

淡塩境界面における乱流拡散の一実験

岩 崎 敏 夫*・阿 部 至 雄**

1. はしがき

河口湖などで発生する密度流的諸問題の適確な解明のむずかしさは、現象が乱流現象であることに帰因している。そこで、それらの問題を解決するためには、その場に生じる乱流拡散現象を明らかにしてゆかねばならない。ところが、その現象を解明するためには、乱れの特徴および拡散機構、あるいは輸送機構を明らかにしてゆくことが必要で、さらには乱れの発生機構自体の解明が要求されてくる。しかしながら、この種の問題に関しては、現場調査をするにしろ拡散方程式を適用するにしろ種々の制限があり、一方模型実験においても相似律を完全に満足するような乱れをうることや、乱れの測定そのものにかかなりの困難をとまうため、拡散機構などについては、いまだに不明な状態にあるといえよう。

それゆえ、本報告はこのための基礎的研究として、淡塩境界面における乱流拡散現象に着目し、その諸特性を水路模型実験によって現象論的に明らかにすることにより拡散機構解明へのいとぐちを得ようとしたもので、その現象を微視的・統計論的な観点からとらえ、局所的流速分布、乱れの強さ、乱れのスペクトル、平均渦径などから乱れの場の特性を考察し、Taylor の拡散理論を用いて、淡塩二層流付近の Convective Diffusion の大きさの評価を試みたものである。

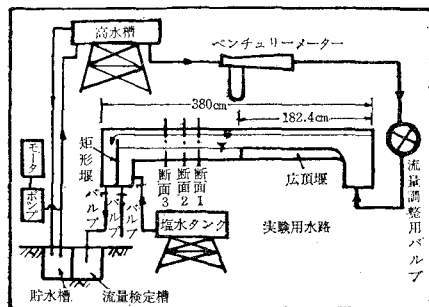
2. 実 験

(1) 実験装置および測定装置

実験装置の全体的な配置は図-1に示すとおりで、貯水槽、モータ、ポンプ、高水槽、ベンチュリー管、流量調整バルブ、塩水タンクおよび実験用水路などからなりたっている。実験用水路は、長さ 3.8 m、幅 15 cm、深さ 30 cm で、その水路上流側に堰高 10 cm、長さ 182.4 cm の広頂ぜきをすえ、水路流入口からの流入によって生じる乱れの影響を防ぐとともに、水路下流部においてできるだけ一様で、かつ完全に近い発達した乱れをつくるようにした。

水理の分野における乱流の測定方法¹⁾としては、hot-wire または hot-film, total head tube 方式, hydrogen-

図-1 実験装置の配置

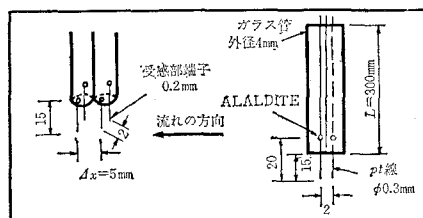


bubble または液滴、電磁式、電場式および小型 current meter などが考えられ、最近では超音波による方法が開発されつつあるが、いまだに確立された乱れの測定方法はみあたらないように思われる。本実験においても、種類の測定方法が検討されたが、所期の目的に合致した、決めてとなるような方法は見だしえず、流れの方向の速度変動成分の測定方法として、つぎのような方法を試みた。

すなわち、濃度分布の測定に使用されてきた、図-2に示すような、 Pt 線電極間の電気抵抗変化が記録されるように工夫された Probe 2本を一組とし、1本を流れの上流側へ、残りの1本をその下流側へ位置させ、各 Probe の受感部を間隔 $4x$ だけ離し、その区間を塩分が流下するのに要する時間でもって、測点 $4x/2$ での乱れの速度変動成分を測定した。Probe の挿入による乱れへの影響をできるだけ避けるため、1本の Probe のガラス管は、外径 4 mm のできるだけ細いものを使用し、そのガラス管の先端から、長さ 15 mm、直径 0.3 mm の Pt 線2本を 2 mm 間隔で平行に設置し、それを絶縁・防水にして、その Pt 線先端 0.2 mm が受感部になるようにした。

この方法では、塩分の輸送速度でもって乱れの速度変

図-2 Probe (単位: mm)



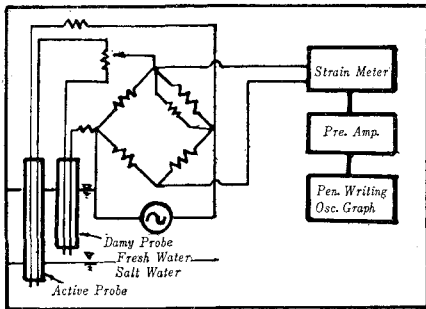
* 正会員 工博 東北大学教授 工学部土木工学科

** 学生会員 工修 東北大学大学院

動を代表させているが、塩水の分子拡散は $10^{-8} \text{ m}^2/\text{sec}$ 程度できわめて小さいので、方法として無理ではないと思われる。同時に濃度の変化も記録できるが、塩分の影響がおよぶ所までしか測定できない。また、速度変動が直接記録できれば、当然時間の連続関数として得られるが、この方法では、時間は離散確率変数となり、速度変動はその変数に対する確率密度分布になる。しかし、不連続な区間が比較的短く、かつその区間でも連続的な乱れが生じているものとすれば、得られた速度変動曲線を時間的に連続な変化とみなして取り扱うことができよう。

乱れ測定の方法の Block-Diagram を図-3 に示す。

図-3 乱れ測定の方法の Block-Diagram



(2) 実験方法

水路下流側の淡水層調整用長方形ぜきを上流側広頂ぜきせき高より 10 cm 高くなるように調整し、塩水は広頂ぜきせき高 10 cm まで注入して、実験中は常時一定の状態を保つようにした。また、水路勾配は水平に調整された。

測定箇所は KMnO_4 溶液を流し、水路上流部流入口からの流入による乱れの影響がなくなり、かつ乱れの発達の程度がより完全に近いと観察された範囲の所で、断面 1 ($x=65 \text{ cm}$)、断面 2 ($x=75 \text{ cm}$)、断面 3 ($x=85 \text{ cm}$) の 3 断面を選び、それぞれの断面につき、 y 方向に 0.5 cm の間隔で測定点を 6 点、水路の中心線に沿ってとった。

ここに、原点は広頂ぜき最下流せき頂にとり、流れの方向に x 軸を、それに垂直に y 軸をとった。実験流量は 1.2 l/sec で、下層塩水層は静止させ、淡水の密度は 1.00 g/cc 、塩水の密度は 1.01 g/cc を用い、室温 10°C 、淡水および塩水の温度はそれぞれ 5.2°C 、 6.1°C で、2 次元定常流として実験を行なった。

(3) 実験結果に基づく計算例

a) 乱れのスペクトル 1 回の観測による時間的平均値は、 $\bar{u}$ を流れ方向の局所平均流速、 T を観測時間とすれば、次式で表示される。

$$\bar{u} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} u(t) dt \quad \dots\dots\dots (1)$$

いま、式 (1) で示されるような平均値を中心に変動する速度変動成分を、ランダムな時間関数 $u'(t)$ とし、その $t=-T/2$ より $t=T/2$ までをとって、 $u_T'(t)$ とおくと、自己相関関数 $R_T(\tau)$ は次式で定義される。

$$R_T(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u_T'(t) \cdot u_T'(t+\tau) \cdot dt \quad (T \rightarrow \infty) \quad \dots\dots\dots (2)$$

乱れの一次元スペクトル (パワー スペクトル) を $W(f)$ とすれば、これら自己相関関数とパワー スペクトルとは、周知のごとく互いに Fourier 変換の関係にあり、Wiener-Khinchine の関係式として知られている。

$$R(\tau) = \int_0^\infty W(f) \cdot \cos 2\pi f \tau \cdot df \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$W(f) = 4 \int_0^\infty R(\tau) \cdot \cos 2\pi f \tau \cdot d\tau \quad \dots\dots\dots (4)$$

なお、式 (2) または式 (3) で $\tau=0$ の場合、速度変動に対する $R(0)$ は乱れの強さを表わす。

$$\begin{aligned} R(0) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u_T'(t) \cdot u_T'(t) \cdot dt \\ &= \int_0^\infty W(f) \cdot df \quad \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

資料を処理する際、種々の誤差を除くのに、Turky の方法など^{2),3)}があるが、使用した電子計算機の関係などから、それらを一貫して応用できなかったため、つぎのように $R(\tau)$ 、 $W(f)$ を分けて計算した。

得られた資料の速度曲線を時刻 $t_1, t_2, \dots, t_N$ に分け、 $t_2 - t_1 = \dots = t_N - t_{N-1} = \Delta t$ 、各時刻 t_n の速度を $u(t_n)$ としたとき、時間的遅れ $\tau = t_{n+k} - t_n$ に対する式 (2) で定義される自己相関関数は、

$$R(k \Delta t) = \frac{1}{N-k} \sum_{n=1}^{N-k} u'(t_n) \cdot u'(t_{n+k}) \quad \left. \begin{aligned} &(k=0, 1, \dots, m) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

$$\left. \begin{aligned} &\text{ここに、} u'(t_n) = u(t_n) - \bar{u}, \\ &\bar{u} = 1/N \sum_{n=1}^N u(t_n) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

また、式 (4) で表わされるパワー スペクトルは、周波数 f をパラメーターとして、

$$\begin{aligned} W(r \Delta f) &= 2 \Delta t \{ R(0) + 2 \sum_{k=1}^{m-1} R(k \Delta t) \\ &\quad \cdot \cos(2\pi k \Delta t \cdot r \Delta f) + R(m \Delta t) \\ &\quad \cdot \cos(2\pi m \Delta t \cdot r \Delta f) \} \\ &(r=0, 1, \dots, S) \quad \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

曲線の細分は、一般にその曲線の最小の変動が記述される程度にとればよく、最小の変動はほぼ 1 秒とみなしたので、計算にあたっては、式 (6) に対して読み取り間隔 Δt を 0.25 秒、資料の読み取り総数 N を 500 個、lag の最大値 m を最大 115、また、式 (8) に関する Δf を 0.01 cps、 r の最大値 S を 51 にとった。

局所平均流速 $\bar{u}$ および乱れの強さ $\bar{u'^2}$ は、それぞ

図-4 局所平均流速および乱れの強さの分布

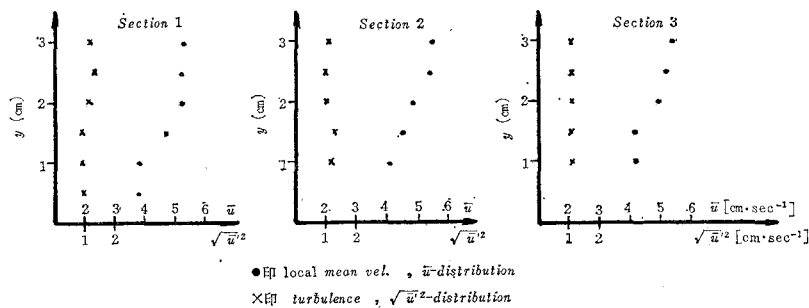


図-5.1 乱れのスペクトルおよび自己相関関数

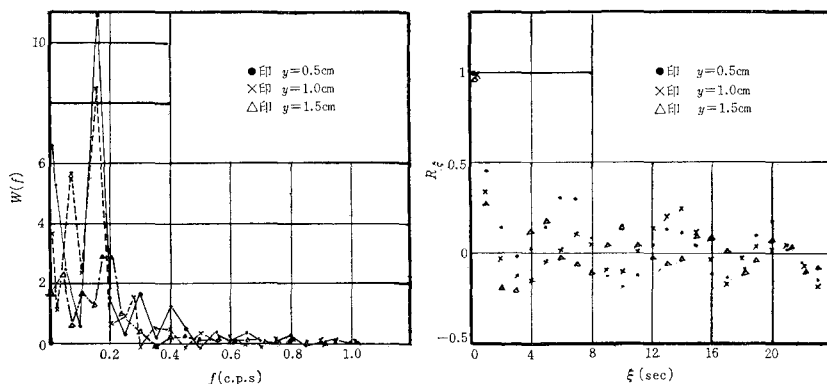


図-5.2 乱れのスペクトルおよび自己相関関数

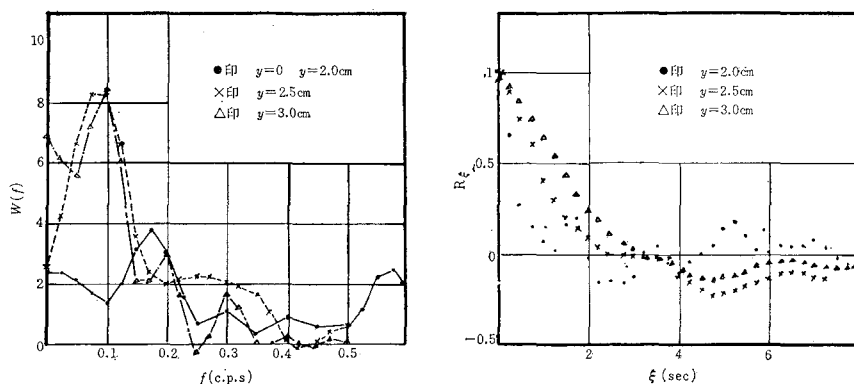
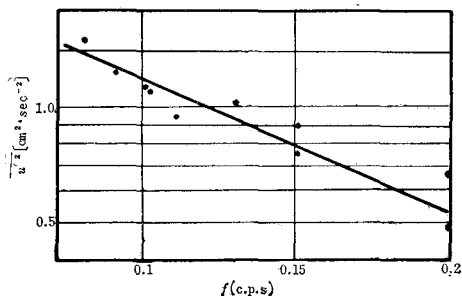


図-6 乱れのエネルギーと卓越周波数との関係



れ式(7)および式(5)より求め、図-4に示してある。また、式(6)、式(8)により求めた自己相関関

数およびパワー スペクトルの計算結果の例を、断面1について、図-5に示した。図-6は乱れの強さと卓越周波数との関係を示したものである。

b) 平均渦径, 最小渦径 種々の大きさの渦から成りたっていると考えられる乱流場の構造をしる目安として、平均渦径 L , 最小渦径 λ があり、縦および横の場所的相関, $f(r)$, $g(r)$ を用いてつぎのように表わされる。

$$L_x = \int_0^\infty f(x) \cdot dx, \quad L_y = \int_0^\infty g(y) \cdot dy \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\frac{1}{\lambda_x^2} = -\frac{1}{2} f_0'', \quad \frac{1}{\lambda_y^2} = -\frac{1}{2} g_0'' \quad \dots\dots\dots (10)$$

式(9)で表わされる平均渦径は、その渦の緩和時間

t_* との関係として,

$$L = \bar{u} t_* \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここに,

$$t_* = \int_0^t R_\xi d\xi (t \rightarrow \infty), \quad R_\xi = \frac{\overline{u'(t)u'(t-\xi)}}{\overline{u'^2}} \quad \dots\dots\dots (12)$$

また, 最小渦径はつぎのような Zero-Counting Method⁴⁾ により計算する。

$$\lambda = \frac{\bar{u}}{N_0} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\pi} \quad \dots\dots\dots (13)$$

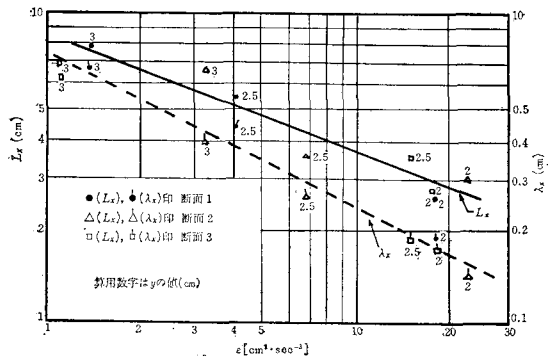
ここに, N_0 は観測時間内に変動が平均値を横切る回数である。

乱れのエネルギー逸散率 ε については, ρ を密度, ν を動粘性係数とすれば, つぎのとおりである。

$$\varepsilon = 15 \rho \nu \overline{u'^2} / \lambda_y^2 \quad \dots\dots\dots (14)$$

式 (11) および式 (13) より, 平均渦径, 最小渦径を, また, 式 (14) から乱れのエネルギー逸散率を求め, それらの関係を 図-7 に示した。

図-7 平均渦径, 最小渦径と乱れのエネルギー逸散率との関係



c) Convective Diffusion 乱流における速度変動

の場合は, 自由表面や壁面などの境界面から離れるにしたがって, 等方性に近づく可能性があると考えられている。いま, 乱れの場合を統計的に等方性とみなせば, それぞれの方向の変動成分は統計的に相等しくなる。しかるとき, Taylor⁵⁾ の拡散理論によれば, 拡散係数 E はつぎのように表示される。

$$E = \int_0^t R_\xi(\xi) \cdot d\xi \quad \dots\dots\dots (15)$$

いま, 流れに垂直な方向の速度変動成分 $v'(t)$ の乱れの強さ $\overline{u'^2}$ が, 時間的に変わらぬものとすれば, 拡散係数は,

$$E = \overline{v'^2} \int_0^\infty R_\xi d\xi = \overline{v'^2} t_* \quad (t \gg t_*) \quad \dots\dots\dots (16)$$

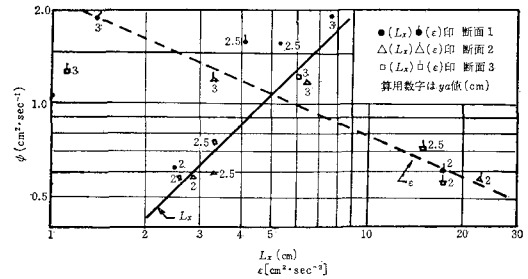
ここに, $R_\xi = \overline{v'(t) \cdot v'(t-\xi)} / \overline{v'^2}$

局所的平均流速の分布図および乱れの強さの分布図から, 比較的等方性と思われる領域について, 式 (16) を用い拡散係数を求めた結果を表-1 に示した。また, 平

表-1

y (cm)	Section 1			
	$\bar{u}$	$\overline{u'^2}$	t_*	E
	cm·sec ⁻¹	cm ² ·sec ⁻²	sec	cm ² ·sec ⁻¹
2	5.25	1.30	0.48	0.62
2.5	5.26	1.55	1.02	1.58
3	5.36	1.28	1.43	1.83
y (cm)	Section 2			
	$\bar{u}$	$\overline{u'^2}$	t_*	E
	cm·sec ⁻¹	cm ² ·sec ⁻²	sec	cm ² ·sec ⁻¹
2	4.86	0.97	0.60	0.58
2.5	5.43	0.94	0.64	0.60
3	5.51	1.04	1.18	1.19
y (cm)	Section 3			
	$\bar{u}$	$\overline{u'^2}$	t_*	E
	cm·sec ⁻¹	cm ² ·sec ⁻²	sec	cm ² ·sec ⁻¹
2	5.01	1.09	0.52	0.57
2.5	5.27	1.14	0.65	0.74
3	5.50	1.10	1.12	1.23

図-8 拡散係数と平均渦径および乱れのエネルギー逸散率との関係



均渦径, 乱れのエネルギー逸散率との関係を 図-8 に示した。

3. 考 察

2.(3) で得られた図表から, 二層流淡塩境界面付近の乱れの場合について考察する。 $y=0.5$ cm の測点は境界面にごく近く, 内部波の影響を直接受けやすい所で, 断面 2 および断面 3 ではデータの解析は困難であった。

図-4 より, 各断面について多少の差はあるが, $y=2$ cm 程度の範囲までは, $\bar{u}$ -分布はある程度速度勾配をもち, また, $\overline{u'^2}$ の分布も勾配をもつ傾向がうかがえる。しかし, それ以上の所では, $\bar{u}$ -分布および $\overline{u'^2}$ -分布はほぼ一様とみなしえよう。また, 界面のごく近くでは, ほぼ一定速度で塩分の輸送がなされていると考えられる。

つぎに, 図-5 の R_ξ 曲線の形から, $y=0.5 \sim 1.0$ cm 付近の乱れの変動は, ランダムな変動と周期成分との合成されたものであることがしれる。このあとから続く周期性は, いわゆる乱れのランダムな変動に潜在する周期成分であって, 内部波の波頂が砕波することにより, 渦がかなり周期的に発生し, また, $W(f)$ 曲線からわかるように, 卓越した, 一定大きさの渦が支配的であると

思われる。

$y=1.5\text{ cm}$ での R_ξ 曲線は、一般的な自己相関関数に近い形をしており、この付近の乱れの場合はランダムな成分のほかに、いくらか周期性を有しているが、それが持続することはないことが知れる。また、 $W(f)$ 曲線で卓越周波数は $2 \times 10^{-1} \text{ cycle}$ の所に現われているが、その曲線は相対的にみて、フラットになりつつある。それゆえ、この範囲では、種々の渦が乱れの場合を規定し始めているといえよう。

$y=2\text{ cm}$ での R_ξ 曲線は、ほとんど周期性を示さなくなり、 $y=2.5\text{ cm} \sim 3\text{ cm}$ 付近では、淡水の乱れにおいていわれているのと同様に、ほぼ、完全なランダム性が持続されるような、種々の大きさの渦から乱れの場合が形成されていることがしれる。それゆえ、淡水の乱れにおけると同様、周波数の小さい渦による平均流からのエネルギー移行が、おこなわれていると考えられるので、この範囲の乱れの場合は時間的に定常状態に近いと思われる。

つぎに、図-6 から、周波数が大きくなるほど、すなわち、小さな渦ほど、淡塩水の乱れにおいても、乱れのエネルギーは小さくなることがわかる。同様に、図-7 から、大きな渦ほど乱れのエネルギーの減衰は小さく、上層になるにつれ減少しており、また、上層ほど小さな渦にくらべ大きな渦がより多く存在していることがわかる。

図-8 から、実験データは $y=3\text{ cm}$ までで少ないが、拡散係数は、拡散源から離れるにしたがい増加する傾向を示している。また、拡散は Taylor のいうように、より大きな渦に支配されることがわかる。このことは Taylor の拡散理論を淡塩水の乱れに適用することができる可能性を実験的に示唆しているものと考えられる。

以上の考察を要約すれば、つぎのとおりである。

a) 河口湖など、二層流が形成されている淡塩境界面付近では、内部波の波頂が碎波することにより、卓越した、ほぼ一定大きさの渦が周期的に発生し、その渦によって、境界面からかなり定常的に塩分の輸送が行なわれ、塩水と淡水の交換がなされていると考えられる。

b) 淡塩水の乱れにおいても、小さな渦ほど乱れのエネルギーは小さく、拡散源から離れるにともない、乱れの減衰は小さくなる傾向がみられ、拡散は、Taylor のいうように、より周波数の低い大きな渦の作用によることがわかる。

c) Taylor の拡散理論によれば、拡散係数の値のオーダーは、ほぼ $10^0 \sim 10^{-1}$ 程度で、拡散係数と平均渦径および乱れのエネルギー逸散率とは、傾向として、それぞれ比例および逆比例の関係にあると思われる。

4. あとがき

本測定方法では、キャリブレーションの問題も少なく、淡塩境界面付近の乱れの考察には有効であると思われるが、流れの方向しか測定できず、他の方向の測定では信頼できるデータをうるのが困難であった。

界面からの渦の発生周期とか、その大きさは、拡散機構を解明するに当って意義あると思われる。しかしながら、それらを評価するには、内部波との関連性やエネルギー授受および Tollmien-Schlichting Wave⁹⁾ などによって考察するとともに、実験条件を変え、あるいは、外的に渦を発生せしめて比較検討することが必要と思われる。本実験で観察された断面 2 での内部波の平均周期は、ほぼ 4 秒程度で、また境界層内の R_ξ 数は、およそ 1.2×10^3 であった。しかし、明確な結果をうるためには、実験の種類およびデータが少ない。今後、この種の実験を重ね、拡散機構解明のための研究を進めてゆきたい。

最後に、本研究費の一部として、文部省総合研究「河口湖の水理学的研究」(代表者 室田 明教授)の助成金を得た。また、東京工大日野幹雄助教授には有益なるご助言をえた。ここに記して、感謝の意を表する次第である。

参考文献

- 1) Chuang, H. and Cermak, J.E.: "Turbulence measured by electrokinetic transducers", Proc. ASCE, Journal of the Hydraulics Division, Nov. 1965, Hy 6.
- 2) Blackman, R.B. and Tukey J.W.: "The measurement of power spectra from the point of view of communications engineering", Dover Publications, Inc.
- 3) 赤池弘次: "不規則振動のスペクトル解析" 統計数理研究所 (1962), "スペクトル推定の統計理論"・スペクトル推定の実際 (1964 年度講習会テキスト) 統計数理研究所.
- 4) Pai: "Viscous flow", Rice: "Mathematical theory on random noise".
- 5) Taylor, G.I.: "Diffusion by continuous movements", Proc. Lond. Math. Soc. Ser 2, Vol. XX (1921).
- 6) Schlichting, H.: "Boundary Layer Theory", Translated by J. Kestin (1960).
- 7) Batchelor, G.K.: "The theory of homogeneous turbulence" (異友正訳 "乱流理論" 吉岡書店 1960).
- 8) Orlob, G.T.: "Eddy diffusion in homogeneous turbulence", Proc. ASCE, Journal of Hydraulics Division, Sept. 1959, Hy 9.
- 9) Tracy, H.J.: "Turbulent Flow in a Three-Dimensional Channel", Proc. ASCE, Nov. 1965, Hy 6.
- 10) 谷 一郎: "乱流理論", 克誠堂 (昭 25).
- 11) 日野幹雄: "河川の乱流現象", 水工学シリーズ 66-07 (1966).
- 12) 岩崎敏夫: "密度流の諸問題", 水工学シリーズ 66-16 (1966).
- 13) 堀井 明: "ランダム変動の解析", 共立KK (昭 40).