



$$\begin{aligned} \frac{u}{u_0} = & -\sin kx \{ \cos \omega t - \exp(-\eta) \cos(\omega t - \eta) \} \\ & + \left( \frac{H}{L} \right) \left[ -\frac{3\pi}{8(\sinh kh)^3} \cos 2kx \{ \sin 2\omega t - \exp(-\sqrt{2}\eta) \sin(2\omega t - \sqrt{2}\eta) \} \right. \\ & + \frac{\pi}{4(\sinh kh)} \sin 2kx \left\{ \exp(-\sqrt{2}\eta) \cos(\sqrt{2}\eta) - \exp(-\eta) \cos \eta + \sqrt{2}\eta \exp(-\eta) \sin\left(\eta + \frac{\pi}{4}\right) \right\} \sin 2\omega t \\ & + \frac{\pi}{4 \sinh kh} \sin 2kx \left\{ -\exp(-\sqrt{2}\eta) \sin(\sqrt{2}\eta) + \exp(-\eta) \sin \eta + \sqrt{2}\eta \exp(-\eta) \cos\left(\eta + \frac{\pi}{4}\right) \right\} \cos 2\omega t \\ & + \frac{\pi}{8 \sinh kh} \sin 2kx \left\{ -3 + \exp(-2\eta) + 8 \exp(-\eta) \sin \eta + 2 \exp(-\eta) \cos \eta \right. \\ & \left. \left. - 2\sqrt{2}\eta \exp(-\eta) \cos\left(\eta + \frac{\pi}{4}\right) \right\} \right] \dots\dots\dots(4) \end{aligned}$$

となる。ここに、 $u_0$ は微小振幅波理論による最大底面速度であって、

$$u_0 = \frac{\pi H}{T \sinh kh} \dots(5)$$

で表われ、 $\eta = z/2\delta$   
( $\delta = \sqrt{\nu T/2\pi}$ )である。

図-2 は層流境界層内における速度分布を計算した一例であって、 $\sinh kh = 1.18$  の場合の  $kx = \pi/2$  および  $\pi/4$  におけるその分布を示している。この図から明らかなように  $kx = \pi/2$  すなわち重複波の節の位置では、 $x$  の正および負方向における水粒子最大速度は等しいが、それ以外の位置では異なることがわかる。また、 $\eta \approx 5.0$  で境界層内の速度がほぼ境界層外縁のその 99% になるといことから、境界層厚  $\delta_1$  はほぼ  $10\delta$  に等しいことがわかる。

#### (1) 底面境界層内の質量輸送速度

前述の式(4)を用いて、Longuet-Higginsの方法で底面境界層内の質量輸送速度  $\bar{U}$  を求めると、

$$\bar{U} = \frac{\pi^2 K(\eta)}{8} \frac{H^2}{LT \sinh^2 kh} \sin 2kx \dots\dots\dots(6)$$

が得られる。ここに、

$$K(\eta) = -3 + 8 \exp(-\eta) \sin \eta + 3 \exp(-2\eta) \dots\dots\dots(7)$$

であって、これは、Longuet-Higginsが求めた結果と一致する。図-3 は  $K$  と  $\eta$  の関係を示すものであって、境界層内における質量輸送速度の鉛直分布を示すものである。図から明らかなように、質量輸送の最大は  $\eta = 4.0$  でおこり、その値は  $K = -3.12$  となる。また、境界層外縁においても  $K = -3.0$  となって、質量輸送の存在することがわかる。さらに、 $\eta \approx 0.9$  を限界として、 $\eta$  の値がそれより大きい小さいかによって、質量輸送の方向が異なることがわかり、これは砂礫の移動方向を決定する際、きわめて重要な要素になると考えられ、非常に興

図-2 境界層内における速度分布の計算例

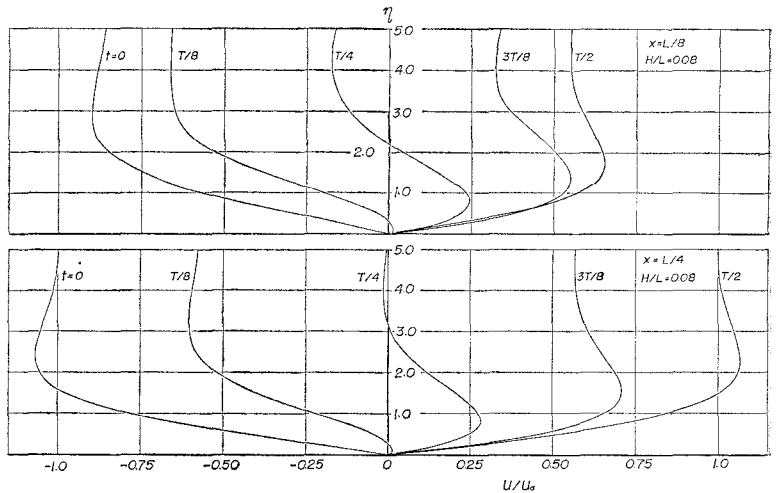
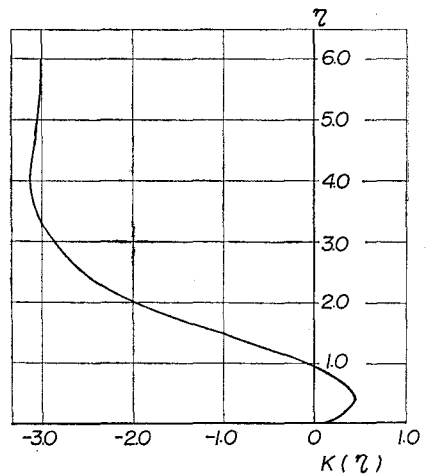


図-3  $K(\eta)$  と  $\eta$  の関係



味深い。また、式(6)から明らかなように、 $kx = n\pi/2$  ( $n=0,1,2,\dots$ )、すなわち、重複波の節と腹では、 $\bar{U}=0$  となって質量輸送が存在しないこと、 $n\pi < kx < (n+1/2)\pi$  の領域と  $(n+1/2)\pi < kx < (n+1)\pi$  のそれでは質量輸送の方向が異なることがわかる。

以上の結果から、底面境界層の上層  $\eta > 0.9$  における

質量輸送の方向は重複波の節から腹の方向に、逆に、その下層  $\eta < 0.9$  では、その方向は腹から節に向かうことになる。

3. 浅海重複波による質量輸送に関する実験

(1) 実験装置および方法

実験に用いた水槽は 図-4 に示す長さ 3.0 m、幅 30 cm、深さ 1.0 m の片面ガラス鋼製水槽で、その一端は鉛直壁とし、これから 2.50 m の位置にフラッター式造波機を取り付けた。水槽の底面は水平で、かつ滑面とするため、5 mm 厚の亚克力樹脂製平板とした。

図-4 実験水槽の概要

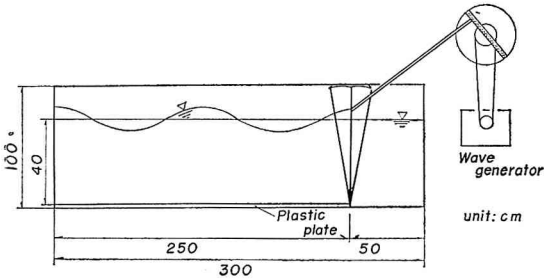


表-1 実験波の特性

|       | $T(\text{sec})$ | $L(\text{cm})$ | $h(\text{cm})$ | $h/L$ | $\delta_1(\text{cm})$ |
|-------|-----------------|----------------|----------------|-------|-----------------------|
| 実験 I  | 1.45            | 250            | 40             | 0.160 | 0.30                  |
| 実験 II | 2.63            | 500            | 40             | 0.080 | 0.48                  |

実験に用いた重複波の特性は 表-1 に示す 2 種であるが、それぞれの実験は、周期、水深を一定にして、波高を種々かえて行なった。波高の測定は重複波の腹の位置においた電気抵抗式波高計と一周期以上の時間、写真機のシャッターを開放して撮影した波形とから読み取った。

表-1 に示すように、実験波の境界層厚は 3.0 および 4.8 mm と非常に小さく、この層内で、流速分布を Euler 流に測定することは非常に困難である。したがって、この実験では、Lagrange 流の方法、すなわち、染料や流体と同じ比重をもつ固体粒子を投入して、その運動を追跡する方法で、底面境界層内の質量輸送速度を測定した。

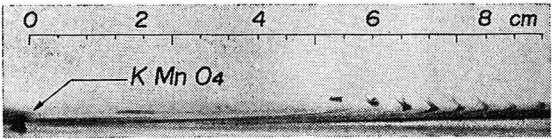
質量輸送速度は 3 種の方法によって測定した。その第 1 の方法は過マンガン酸カリの微小粒子を水底に沈め、それによって作られる dye streak を水槽側面から写真撮影し、1 周期あたりの変位を読み取って、境界層内における最大質量輸送速度を求めた。第 2 の方法は粒径 4.8

mm、比重 1.10 のナイロン球を用いて、1 周期あたりの変位をストロボ・フラッシュで写真撮影するものである。第 3 の方法は底面境界層の下層  $\eta < 0.9$  において、その上層と異なる方向に質量輸送が起こることを確かめるためのもので、これは、粒径 0.13 mm、比重 1.15 の塩化ビニル粒を底面に薄く一様に敷きつめ、その移動の状況を時間経過につれて写真撮影するものである。

(2) 染料による質量輸送速度の実験結果と考察

写真-1 は実験 I における波高 6.1 cm の場合の実験結果を示すものである。写真にみられる dye streak は 1 周期ごとに現われるものであって、その間隔が 1 周期の変位を示している。この写真から、その最大質量輸送速度を求めることができる。

写真-1 実験結果の一例



式 (6) を変形すると、最大質量輸送速度  $\hat{U}$  に対し  $\lambda^* = -\sin 2kx$  ..... (8)

となる。ここに、 $\lambda^*$  は無次元量であって

$$\lambda^* = \hat{U}T / (3.12 \pi^2 H^2 / 8 L \sinh^2 kh) \text{ ..... (9)}$$

で与えられる。水粒子の 1 周期に対する最大変位  $\hat{\Delta x}$  は  $\hat{U}T$  で与えられるから、式 (9) の右辺における  $\hat{U}T$ 、 $H$ 、 $L$  および  $h$  の測定値から  $\lambda^*$  を求めることができる。

図-5 は周期  $T=1.45 \text{ sec}$ 、水深  $h=40 \text{ cm}$  の場合における  $\lambda^*$  と  $2kx$  の関係を波高別に示したものである。なお図中の実線は式 (8) の関係を、また破線は実験値の範囲を、丸印はその平均値を示している。図から明らかなように、波高が 6~8 cm およびほぼ 12 cm の場合、実験値の平均はほぼ理論曲線と一致することがわかる。しかし、波高がほぼ 4 cm の場合、実験値は理論値の 2 倍程度とかなり大きくなっている。その原因は十分明ら

図-5  $\lambda^*$  と  $2kx$  の関係 ( $T=1.45 \text{ sec}$ )

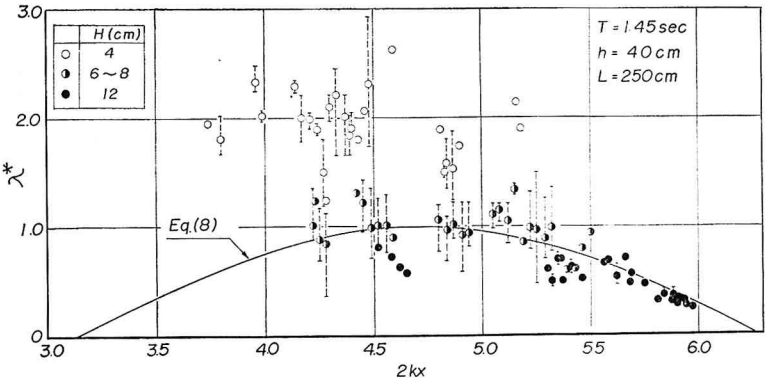
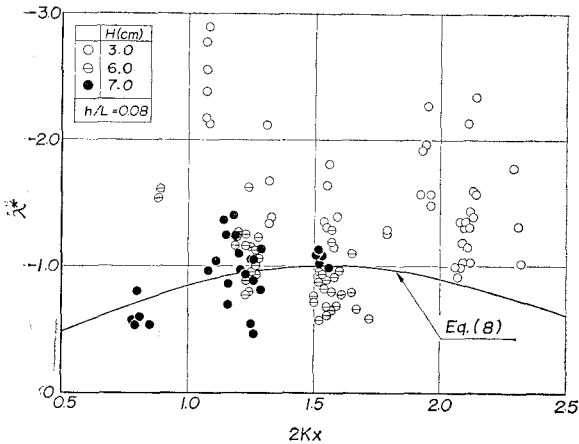


図-6  $\lambda^*$  と  $2kx$  の関係 ( $T=2.63$  sec)

かでないが、波高 4 cm の場合、式 (6) にもとづいて計算される最大質量輸送速度は 0.1 cm/sec の程度であり、実測値にはかなりの読み取り誤差が含まれていると考えられ、実験精度上問題があるようである。なお、図-5 では  $2kx$  の値が  $\pi$  から  $2\pi$  までの範囲を示したが、 $0 < 2kx \leq \pi$  の範囲についても、方向は逆になるが、同様の傾向を示している。

図-6 は周期  $T=2.63$  sec、水深  $h=40$  cm の場合について、図-5 と同様の関係を示すものである。図から明かなように、この実験でも、波高が 6 および 7 cm の場合は、かなりのばらつきはみられるが、ほぼ、理論曲線に一致するようである。ただし、波高が 3 cm の場合には、その値は理論値よりかなり大きくなっている。この原因は実験の精度に問題があると考えられるが、Russell<sup>8)</sup> が、進行波について行なった実験でも同様の傾向がみられる。彼によると、波高の低い波は高い波より無次元質量輸送速度が大きくなり、波高の低い波ではその速度が  $H$  の 2 乗に比例するのではなく、さらに小さい指数に比例すると指摘している。しかし、なぜそうなるかは明らかにされていないようである。なお周期  $T=2.63$  sec、水深  $h=40$  cm で、かつ波高がほぼ 10 cm の場合についても実験を行なったが、この場合、底面付近における dye streak は乱れて、1 周期の変化を測定することはできなかった。

以上の結果から、実験の範囲では、質量輸送の方向は理論のそれと一致し、波高の小さい場合を除いて、その大きさもほぼ理論と一致することが見出された。

### (3) ナイロン球による質量輸送の実験結果と考察

実験に用いたナイロン球は前述したように、粒径 4.8 mm、比重 1.10 であって、この粒径は実験 II における境界層厚に対応する。またその比重は水のそれより若干重いのでそのままでは、底面を転動する。そこで、球の一部に孔をうがち、ここに空気を閉じ込め、ナイロン球の比重をできるだけ水のそれに近づけるようにし、球が転

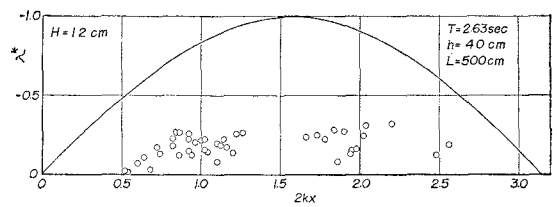
動しないようにした。

この場合は、境界層外縁における質量輸送速度を与えるものと考えられる。したがって、式 (8) における  $K$  の値は  $-3.0$  となる。周期  $T=2.63$  sec、水深  $h=40$  cm で、波高が 6~7 cm の場合についてはすでに本年度の関西支部講演会<sup>9)</sup> で発表したもので、その詳細は省略するが、実測値の最大が理論曲線にほぼ一致するようである。ここでは、さらに波高が大きく、境界層内が乱れていると考えられる場合について述べる。

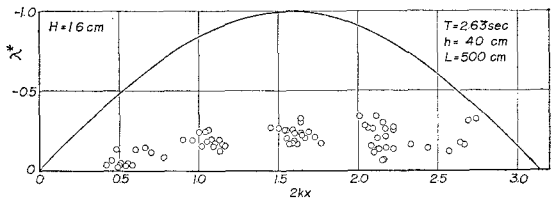
図-7 (a)~(c) は  $T=2.63$  sec、 $h=40$  cm の場合の実験結果であって、 $\lambda^*$  (この場合  $K=-3.0$  とした) と  $2kx$  の関係を示すものであって、(a) は波高  $H=12$  cm、(b) は  $H=16$  cm および (c) は  $H=19$  cm である。これらの図から明かなように、実測値の最大

図-7 ナイロン球による質量輸送速度

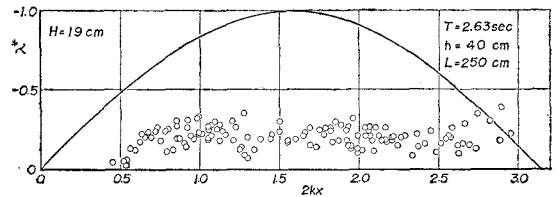
(a)



(b)



(c)



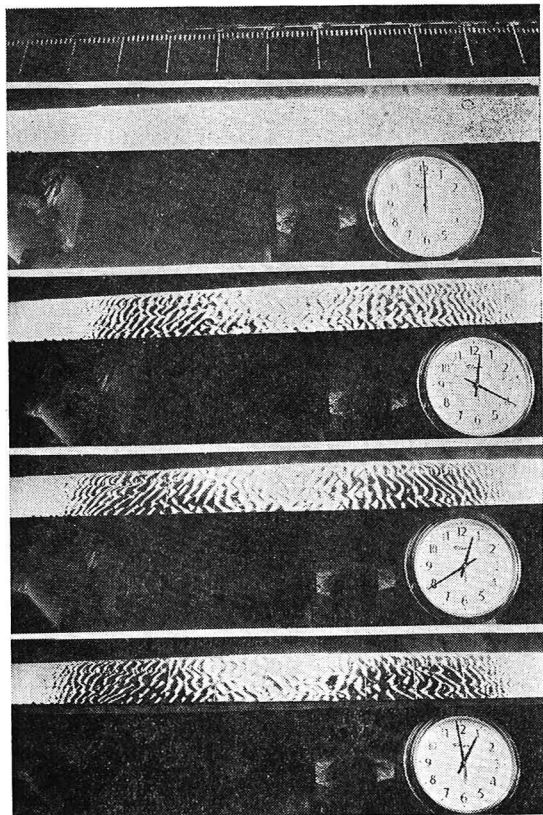
は理論曲線よりかなり小さく、いずれの波高に対してもほぼ 0.35 倍程度である。これは底面境界層内の流れが乱流であるためと考えられるが、これについては後に詳述する。したがって、式 (6) で示される質量輸送速度は層流境界層に対して適用できるが、乱流境界層の場合には、式 (8) および (9) で示される  $\lambda^*$  の実測値はかなり小さく、質量輸送速度が波高の 2 乗に比例しないことを示している。

### (4) 塩化ビニール粒による実験の結果と考察

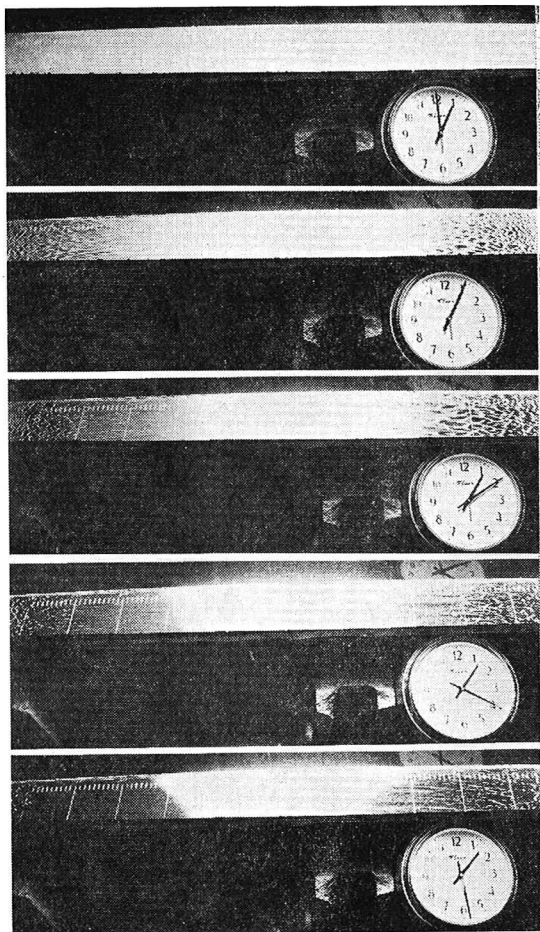
境界層の下層  $\eta < 0.9$  ではその上層と質量輸送の方向が逆になる。しかしこの層の厚さは、 $T=1.45$  sec ( $L=$

写真-2, 3 底面境界層下層における質量輸送の方向

(H=3.3cm)



(H=8.0 cm)



250 cm),  $h=40$  cm の場合, ほぼ  $0.6$  mm ときわめて小さく, この領域における質量輸送速度を実験的に測定することはほとんど不可能である。したがって, 上の理論結果を確認するために, 粒径  $0.13$  mm の塩化ビニール粒 (白色) を水槽底面に一様に薄く敷いて, その移動状況を観測する方法によった。

写真-2 および 3 はその実験結果を示すもので,  $T=1.45$  sec,  $h=40$  cm の場合の結果である。なお 写真-2 は波高が  $3.3$  cm の場合, 写真-3 は波高  $8.0$  cm の場合である。これらの写真の両端は重複波の腹の位置, 中央は節の位置である。波高が  $3.3$  cm の場合, 実験開始直後から, 砂れんが発達し, ほぼ  $1$  時間経過しても砂れんは消失しないことがわかる。また, 腹の位置では粒子はほとんど移動しないこと, 腹と節の間ではもっとも移動がはげしく, 時間の経過につれて, 黒い底面が現われ, 節の位置に向かってその両側から粒子が集まってくるなどがわかる。もちろん節の位置に集まった粒子は静止しているのではなく, 周期運動をくり返していることは, 砂れんの模様からも確かめられよう。 $H=8.0$  cm

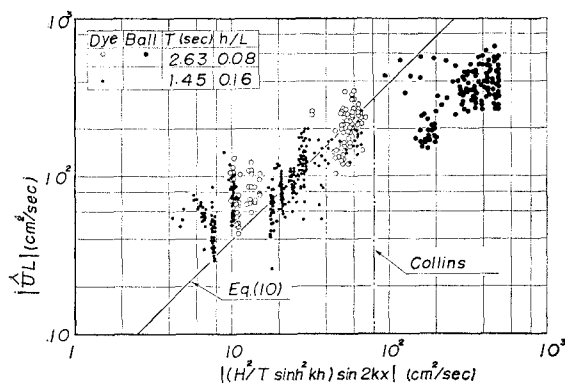
の場合, 実験開始後, 数分間みられた砂れんはそれ以後消失し, 節の位置でもみられないこと, および節の位置へ粒子が集中する時間も非常に速くなることがわかる。

以上の結果から, 底面境界層の下層はその上層と逆方向に質量輸送が起こるという理論結果を定性的にはであるが実証することができた。こうした質量輸送が, 海底を形成する底質の特性, とくにその粒径に関連して, 底質を重複波の腹から節の方向へ, あるいはその逆方向に移動させるものと考えられ, きわめて興味深い。今後は底質の移動と質量輸送の関係について定量的に解明していきたい。

#### (5) 底面境界層内における層流から乱流への遷移

以上の実験結果にもとづいて, 重複波の場合の底面境界層における層流から乱流への遷移について若干検討する。Collins<sup>9)</sup> は進行波の場合の境界層におけるこの遷移限界について考察し, Longuet-Higgins が提案した質量輸送速度にもとづいて, Reynolds 数  $R=u_0\delta/\nu$  がその限界に対して重要な役割をはたすことを実験によって確かめた。

図-8 層流から乱流への遷移限界(滑面)



Collins にならって、式 (6) を変形すると、

$$|\hat{U}| = \text{const.} \left| \frac{H^2}{T \sinh^2 kh} \sin 2kx \right| \dots \dots \dots (10)$$

とおくことができる。絶対記号は大きさのみを比較するためである。

図-8 は縦軸に  $\hat{U}L$  の値、横軸に式 (10) の右辺をとって、実験値をプロットしたものである。なお図中の実線は  $|K|=3.12$  とした場合の理論曲線である。Collins によると、底面が滑面の場合、遷移の限界は横軸の値がほぼ 81 になる。図から明らかなように、実験値にはかなりのばらつきがみられるが、重複波の場合にも、この値をほぼ満足しているようにみえる。その結果、乱流境界層における質量輸送速度は層流境界層理論にもとづくそれより小さくなることがわかる。なお、図において横軸の値が小さい場合、 $\hat{U}L$  の実験値は理論のそれより大きくなっているが、これは実験精度の問題であると考えられる。しかし、Brebner<sup>10)</sup> によると底面が粗面の場合、層流境界層では滑面の場合にくらべて質量輸送速度が大きくなるようである。この点については重複波の場合十分明らかでないので、今後さらに実験を続け検討していきたい。

#### 4. 結 語

重複波による底質の運動機構を解明するために、その基礎的研究として重複波による底面付近の流れの特性、とくに質量輸送について理論的および実験的に考察してきた。その結果を要約すると、

(1) 層流境界層を仮定すると、その速度分布は式

(4) によって与えられる。実験によって、これを確証することはできなかったが、この結果から導かれる質量輸送速度は実験結果とよい一致を示した。

(2) 底面境界層内の下層と上層では重複波の場合、質量輸送の方向が異なる。したがって、この層の厚さと底質粒径との比が底質の移動方向を定めるのにきわめて重要であると推定される。

(3) 層流境界層から乱流境界層への遷移は、重複波の場合も Collins の方法で、その限界を決定できるものである。

以上、重複波の場合、層流境界層を主としてその質量輸送を考察してきたが、底質の移動機構を論じるにはさらに乱流境界層についても詳細な検討が必要であって、今後さらに実験を続け、この問題を解明したい。

最後に、この研究にあたり終始ご指導を賜った京都大学 岩垣雄一教授、実験に協力していただいた当海岸災害研究室の芝野照夫技官に深謝の意を表する。

#### 参 考 文 献

- 1) 石原藤次郎・岩垣雄一・野田英明：柴崎漁港の漂砂調査について、京都大学防災研究所年報、第4号、昭36.3、pp. 221~236.
- 2) 野田英明：柴崎漁港の漂砂に関する実験(その1)、京都大学防災研究所年報、第9号、昭41.3、pp. 729~741.
- 3) Noda, H.: Model Study on the Filling-up of a Fishery Harbor by Drifting Sand, Proc. of 10th Conf. on Coastal Eng., Vol. 1, 1966, pp. 564-594.
- 4) 速水頌一郎・堀 俊之・足立昭平：泊港の埋没について、土木学会誌、第35巻4号、昭25.4、pp. 19-28.
- 5) Lettau, H.: Shehende Wellen als Ursache Ungestaltender Vorgänge in Seen, Ann. d. Hydrogr. u. Mar. Met., 60 Jahrg., 1932, p. 395.
- 6) 野満隆治：定常波による湖海の砂堆と砂連、地球物理、第7巻1号、昭18、pp. 61~79.
- 7) Longuet-Higgins, M.S.: Mass Transport in Water Waves, Phil. Trans. of Royal Soc., London, Series A, No. 903, Vol. 245, 1953, pp. 538-581.
- 8) Russell, R.C.H. and J.D.C. Osorio: An Experimental Investigation of Drift Profiles in a Closed Channel, Proc. of 6th. Conf. on Coastal Eng., 1958, pp. 171-183.
- 9) Collins, J.I.: Inception of Turbulence at the Bed under Periodic Gravity Waves, J. Geophys. Res., Vol. 68, No. 21 1963, pp. 6007-6014.
- 10) Brebner, A., J.A. Askew and S.W. Law: The Effect of Roughness on the Mass-Transport of Progressive Gravity Waves, Proc. of 10th Conf. on Coastal Eng., Vol. 1, 1966, pp. 175-184.