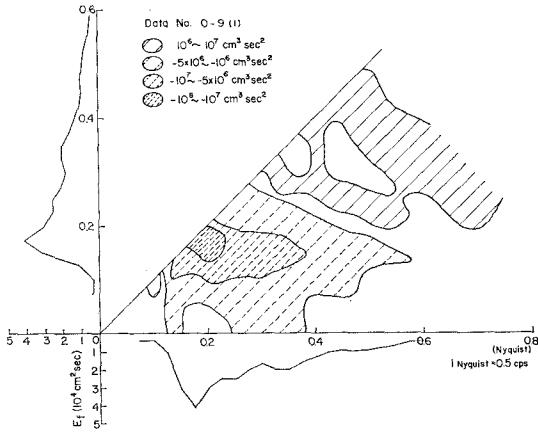


図-11 (d) bispectra (O-9)

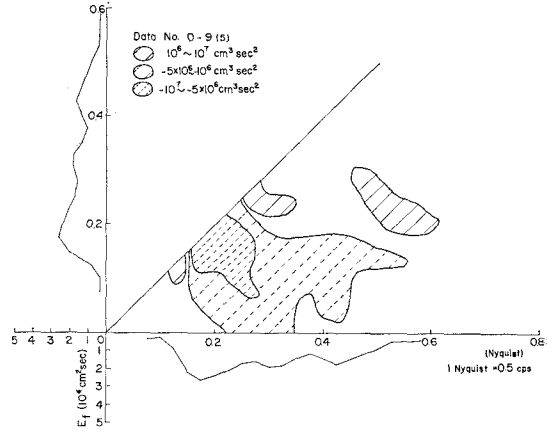


図-11 (b) bispectra (O-9)

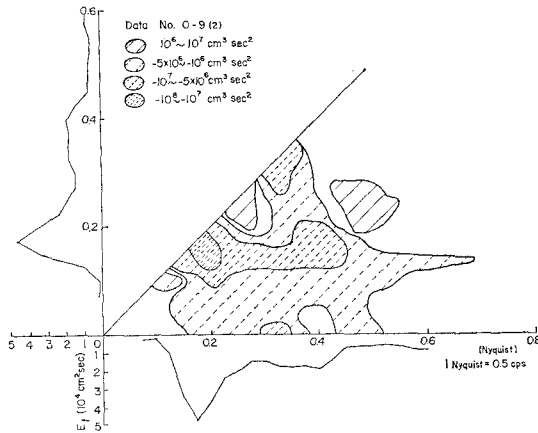


図-11 (e) bispectra (O-9)

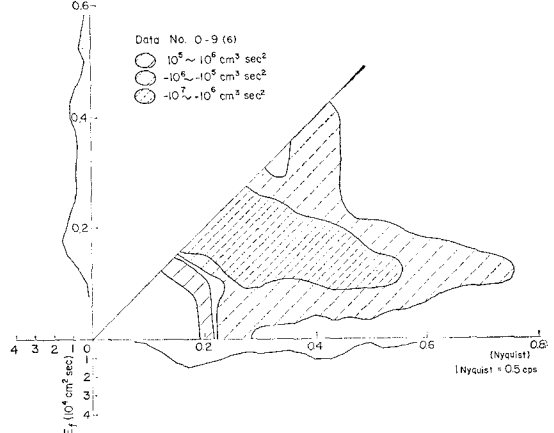
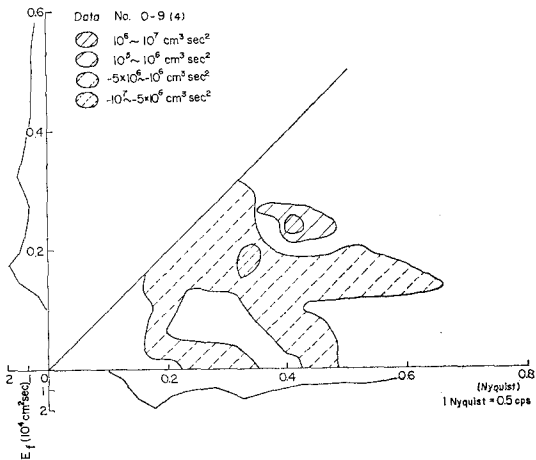


図-11 (c) bispectra (O-9)



の bispectrum であるが、この図をみると、ピーク成分波と他の成分波との間にかかなり強い干渉があることがわかる。また、ピーク成分波自身の非常に強い干渉のために、パワー スペクトルにおいて、ピーク周波数のほぼ2倍の所に小さな山が現われているものと思われる。

図-10 (c) に示した O-3 (1) の bispectrum についても同様なことがいえる。図-10 (d) は O-7 (1) の bispectrum であるが、パワー スペクトルに卓越したピークが2つあるために、bispectrum の値も複雑な変化をしている。

図-11 (a)~(e) は、O-9 について求めた bispectra である。(a), (b) という沖側のものは、やはりピーク成分波自身の干渉が強いが、(c) では、第1ピークと第2ピークの成分波間の干渉の方が強くなり、さらに岸に近い (d) では、また第1ピーク付近の成分波自身の干渉が強くなって、一番岸側の (e) では第1ピークの成分波と 0.2~0.5 Nyquist の範囲内の成分波との干渉は同程度になって、卓越した干渉というものなくなってくる。

干渉がとくに強いことがわかる。また、0.225 Nyquist をもつ成分波自身の干渉は正の bispectrum を与えるが、0.225 Nyquist と 0.4 Nyquist をもつ成分波の干渉は bispectrum を負にしている。図-10 (b) は、O-2 (1)

3. 結 語

以上、著者らは、大湊海岸で観測して得た波浪記録にもとづいて、各種平均波高の比と Longuet-Higgins の理論値との比較、波高の累加分布と Rayleigh 分布との比較、水位の頻度分布と Gauss 分布との比較、および bispectrum の算定を行なって、波高が大きい資料は、比較的強い非線型効果を示すなど、海岸波浪の非線型性について若干の解析結果を得た。

しかし、ここで解析した結果が、浅水、屈折、摩擦、反射あるいは砕波といった海岸波浪の諸現象とどのように結びつくのか、また波高桿を取り付けた鋼管の影響がどの程度あるのかは不明である。今後はこうした問題について、より高次のモーメントを解析するとともに、写真観測をも行なって研究していきたいと思っている。

最後に、この研究を進めるにあたり、終始、ご激励、ご指導を賜った岩垣雄一教授に深く感謝の意を表するとともに、資料の整理や計算に大いに助力を頂いた防災研究所の人見哲夫技官に心から謝意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) Munk, W.H. : Surf Beats, Trans. Amer. Geophys. Union, Vol. 30, No. 6, 1949, pp. 849-854.
- 2) Tucker, M.J. : Surf Beats, Sea Waves of 1 to 5 Minutes Period, Proc. Roy. Soc., A, 202, 1950, pp. 565-573.
- 3) Longuet-Higgins, M.S. and Stewart, R.W. : Radiation Stress and Mass Transport in Gravity Waves, with Application to "Surf Beats". J. Fluid Mech.

Vol. 13, 1962, pp. 481-504.

- 4) Phillips, O.M. : The Equilibrium Range in the Spectrum of Wind-Generated Waves, J. Fluid Mech. Vol. 4, 1958, pp. 426-434.
- 5) Phillips, O.M. : On the Dynamics of Unsteady Gravity Waves of Finite Amplitude, Part 1. The Elementary Interactions., J. Fluid Mech., Vol. 9, No. 2, 1960, pp. 193-217.
- 6) Hasselmann, K. : On the Non-Linear Energy Transfer in a Gravity-Wave Spectrum, Part 1. General Theory, J. Fluid Mech., Vol. 12, 1962, pp. 481-500.
- 7) MacGoldrick, L.F. : Resonant Interactions among Capillary-Gravity Waves, J. Fluid Mech., Vol. 21, 1965, pp. 305-331.
- 8) Tukey, J.W. : What can Data Analysis and Statistics Offer Today?, Proc. Ocean Wave Spectra, 1963, pp. 347-351.
- 9) Hasselmann, K., Munk, W. and MacDonald, G. : Bispectra of Ocean Waves, Proceedings of the Symposium on Time Series Analysis Held at Brown University, John Wiley & Sons, Inc., 1963, pp. 125-139.
- 10) 岩垣雄一・樋口明生・野田英明・柿沼忠男 : 大湊波浪観測所における観測施設と二、三の観測例, 京都大学防災研究所年報第 10 号 B, 昭 42.3, pp. 237-250.
- 11) Roest, P.W. : Wave Recording on the IJsselmeer. Proc. 7th Conf. on Coastal Eng., Vol. 1, 1961, pp. 53-58.
- 12) 柿沼忠男・石田 昭 : 波浪スペクトルにもとづく大湊海岸の波向の推算について, 京都大学防災研究所年報第 11 号 B, 昭 43.3, pp. 337-353.
- 13) Kinsman, B. : Surface Waves at Short Fetches and Low Wind Speeds—A Field Study, Vols. 1, 2, 3, Chesapeake Bay Institute, Tech. Rep. XIX, Ref. 60-1. 1960, p. 581.