

表面波による振動流境界層に関する実験的研究

堀川清司*・渡辺晃**

1. 緒 言

波の運動に伴なって底面に生ずる振動流境界層を研究することは、浅海域における風波の発生、発達や変形、減衰、あるいは底質の移動等の海岸現象の諸機構の解明に寄与するところが大きい。振動流境界層の水理機構に関しては、これまでにも、Longuet-Higgins¹⁾ や梶浦²⁾による理論的研究、Jonsson³⁾ らによる実験的研究がなされてきたが、まだ解明されていない問題が多々ある。これは、対象とする現象が複雑であることによるところが大であるが、現象の観察や測定が容易でないことにも起因すると考えられる。

著者らは、底面近傍での流速測定に水素気泡式流速計を応用することを試みてきた⁴⁾。この論文では、底面が滑らかな場合、および人工粗度がある場合の、振動流境界層内の流速分布の測定結果を報告する。また、これらの結果ならびにJonssonによる実験結果を、梶浦の境界層理論と比較検討する。さらに、浮遊砂濃度分布の実測結果から、底面近くでの渦動粘性係数を評価したので、これについてもあわせて報告する。

2. 振動流境界層理論

進行波の作用下に於る層流境界層に関して、Longuet-Higgins¹⁾ は Navier-Stokes の運動方程式から出發して、水平流速を次式で与えた。

$$u = \bar{U} [\cos(\sigma t - kx) - e^{-z/\delta_L} \cos(\sigma t - kx - z/\delta_L)] \quad (1)$$

ただし、 $\bar{U} = \pi H / (T \cdot \sinh kh)$, $k = 2\pi/L$, $\sigma = 2\pi/T$, $\delta_L = (2\nu/\sigma)^{1/2}$ であり、

ν : 分子動粘性係数

H : 波高

T : 周期

L : 波長

h : 水深

x : 水平座標

z : 鉛直座標（底面から上向きにとる）

である。

一方、梶浦²⁾は、波に伴なって水底に生ずる乱流境界

層に対して理論的解析を試みている。彼の理論を簡単に説明する。水平流速： u 、境界層外縁流速： U 、摩擦応力： τ 、水の密度： ρ から、摩擦速度： $u^*(\tau/\rho = u_B^* u^*)$ 、排除厚： δ^* ($\delta^* = \text{Amp} \int_0^\infty (U-u) dz / \bar{U}$) 等を定義する。さらに、次式によって、渦動粘性係数： K_z を定義する。

$$K_z \cdot \partial u / \partial z = \tau / \rho \quad (2)$$

ここで、角速度： σ で変化する量は複素数で表わし、振幅には \wedge をつける。また、 u_B^* は底面摩擦速度である。

つぎに、定常流の場合にならって、境界層を 3 層に分けて考え、それぞれの層に対応する定数 $N (= 12)$, $\kappa (= 0.4)$, $K (= 0.02)$ を導入して、渦動粘性係数： K_z をつぎのように仮定する。

滑面に対して、

$$K_z = \begin{cases} \nu, & 0 \leq z \leq D_L \text{ (内層)} \end{cases} \quad (3-a)$$

$$\begin{cases} \kappa u_B^* z, & D_L < z \leq d \text{ (中間層)} \end{cases} \quad (3-b)$$

$$\begin{cases} K \bar{U} \delta^*, & d < z \text{ (外層)} \end{cases} \quad (3-c)$$

ここで、 D_L は層流底層の厚さ ($u_B^* D_L / \nu = N$) であり、中間層の上限の高さ d は、 $\kappa u_B^* d = K \bar{U} \delta^*$ から決める。

また、底面が粗な場合には、

$$K_z = \begin{cases} \alpha \kappa u_B^* D_R, & 0 \leq z \leq D_R \text{ (内層)} \end{cases} \quad (4-a)$$

$$\begin{cases} \kappa u_B^* z, & D_R < z \leq d \text{ (中間層)} \end{cases} \quad (4-b)$$

$$\begin{cases} \kappa u_B^* d, & d < z \text{ (外層)} \end{cases} \quad (4-c)$$

とおく、ただし、 z_0 (Nikuradse の相当粗度 : $D = 30 z_0$) は粗度長さであり、 $D_R = 15 z_0$, $1/\alpha = \ln(D_R/z_0) = 2.708$ と仮定する。

摩擦境界層の厚さが波長に比較して小さく、乱れ以外の非線型項の影響が無視しうる場合、境界層内の運動方程式は次式で近似される。

$$\frac{\partial}{\partial t} (U - u) = - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\tau}{\rho} \right) \quad (5)$$

式 (2) と式 (5) を組み合わせることにより、基本方程式、

$$\frac{\partial^2 u^*}{\partial z^2} - \frac{i \sigma}{K_z} u^* = 0 \quad (6)$$

が得られる。したがって先に仮定した K_z を代入することにより、境界層内の流れの様子が決められることになる。梶浦は式 (6) を解いて、境界層内の水平流速： u および、摩擦速度： u^* の鉛直分布を表わす式を与えている。また、複素摩擦係数： C を $\tau_B / \rho = C \bar{U} U$ で定義

* 正会員 工博 東京大学教授 工学部

** 学生会員 工修 東京大学大学院工学系研究科

する水素気泡列を、 16 m/m 撮影機により、毎秒48駒のスピードで近接撮影し、それを解析することにより、各高さにおける水平流速： u の時間変化を得た。なお、人工砂れんがある時の流速測定位置は、砂れんの trough 上である。

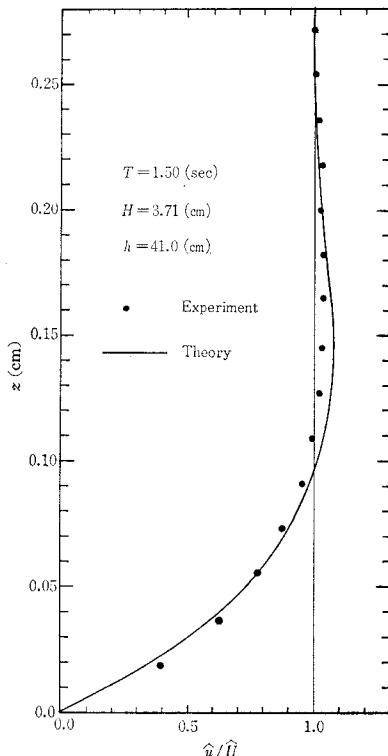
4. 実験の結果と考察

(1) 滑面の場合

流速分布

滑面上で得られた水平流速の分布を、各高さにおいて、水面波形と同様に調和分解する。その結果から、基本周期： T に対する水平流速成分： u の振幅および位相を求めた結果を図-3に示す。図-3(a)は、各高さにおける \hat{u} と、境界層外縁流速の振幅： \hat{U} の比、 \hat{u}/\hat{U} の鉛直分布であり、(b)は、 u と U の位相差： ϵ の鉛直分布である。 $z=0.018\text{ cm}$ という底面のきわめて近傍の点での流速も測定されているが、この領域は、従来の流速計では測定不可能であった領域である。また、図-3(a), (b)には、梶浦の理論から求まる \hat{u}/\hat{U} および ϵ の鉛直分布も実線で示してある。この例においては、 $R=35$ であるから、式(9)と比較すると、境界層は層流一乱流の遷移領域の下限に属することになる。この条件においては、境界層が層流である時に成立する式(1)から求まる流速分布と、梶浦の理論によるものとの差は、 $\hat{u}/\hat{U}, \epsilon$ ともに最大1%程度におさまる。

図-3 (a) \hat{u}/\hat{U} の鉛直分布(滑面)



さて、実測値と理論値を比較すると、振幅の差は1~5%程度であるが、底面のごく近傍($z=0.018\text{ cm}$)では、約10%の差が生じている。一方、 u と U の位相差： ϵ をみると、 $z \gtrsim 0.09\text{ cm}$ では、理論値と実測値の間にほとんど差がないが、 $z=0.018\text{ cm}$ では約12%程度、実測値の ϵ が小さくている。これらの差は、基本周波数以外の周波数成分によるものとも考えられるが、測定・解析上の誤差も考えねばならないので確言はできない。

渦動粘性係数 K_z

式(2)および式(5)より、渦動粘性係数： K_z は、

$$K_z = -\int_{\delta}^z \frac{\partial}{\partial t} (U-u) dz / \frac{\partial u}{\partial z} \quad \dots \dots \dots (17)$$

で与えられる。ただし、 δ は摩擦境界層の厚さであり、境界層が層流の場合には、 δ_L の数倍で与えられる。

実測値の流速分布(基本周期成分)より、式(17)を用いて、各高さ、各位相に対する数値計算を行ない、 K_z の鉛直分布を求めた結果が、図-4である。図-4には、式(3-a, c)により梶浦が仮定した K_z の鉛直分布も実線で示してある($R=35$ であり、中間層は消失している)。実測値より求めた K_z の値は、ほぼ理論値の近傍にあるが、 $z \gtrsim 0.05\text{ cm}$ では、各高さにおいて点の散らばりが大きい。たとえば、 $z=0.091\text{ cm}$ における K_z の値を位相変化に対して示すと図-5が得られる。横軸の φ は、水面波形における波の crest を 0° にとった時の

図-3 (b) ϵ の鉛直分布(滑面)

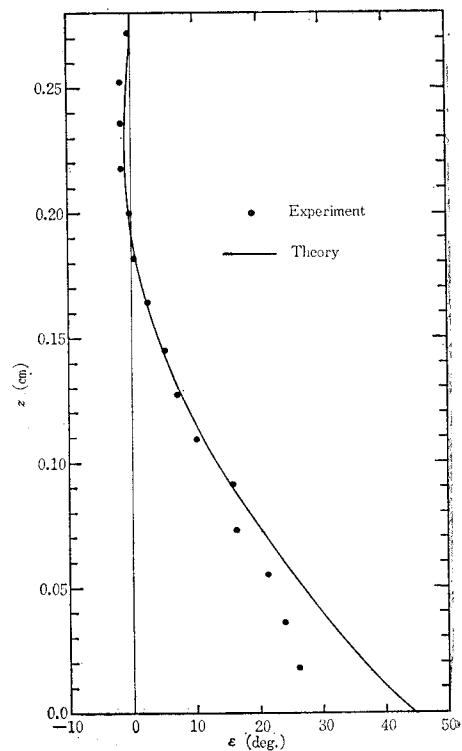
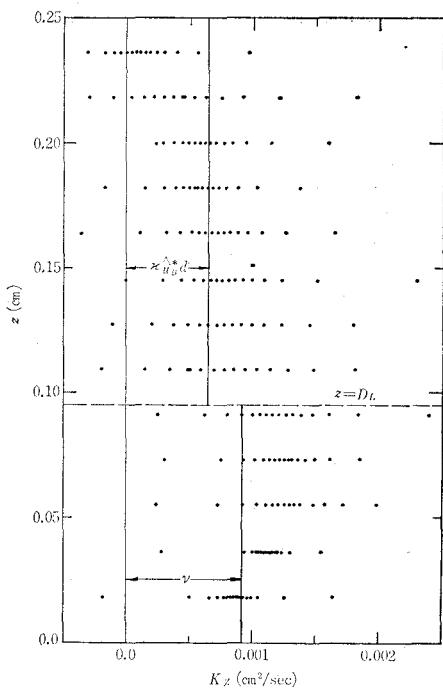
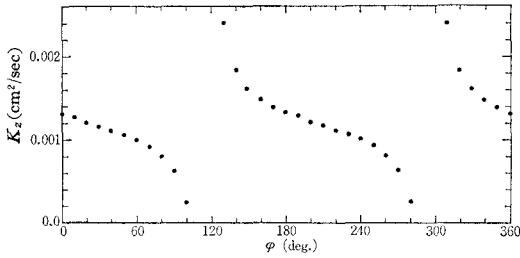


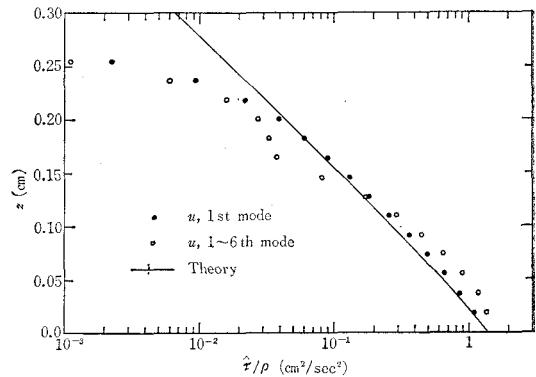
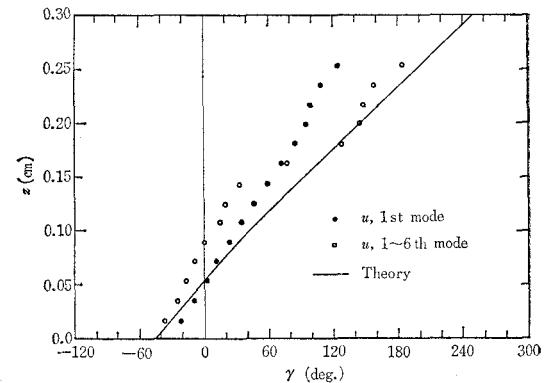
図-4 K_z の鉛直分布（滑面）図-5 K_z の時間変動（滑面）

位相である。梶浦の理論においては、式(3), (4)に示されるように、渦動粘性係数 K_z を各高さで時間的に変動しないものとして扱っているが、その妥当性にはいささか疑問が生じる。もし、 $z \leq D_L$ において、分子動粘性のみが K_z として作用するのであれば、当然その領域で、 K_z は時間的に変化しないことになるが、 D_L の値の定め方も確かではない。また、式を単純化するために、 $z \leq D_L$ と $D_L < z$ で、それぞれ K_z が一定値をとり（中間層が消失した場合）、 $z=D_L$ では、 K_z の値が不連続になるように仮定しているが、実測値から求めた K_z は、滑らかに z 方向に変化しているようである。

摩擦応力 τ

流速分布の実測値より、式(5)を用いて、 τ/ρ の値を求めた結果が、図-6である。図-6(a)は τ/ρ の振幅、(b)は τ/ρ と U の位相差： γ の鉛直分布である。また、 \circ は流速： u の基本周期成分から求めたもの

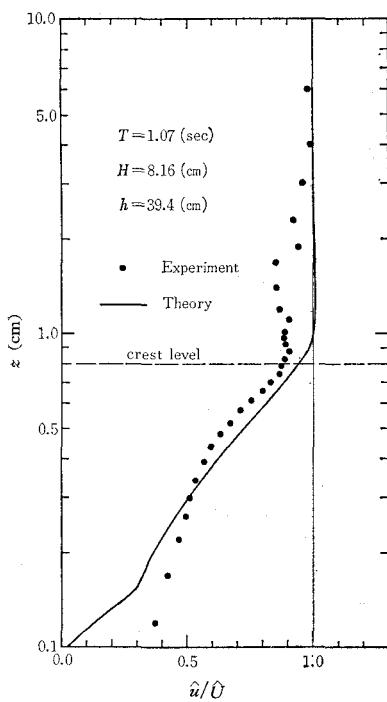
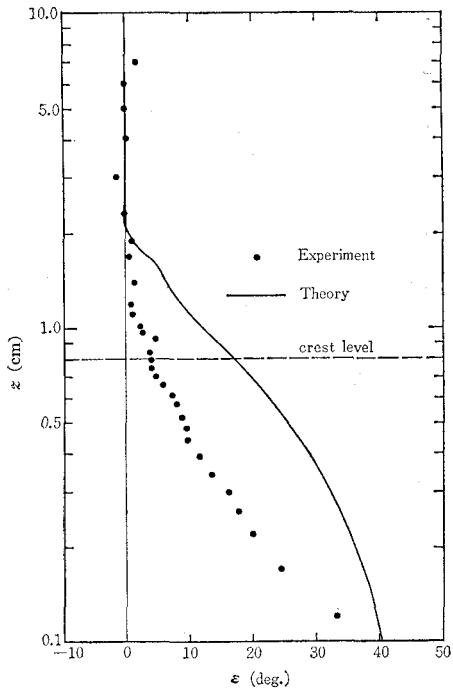
であり、 \circ は6倍調和成分までを加え合わせた流速 u を用いて τ/ρ を計算し、それを再び調和分解した時の基本周期成分である。両者はかなり良く一致し、摩擦応力： τ に対して、線型の扱いがほぼ可能であることを示すものと思われる。図-6には、梶浦の理論から求まる、 $\hat{\tau}/\rho$, γ の値も示してあるが、実測流速より求めた値との一致はかなり良い。

図-6 (a) $\hat{\tau}/\rho$ の鉛直分布（滑面）図-6 (b) γ の鉛直分布（滑面）

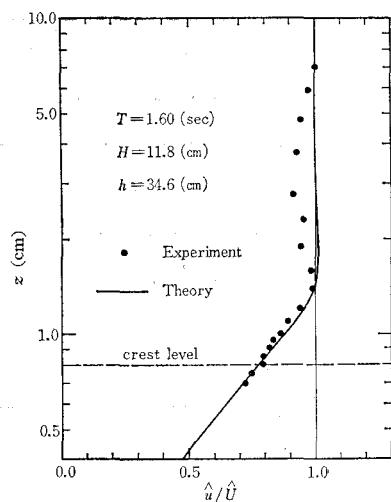
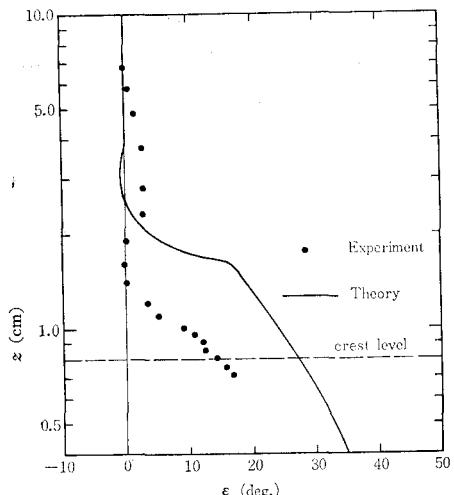
(2) 粗面の場合

流速分布

図-7, 8は、人工砂れんの trough 上で測定した水平流速から、滑面の場合と同様にして基本周期に対する、 a/U と $\epsilon = \text{phase}(u/U)$ を求めたものである。両ケースともに、表-1の M の値でわかるように、完全に乱流状態にあると考えてよい。また、中間層は存在しない。この結果を梶浦の理論と比較する際、 z 軸の原点（仮想底面）の位置の定め方、および $D_R (= 15 z_0)$ の値をどのように仮定するかが問題となる。Motzfeld³⁾は trough が円弧状をなし、crest の角度が 120° であるような人工砂れんを用いて定常的乱流の中で実験を行ない、Nikuradse の相当粗度を $D = 4\eta$ (η : 砂れんの波高) と定めている。これが、われわれの人工砂れんに対しても成立すると仮定すると、 $D_R = D/2$ であるから、 D_R は

図-7 (a) \hat{u}/\hat{U} の鉛直分布(粗面1)図-7 (b) ϵ の鉛直分布(粗面1)

1.6 cm となる。この仮定に基づいて、梶浦の理論より流速分布を求めたものが、比較のために、図-7, 8 に実線で示してある。底面の位置 ($z=0$) を人工砂れんの谷にとると、 \hat{u}/\hat{U} の実測値と理論値がかなりよく一致する。砂れんの頂部 ($z=0.8$ cm) よりやや上ったところ

図-8 (a) \hat{u}/\hat{U} の鉛直分布(粗面2)図-8 (b) ϵ の鉛直分布(粗面2)

で、実測値の方がやや小さくなるようであるが、これは、砂れんの存在により生じる渦の影響によるものと思われる。 u と U の位相差 : ϵ については、理論値よりも実測値の方が約 10° から 20° 小さくなっている。

一方、Jonsson³⁾ は U 字型振動水槽内で、図-9 に示されるような人工粗度上の流速分布を、小型プロペラを用いて測定した。その結果を梶浦の理論値と比較したものが、図-10 (a), (b) である。ただし、この例では、粗度の谷上 0.35 cm の位置を $z=0$ としている。また、 $z_0=0.05$ cm としているから、 $D=30 z_0=2.57$ (η : 人工

図-9 Jonsson の人工粗度

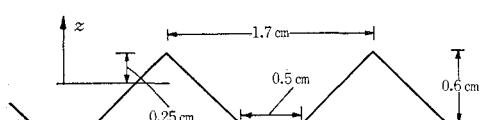


図-10 (a) \hat{u}/\hat{U} の鉛直分布 (Jonsson の実験)
—梶浦の計算²⁾による—

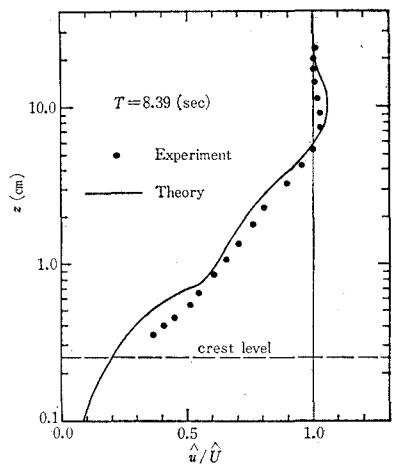
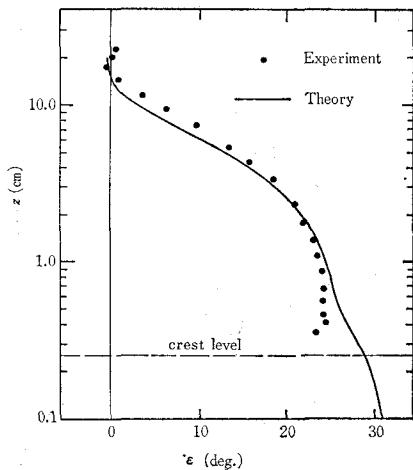


図-10 (b) ϵ の鉛直分布 (Jonsson の実験)
—梶浦の計算²⁾による—



粗度高さ)と仮定したことになる。Jonsson の実験では、人工粗度のスケールに対して、水粒子運動のスケールが相対的に大きいので、底部水粒子全振幅 : d_0 と相当粗度 : D の比 $d_0/D=380$ となり、式(16)より、中間層が存在することになる。理論値と実測値の一致は、きわめて良い。

著者らの実験 ($T=1.07, 1.60$ sec)において、理論値との差異が大きいのは、Jonsson の実験 ($T=8.39$ sec)にくらべて、人工粗度が相対的にかなり大きいために、渦による乱れが卓越しており、鉛直方向の運動を無視した運動方程式、式(5)では流れの様子を完全に表わし得ないことによるところが、大きいと思われる。また、 D_R の仮定や、 z 軸のとり方を変えることにより、理論値と実測値の一一致度が高まることも考えられる。

渦動粘性係数 K_z

$T=1.60$ sec, $H=11.8$ cm (粗面 2) の場合の流速分布実測値から、滑面の場合と同様に、式(17)を用いて

図-11 K_z の鉛直分布 (粗面 2)

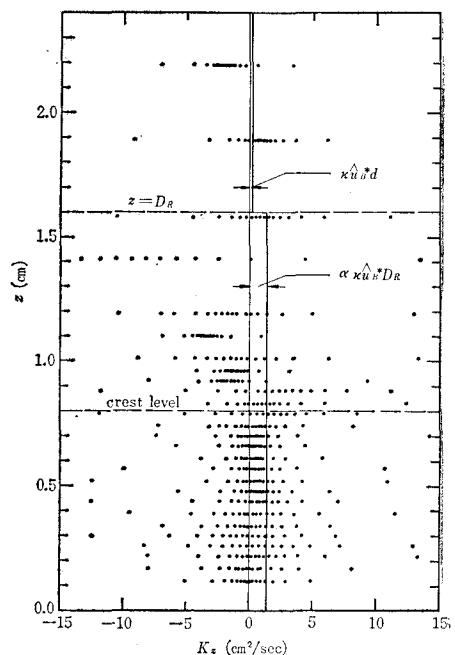
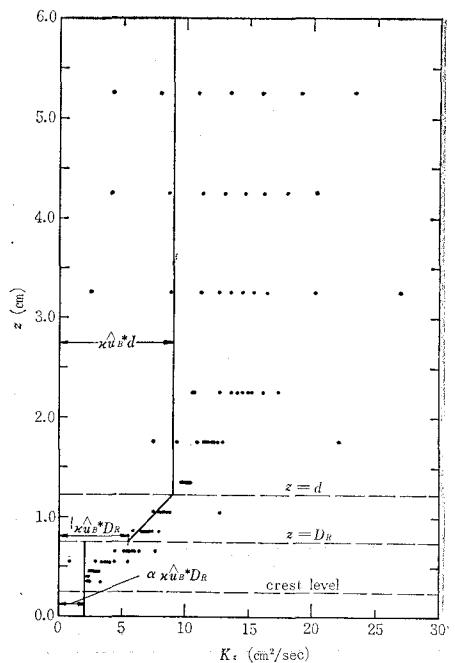


図-12 K_z の鉛直分布 (Jonsson の実験)



K_z を求めた結果が図-11である。点の散らばりがかなりあるが、これは滑面の場合と同様に、 K_z が時間的に変動していることを示す。また、 K_z が負の値をとっている点もかなり多数あるが、これは流速測定上、あるいは式(17)による数値計算上の誤差の他に、やはり、渦が相当大きいことや、鉛直流速の存在などから、式(5)の近似仮定は無理であることに起因するのではあ

るまいか。この点については、基本となる流速分布もあわせて、実験のケースを豊富にし、同時に測定・計算上の精度をあげることにより明確にしていかなければならぬであろう。

Jonsson の流速測定結果より、同様にして K_z を求めた結果が、図-12 である。図-11 に比して、底面近くでの変動は小さいが、 $z \geq 2 \text{ cm}$ ではやはり、 K_z の値が時間的にかなり変動するようである。また梶浦の仮定(式(4))との一致度も比較的良いが、中間層に対する式(4-b)を内層にまで延長した方が、むしろ一致度は良くなる。式(4)の仮定では、内層と中間層の間で、 K_z の値が不連続になり、また K_z に対して時間的変動を考えないことになるが、それらの妥当性には少々疑問が生じざるを得ない。

粗度長さ z_0

中間層において K_z として式(4-b)のような仮定が成立すれば、その層内で水平流速 u が近似的に対数分布をすることになる。Jonsson の実験結果(図-10)から、各位相に対する水平流速の鉛直分布を求めたものが図-13 である。図-13 で各位相に対して中間層($D_R < z \leq d$)の流速分布を延長して、 $u=0.0$ となる z 、すなわち粗度長さ z_0 を求める。こうして、求めた z_0 の位相変化を示したものが図-14 である。従来、時間的

図-13 z_0 の評価 (Jonsson の実験)

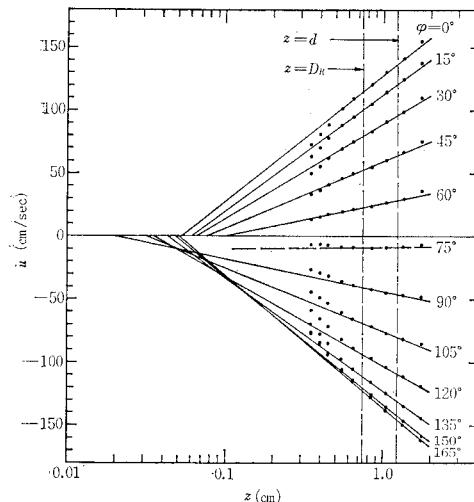
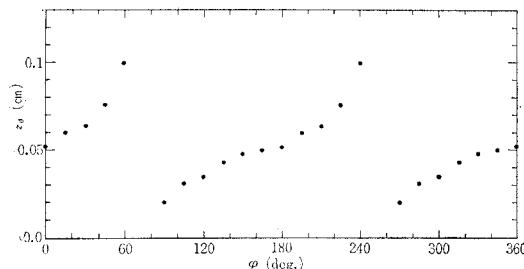


図-14 z_0 の時間変動 (Jonsson の実験)



には一定の値をもつものとして扱ってきた粗度長さ z_0 が、周期的に変動しているという結果が得られた。位相 75° および 255° の付近で z_0 の値が不連続的に変わることが、この位相は底面近傍での摩擦応力が $\tau=0$ になる位相と一致する。

摩擦応力 τ

滑面の場合と同様に、Jonsson の人工粗度上の流速分布測定結果から、式(5)を用いて、摩擦応力の鉛直分布を求めたのが図-15(a), (b)である。(a)は、 $\hat{\tau}/\rho$, (b)は τ/ρ と U の位相差 γ を示している。 \cdot 印は水平流速の基本周期成分から求めたものであり、 \circ 印は6倍成分までの u を用いて求めた τ/ρ を、再び調和分解して基本周期成分のみ取り出したものである。 $\hat{\tau}/\rho$ に関して、両者の一致度はかなり良いが、位相に関してはほぼ 5° ~ 6° の差が存在する。

図-15 (a) $\hat{\tau}/\rho$ の鉛直分布 (Jonsson の実験)

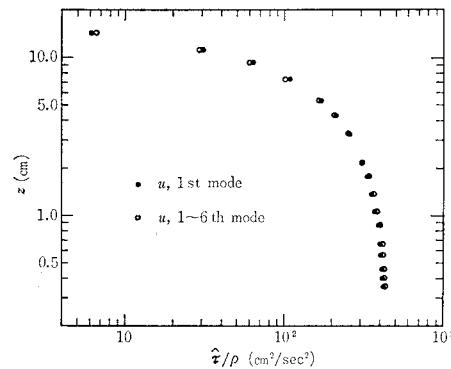
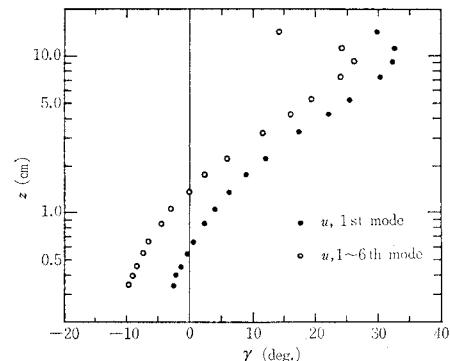


図-15 (b) γ の鉛直分布 (Jonsson の実験)



5. 浮遊砂濃度分布と K_z

浮遊砂濃度の鉛直分布を波の諸特性との関連において把握しようとする試みは、ここ数年来なされており、その成果が種々報告されている。浮遊砂濃度の基本式としては、一般に、

$$\frac{d}{dz} \left(K_z \frac{dc}{dz} \right) + (\beta w_0) \frac{dc}{dz} = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (18)$$

が用いられる。ここに

\bar{c} : 浮遊砂の時間平均濃度

w_0 : 浮遊砂の沈速降度

β : 浮遊砂の粒径と乱れのスケールの関係の影響
を表わす無次元量で、通常 $\beta=1.0$ とする⁹⁾。

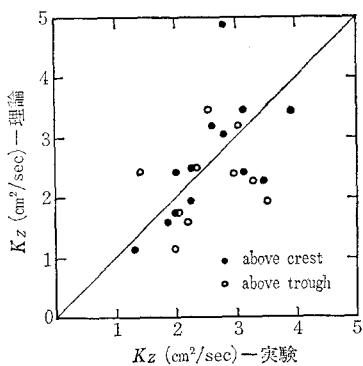
著者らは、これまで主に軌道運動の乱れから拡散を生じるとして、第1近似としてポテンシャル理論を用いて仮定した K_z を基にして、浮遊砂濃度分布を扱ってきた⁹⁾。その結果得られた濃度分布式は、とくに軌道運動による乱れが卓越する、比較的上層の領域の浮遊砂現象に対して成立する。一方、岸ら⁸⁾は、周期の長い波に対する梶浦の渦動粘性係数の仮定⁹⁾、 $K_z = \alpha' \kappa \hat{u}_B^* (z + z_0)$ (α' : 比例定数) を用いて濃度分布を扱っているが、 K_z の仮定からして彼らの表示は、底面から離れるにしたがい無理が生じるようである。ここでは、とくに底面に砂れんが存在して粗面となっている時の境界層内層の現象に注目する。式(4-a)によれば、内層の渦動粘性係数は $K_z = \alpha \kappa \hat{u}_B^* D_R$ で与えられ、 z に無関係であるから、式(18)は簡単に積分でき、

$$\bar{c} = \bar{c}_0 \exp[-(\beta w_0 / K_z) z] \quad \dots \dots \dots (19)$$

となる。

本間・堀川・鹿島¹⁰⁾の実験水路における浮遊砂濃度測定の結果を用い、式(19)で $\beta=1.0$ と仮定して K_z を

図-16 浮遊砂濃度から求めた K_z



評価する。一方 $D_R = 2\eta$ (η : 砂れんの波高) と仮定することにより、式(4-a)より K_z が算出されるが、この両者を比較したのが図-16である。図中の・は砂れんの頂部上の、○は谷上の濃度分布に対するものである。点は相当に散らばるが、ほぼ 45°の直線の近傍にある。したがって、乱れのスケールと粒径の関係を表わす係数 β を 1.0 とおくことは、少なくとも底面の近傍においては妥当と考えられる。

6. 結 論

風波の変形や、底質の移動に関連の深い、振動流境界

層に関して、水素気泡式流速計による境界層内流速の実測結果を基に検討してきた。水素気泡式流速計は、滑面のきわめて近傍や、砂れんの谷部など、従来の流速計では測定不可能であった領域での流速測定を可能にした。ただし測定上およびデータ処理上の精度を上げるために未だ改良すべき点が多々ある。振動流境界層に関する梶浦の理論的扱いは、きわめて意義深いものであるが、問題となる点も多い。たとえば、(i) K_z の仮定の妥当性、とくに鉛直分布と時間的変動、(ii) 粗面の場合の z 軸の原点の位置、(iii) D_R (あるいは D, z_0) の値など、今後実験的に検討し、あるいは修正していく必要があると思われる。また、砂れんなどのためスケールの大きい乱れが存在する場合の扱いには、さらに基本方程式にまで立ち返って検討することが要求される。また、浮遊砂濃度分布の測定結果から求めた K_z と、梶浦の仮定における K_z の値の比較を行なった。

今後は流速測定技術ならびにデータ処理法にさらに改良を加えることによって実験値の精度をあげ、同時に乱流計による乱れの測定も試みようと思う。

この研究は文部省科学研究費による研究成果の一部であることを付記する。

参 考 文 献

- Longuet-Higgins, M.S. : The Mechanics of the Boundary-Layer near the Bottom in a Progressive Wave, Proc. 6th Conf. on Coastal Eng., 1957.
- Kajiura, K. : A Model of the Bottom Boundary Layer in Water Waves, Bull. Earthquake Res. Inst., Univ. of Tokyo, Vol. 46, 1968.
- Jonsson, I.G. : Measurements in the Turbulent Wave Boundary Layer, 10th Congress, I.A.H.R., London, Vol. 1, 1963.
- 堀川清司・渡辺晃・満岡英世：波による水粒子速度の測定方法について、第22回年次学術講演会講演概要、第II部、1967。
- Motzfeld, H. : Die Turbulente Strömung an Welligen Wänden, Z. angew. Math. u. Mech., 17, 1937.
- Batchelor, G.K. : The Motion of Small Particles in Turbulent Flow, Proc. 2nd Australasian Conf. on Hydraulics and Fluid Mechanics, 1965.
- Horn-ma, M. and K. Horikawa : Suspended Sediment due to Wave Action, Proc. 8th Conf. on Coastal Eng., 1962.
- 岸力・山崎貢元・榎国夫：波による底質の浮遊、第21回年次学術講演会講演概要、第II部、1966。
- Kajiura, K. : On the Bottom Friction in an Oscillatory Current, Bull. Earthquake Res. Inst., Univ. of Tokyo, Vol. 42, 1964.
- 本間仁・堀川清司・鹿島遼一：波による浮遊砂に関する研究、第11回海岸工学講演会講演集、1964。